H27　千葉県(後)　公立　数学　問題

数-15-公-千葉(後)-問-01

1　次の**問１**～**問６**に答えなさい。

問１　$11+(-8)$　を計算しなさい。

問２　$2^2 \div \left(-\frac{2}{5}\right)$　を計算しなさい。

問３　$2(3x+y)-3(x-2y)$　を計算しなさい。

問４　方程式　$\frac{3x-1}{2}=\frac{5x+2}{3}$　を解きなさい。

問５　$(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+2\sqrt{5})$　を計算しなさい。

問６　$(x-1)^2-3(x-1)+2$　を因数分解しなさい。

数-15-公-千葉(後)-問-02

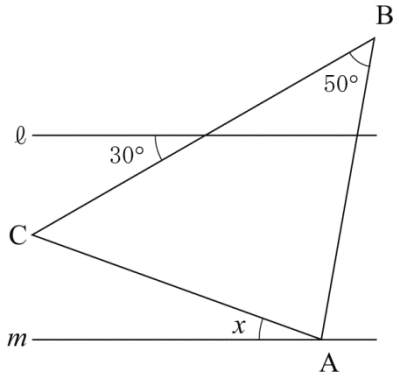
2　次の**問１**～**問５**に答えなさい。

問１　1個の値段が52円の品物と82円の品物を合わせて15個買ったところ，代金は1020円であった。このとき，買った52円の品物の個数を，次の**ア**～**エ**のうちから1つ選び，符号で答えなさい。
ただし，品物の値段には，消費税が含まれているものとする。

ア　5個　　**イ**　6個　　**ウ**　7個　　**エ**　8個

問２　y は x に反比例し，$x=2$ のとき $y=-6$ である。y を x の式で表しなさい。

問３　下の図で，$\ell // m$，AB＝AC であるとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



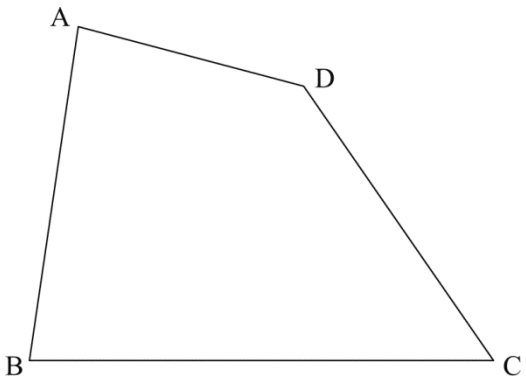
問４　大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げる。このとき，2 つのさいころの出た目の数の積が，30 の約数となる確率を求めなさい。

ただし，さいころを投げるとき，1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

問５　下の図のような四角形 ABCD の紙がある。∠BCD の二等分線と辺 AB の交点を M とし，頂点 D を点 M に重なるように折る。このとき，紙につく折り目を表す直線を作図しなさい。

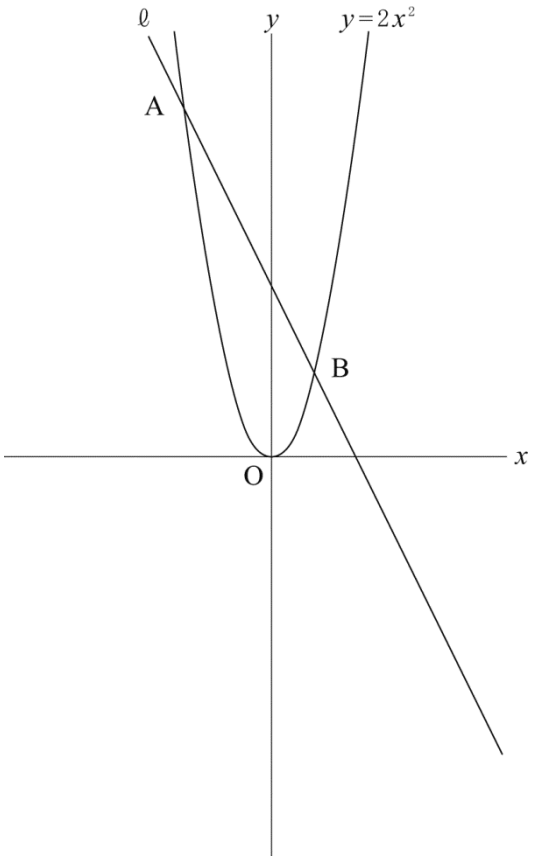
ただし，三角定規の角を利用して直線をひくことはしないものとする。

また，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



3 下の**図１**のように，関数 $y=2x^2$ のグラフと直線 ℓ が 2 点 A，B で交わっている。2 点 A，B の x 座標が，それぞれ-2，1 であるとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

図１



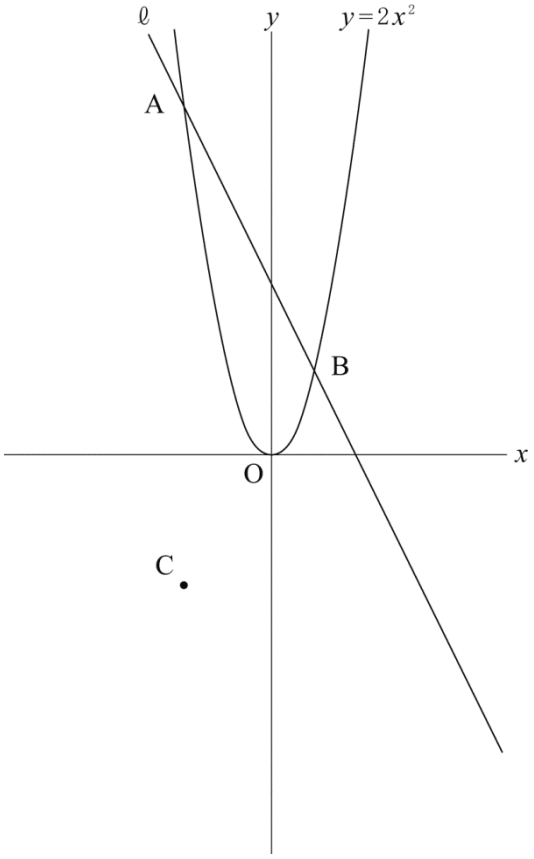
問１　直線 ℓ の式を求めなさい。

問２　下の**図２**のように，**図１**において点 C (−2，−3) をとる。y 軸を対称の軸として，点 C を対称移動した点を D とし，線分 CD を 1 辺とする正方形 CDEF を，点 E，F の y 座標が負となるようにかく。

この正方形 CDEF の周上に点 P をとり，点 P と 2 点 A，B を結んで，△ABP をつくる。

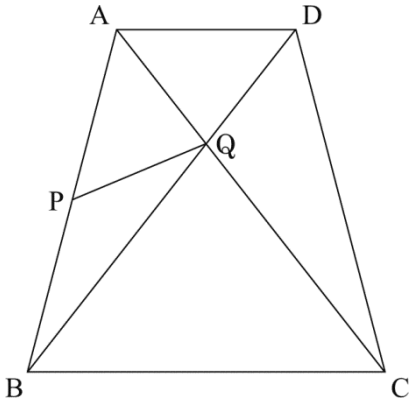
△ABP の面積が，原点 O と 2 点 A，B を結んでできる△ABO の面積の 3 倍になるような点 P は 2 つある。この 2 つの点の座標を，それぞれ求めなさい。

図２



4 下の図のように AD // BC，AB＝BC，AB＝2AD である台形 ABCD がある。辺 AB の中点を P，線分 AC と線分 BD の交点を Q とし，点 P と点 Q を結ぶ。

このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。



問１　△PAQ∽△BCQ となることの証明を次の［　　］の中に途中まで示してある。

(a)　，　(b)　，　(c)　に入る最も適当なものを，次の**選択肢**の**ア**～**ケ**のうちから，それぞれ１つずつ選び，符号で答えなさい。

また，　(d)　には証明の続きを書き，**証明**を完成させなさい。

ただし，［　　］の中の①～⑥に示されている関係を使う場合，番号の①～⑥を用いてもかまわないものとする。

証明

△PAQ と△DAQ において，

仮定より，　　PA＝DA　　……①

△BAC は BA＝BC の二等辺三角形だから，

∠PAQ＝ (a)　　……②

平行線の (b) は等しいから，

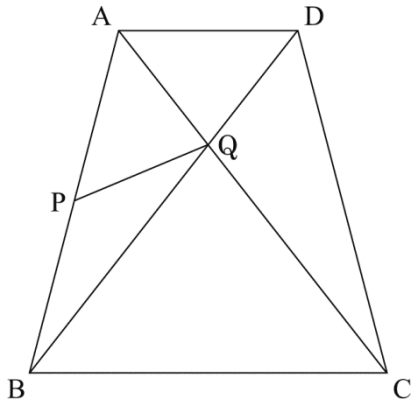
AD // BC より，∠DAQ＝ (a)　……③

②，③より，∠PAQ＝∠DAQ　　……④

また，　　AQ＝AQ (共通)　　……⑤

①，④，⑤より，(c) がそれぞれ等しいので，

△PAQ≡△DAQ　　……⑥

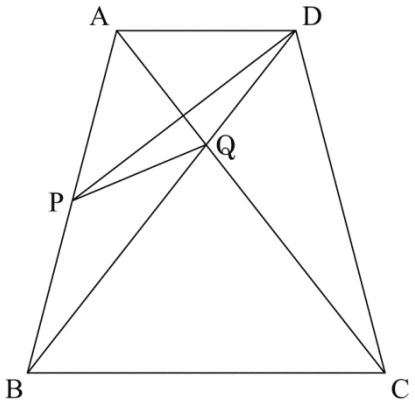


(d)

選択肢

ア　∠DQA	**イ**　∠BCQ	**ウ**　∠CBQ
エ　底　角	**オ**　同位角	**カ**　錯　角
キ　3　辺	**ク**　2 辺とその間の角	**ケ**　1 辺とその両端の角

問２　点 P と点 D を結んでできる△QPD の面積を a cm^2 とするとき，△ABC の面積を a を用いて表しなさい。



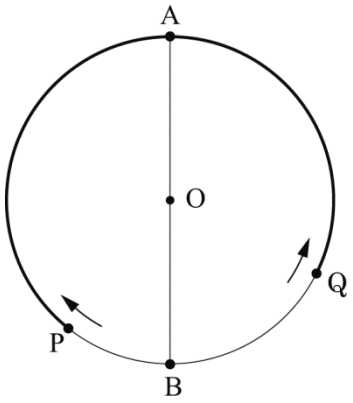
5 右の**図１**のように，点 O を中心とし，線分 AB を直径とする円 O がある。

2 点 P，Q は同時に点 B を出発し，点 A に向かって，点 P は時計回りに，点 Q は反時計回りに，それぞれ一定の速さで円周上を移動する。2 点 P，Q とも，点 A に到着後，向きを変え逆方向に移動し，点 B に到着後，また向きを変え逆方向に移動する。2 点 P，Q とも，この動きをくり返す。

x 秒後の，点 A を含む$\overset{\frown}{\mathrm{PQ}}$の長さを y cm とするとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

ただし，2 点 P，Q とも点 B 上にあるときは，y を円周の長さとし，2 点 P，Q とも点 A 上にあるときは，y を 0 とする。

図１



問１　円 O の円周の長さを 12 cm，点 P の速さを毎秒 1 cm，点 Q の速さを毎秒 2 cm とするとき，次の**なつこさんと先生の会話１**を読み，あとの(1)，(2)の問いに答えなさい。

なつこさんと先生の会話１

なつこ：2 点 P，Q が，点 B を同時に出発するとき，点 A を含む$\overset{\frown}{\mathrm{PQ}}$の長さは 12 cm ですね。

先　生：そう，x=0 のとき，y=12 ということだね。それでは，x と y の関係をグラフに表してみよう。0≦x≦3 のときは，**図２**のようになるね。

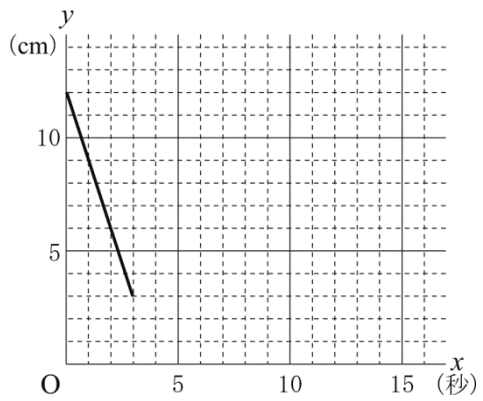
(なつこさんは，このあと x と y の関係をグラフに表して確かめました。)

なつこ：x=12 のとき y=12 になっています。点 B を同時に出発した 2 点 P，Q が，12 秒後には，点 B にはじめて同時にもどることがわかりました。グラフは，このあと，くり返し同じ形が現れることになるのですね。

(1) 下の**図２**は，0≦x≦3 のとき，x と y の関係を表したグラフである。

3≦x≦15 のときの x と y の関係を表すグラフを，**図２**のグラフの続きにかきなさい。

図２



(2) 2 点 P，Q が，点 B を同時に出発してから 5 分経過するまでに，2 点 P，Q を結んだ線分 PQ が，円 O の直径になるのは何回あるか，求めなさい。

問２　円 O の円周の長さを 360 cm，点 P の速さを毎秒 12 cm，点 Q の速さを毎秒 15 cm とするとき，次の**なつこさんと先生の会話２**を読み，あとの(1)～(3)の問いに答えなさい。

なつこさんと先生の会話２

先　生：2 点 P，Q が，点 B を同時に出発してから，点 B に，はじめて同時にもどるまでの時間を T 秒とすると，T 秒ごとに同じ形のグラフが現れることがわかったと思う。

なつこ：グラフをかかないと，T の値を求めることはできないのですか。

先　生：さっき，円周の長さが 12 cm，点 P の速さが毎秒 1 cm，点 Q の速さが毎秒 2 cm のとき，T＝12 となることを確認してもらったけれど，2 点 P，Q とも，点 B を出発してから，再び点 B にもどるまでに移動する距離は，円周の長さと一致するよね。点 P，点 Q が 12 cm の距離を移動するのにかかる時間はどうなるかな。

なつこ：点 P は 12 秒，点 Q は 6 秒になります。

先　生：それが T を求めるヒントになっているはずだよ。

なつこ：なんとなくわかったような気がします。

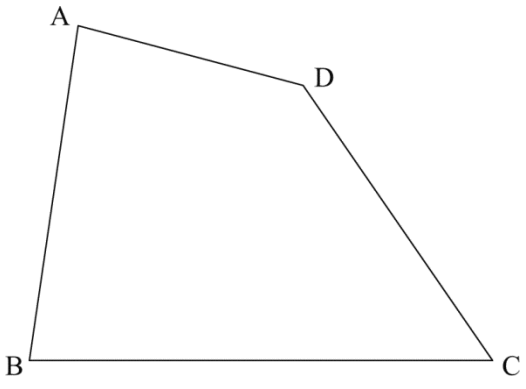
先　生：円周の長さが 360 cm，点 P の速さが毎秒 12 cm，点 Q の速さが毎秒 15 cm の場合を考えてみよう。

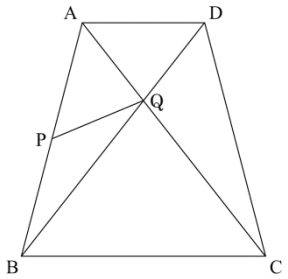
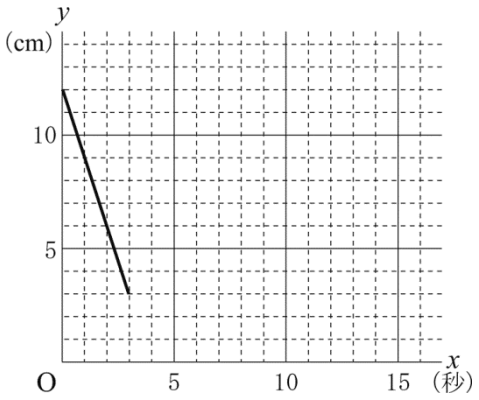
(1) 2 点 P，Q が，点 B を同時に出発してから，点 B に，はじめて同時にもどるまで何秒かかるか，求めなさい。

(2) 点 A を含む$\overset{\frown}{\mathrm{PQ}}$に対する円周角が，はじめて 18° になるときの x の値を求めなさい。

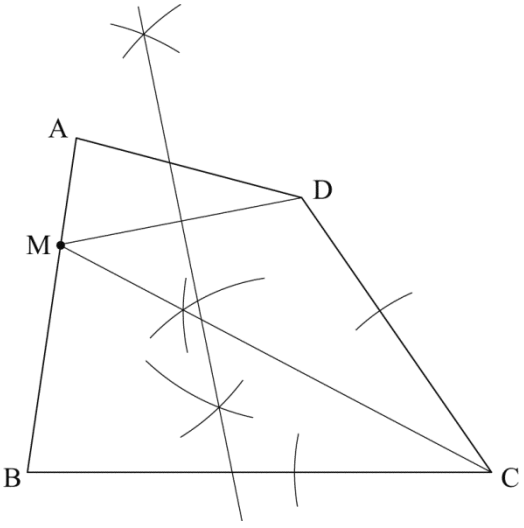
(3) x＝1210 のときの y の値を求めなさい。

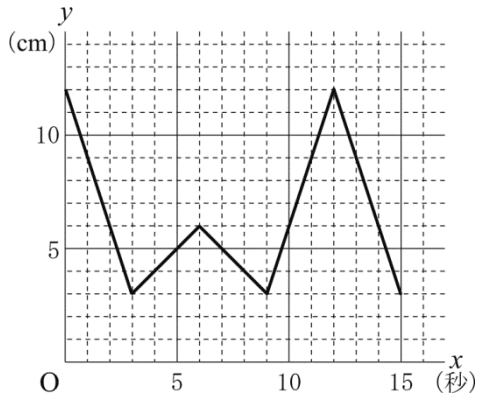
数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-15-公-千葉(後)-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４	$x=$		
		問５			
		問６			
数-15-公-千葉(後)-KY-02	2	問１			
		問２	$y=$		
		問３	度		
		問４			
		問５			
数-15-公-千葉(後)-KY-03	3	問１			
		問２	(　　,　　)　(　　,　　)		

	問題番号		解　　答						配点	備　　考
数−15−公−千葉(後)−KY−04	4	問１	(a)		(b)		(c)			
			(d)							
		問２	cm^2							
数−15−公−千葉(後)−KY−05	5	問１	(1)							
			(2)	回						
		問２	(1)	秒						
			(2)	$x=$						
			(3)	$y=$						

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−千葉(後)−大−01	1	問１	3	5	
		問２	-10	5	
		問３	$3x+8y$	5	
		問４	$x=-7$	5	
		問５	$-3+\sqrt{35}$	5	
		問６	$(x-2)(x-3)$	5	
数−15−公−千葉(後)−大−02	2	問１	ウ	6	
		問２	$y=-\dfrac{12}{x}$	6	
		問３	20　(度)	6	
		問４	$\dfrac{17}{36}$	6	
		問５		6	異なる作図の方法でも，正しければ，6点を与える。 文字Mは，書かれていなくてもよい。 また，部分点を与えるときは，3点とする。
数−15−公−千葉(後)−大−03	3	問１	$y=-2x+4$	4	
		問２	$\left(-\dfrac{1}{2},\ -7\right)$　　$(-2,\ -4)$	各3	順不同

	問題番号		解答						配点	備考
数−15−公−千葉(後)−K−04	4	問1	(a)	イ	(b)	カ	(c)	ク	各2	
			(d)	△PAQ と△BCQ において， ∠AQD＝∠CQB (対頂角)　……⑦ ⑥より，　∠AQP＝∠AQD　……⑧ ⑦，⑧より，　∠AQP＝∠CQB　……⑨ ②，⑨より，2 組の角がそれぞれ等しいので， △PAQ∽△BCQ				6	異なる証明の方法でも，正しければ，6 点を与える。 また，部分点を与えるときは，3 点とする。
		問2	$12a$　(cm^2)						3	
数−15−公−千葉(後)−K−05	5	問1	(1)						3	
			(2)	75　(回)					3	
		問2	(1)	120　(秒)					3	
			(2)	$x=12$					3	
			(3)	$y=90$					3	

数-15-公-千葉(後)-KS-01

1　問１　$11+(-8)=11-8=3$

問２　$2^2\div\left(-\frac{2}{5}\right)=4\times\left(-\frac{5}{2}\right)=-10$

問３　$2(3x+y)-3(x-2y)=6x+2y-3x+6y=3x+8y$

問４　$\frac{3x-1}{2}=\frac{5x+2}{3}$　両辺を 6 倍して，$3(3x-1)=2(5x+2)$　$9x-3=10x+4$　$-x=7$　$x=-7$

問５　$(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+2\sqrt{5})=(\sqrt{7})^2+(-\sqrt{5}+2\sqrt{5})\sqrt{7}-\sqrt{5}\times2\sqrt{5}=7+\sqrt{35}-10=-3+\sqrt{35}$

問６　$(x-1)^2-3(x-1)+2$ において，$x-1=A$ とする。$A^2-3A+2=(A-1)(A-2)$
もとに戻して，$\{(x-1)-1\}\{(x-1)-2\}=(x-2)(x-3)$

数-15-公-千葉(後)-KS-02

2　問１　52 円の品物を x 個買ったとすると，82 円の品物は $(15-x)$ 個買ったと表せる。
代金が 1020 円より，$52x+82(15-x)=1020$　$52x+1230-82x=1020$　$-30x=-210$　$x=7$
よって，52 円の品物は 7 個。したがって，選択肢は**ウ**。

問２　y は x に反比例するので，求める式を $y=\frac{a}{x}$ とおく。$x=2$ のとき $y=-6$ より，$-6=\frac{a}{2}$　$a=-12$
よって，求める式は，$y=-\frac{12}{x}$

問３　点 C を通り直線 ℓ に平行な直線 n をひき，AB との交点を D とする。
AB＝AC より，$\angle ACB=\angle ABC=50^\circ$
$\ell\,//\,n$ より，錯角は等しいので，$\angle BCD=30^\circ$　$\angle DCA=50^\circ-30^\circ=20^\circ$
CD $//$ n より，同様に$\angle x=20^\circ$

問４　さいころの目の組み合わせは，全部で 36 通り。
そのうち，積が 30 の約数 1，2，3，5，6，10，15，30 になるのは，(大，小)＝(1，1)，(1，2)，(1，3)，(1，5)，(1，6)，(2，1)，(2，3)，(2，5)，(3，1)，(3，2)，(3，5)，(5，1)，(5，2)，(5，3)，(5，6)，(6，1)，(6，5) の 17 通り。よって，求める確率は，$\frac{17}{36}$

問５　まず，∠BCD の二等分線をかく。AB の交点を M とし，次に線分 DM の垂直二等分線をかく。これが求める折り目となる。

数-15-公-千葉(後)-KS-03

3　問１　点 A は $y=2x^2$ 上の点で，x 座標は-2 より，$y=2\times(-2)^2=8$　よって，A$(-2,\ 8)$
同様に，B$(1,\ 2)$　求める直線 ℓ の式を $y=ax+b$ とする。A$(-2,\ 8)$，B$(1,\ 2)$ を通るから，傾き a は，
$a=\frac{2-8}{1-(-2)}=-2$　したがって，$y=-2x+b$　直線 ℓ は A$(-2,\ 8)$ を通るから，$x=-2$，$y=8$ を代入して整理すると，$b=4$　よって，求める式は $y=-2x+4$

問２　点 C$(-2,\ -3)$ と y 軸について対称な点は D$(2,\ -3)$ で，正方形 CDEF を E，F が負の数になるようにとるとき，E$(2,\ -7)$，F$(-2,\ -7)$ となる。ここで，直線 ℓ の $y=-2x+4$ と y 軸との交点 K は $(0,\ 4)$ となり，y 軸上の負の範囲で，MK＝3OK となる点 M は $(0,\ -8)$ となる。
この点 M を通り，直線 ℓ に平行な直線 r 上の点を Q とすると，△ABQ＝3△ABO となる。
したがって，この直線 r は，$y=-2x-8$
直線 r と正方形 CDEF との交点が求める点 P で，線分 CF との交点と線分 EF との交点の 2 点がある。
線分 CF との交点は $x=-2$ より，$y=4-8=-4$　よって，P$(-2,\ -4)$
線分 EF との交点は $y=-7$ より，$-7=-2x-8$　$2x=-1$　$x=-\frac{1}{2}$
よって，もう 1 点は，P$\left(-\frac{1}{2},\ -7\right)$

数-15-公-千葉(後)-KS-04

4 **問1**　△PAQ と△DAQ において，二等辺三角形の性質や平行線の性質を利用して，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいことを示し，合同を導く。次に△PAQ≡△DAQ を利用して 2 組の角がそれぞれ等しいことより，△PAQ∽△BCQ を示す。

問2　AD // BC より，DQ : QB＝AD : CB＝1 : 2　よって，△PBQ＝2△QPD＝$2a$(cm^2)　AP＝PB より，△PAQ＝△PBQ＝$2a$(cm^2)　よって，△ABQ＝$2a+2a=4a$(cm^2)　AQ : QC＝1 : 2 より，△BCQ＝2△ABQ＝$2\times4a=8a$(cm^2)　△ABC＝△ABQ＋△BCQ＝$4a+8a=12a$(cm^2)

数-15-公-千葉(後)-KS-05

5 **問1**　(1) $3\leqq x\leqq6$ のとき，P は B から A に，Q は A から B に移動する。このとき，$\overset{\frown}{\mathrm{PQ}}$は，$6-x+2x-6=x$ より，$y=x$　$6\leqq x\leqq9$ のとき，P は A から B に，Q は B から A に移動する。このとき，$\overset{\frown}{\mathrm{PQ}}$は，$x-6+18-2x=-x+12$ より，$y=-x+12$　$9\leqq x\leqq12$ のとき，P は A から B に，Q は A から B に移動する。このとき，$\overset{\frown}{\mathrm{PQ}}$は $x-6+2x-18=3x-24$ より，$y=3x-24$　$12\leqq x\leqq15$ のとき，$0\leqq x\leqq3$ のときと同じグラフになる。

(2) PQ が円 O の直径になるのは，$\overset{\frown}{\mathrm{PQ}}$が 6 になるとき，$0\leqq x\leqq12$ の中に $y=6$ となるのは $x=2$，6，10 の 3 回。5 分＝300 秒　$300\div12=25$ より，0 秒から 12 秒までの動きを 25 回繰り返すので，PQ が直径になるのは，$3\times25=75$(回)。

問2　(1) 点 P が B にはじめてもどるまでに $360\div12=30$(秒)，Q が B にはじめてもどるまでに $360\div15=24$(秒)　$30=2\times3\times5$ と $24=2^3\times3$ より，最小公倍数は $2^3\times3\times5=120$(秒)　よって，はじめて同時にもどるまでに 120 秒かかる。

(2) $\overset{\frown}{\mathrm{PQ}}$に対する円周角が 18° のとき，円周角の定理より，∠POQ＝18° ×2＝36°

よって，$\overset{\frown}{\mathrm{PQ}}$は $360\times\dfrac{36}{360}=36$(cm)　$0\leqq x\leqq12$ のとき，$\overset{\frown}{\mathrm{PQ}}$は，$360-12x-15x=360-27x$(cm)

したがって，$360-27x=36$　$x=12$

(3) $1210\div120=10$ あまり 10　よって，$x=1210$ のときの y の値は $x=10$ のときの y の値と一致する。$0\leqq10\leqq12$ より，$y=360-27x$ に $x=10$ を代入して，$y=360-27\times10=90$