Ｒ２　千葉県(前)　公立　数学　問題

数-20-公-千葉(前)-問-01

1　次の問１～問６に答えなさい。

問１　$-2+9$　を計算しなさい。

問２　$-5^2+18\div\frac{3}{2}$　を計算しなさい。

問３　$2(x+4y)-3\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y\right)$　を計算しなさい。

問４　方程式　$x-7=\frac{4x-9}{3}$　を解きなさい。

問５　$\sqrt{50}+6\sqrt{2}-\frac{14}{\sqrt{2}}$　を計算しなさい。

問６　$2x^2-32$　を因数分解しなさい。

数-20-公-千葉(前)-問-02

2　次の問１～問５に答えなさい。

問１　関数 $y=-x^2$ について，x の変域が $a\leqq x\leqq b$ のとき，y の変域は $-9\leqq y\leqq 0$ である。このとき，a，b の値の組み合わせとして最も適当なものを，次の**ア**～**エ**のうちから１つ選び，符号で答えなさい。

ア　$a=-1$，$b=0$

イ　$a=-3$，$b=-1$

ウ　$a=1$，$b=3$

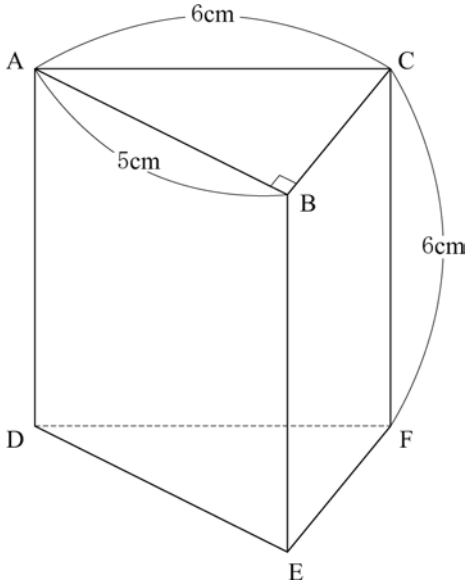
エ　$a=-1$，$b=3$

問２　右の表は，あるクラスの生徒 36 人が夏休みに読んだ本の冊数を，度数分布表に整理したものである。

5 冊以上 10 冊未満の階級の相対度数を求めなさい。

階級（冊）	度数（人）
以上　未満	
0〜 5	11
5〜10	9
10〜15	7
15〜20	6
20〜25	3
計	36

問３　下の図のように，底面が AB＝5 cm，AC＝6 cm，∠ABC＝90 °の直角三角形で，高さが 6 cm の三角柱がある。この三角柱の体積を求めなさい。



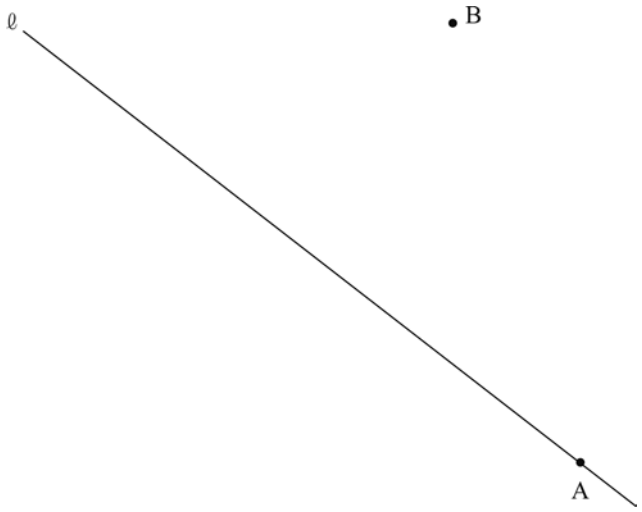
問４　大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げ，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とする。

このとき，$\frac{\sqrt{ab}}{2}$ の値が，有理数となる確率を求めなさい。

ただし, さいころを投げるとき, 1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

問５　下の図において，点Ａは直線ℓ上の点，点Ｂは直線ℓ上にない点である。直線ℓ上に点Ｐをとり，∠APB＝120 °となる直線 BP を作図しなさい。また，点Ｐの位置を示す文字Ｐも書きなさい。

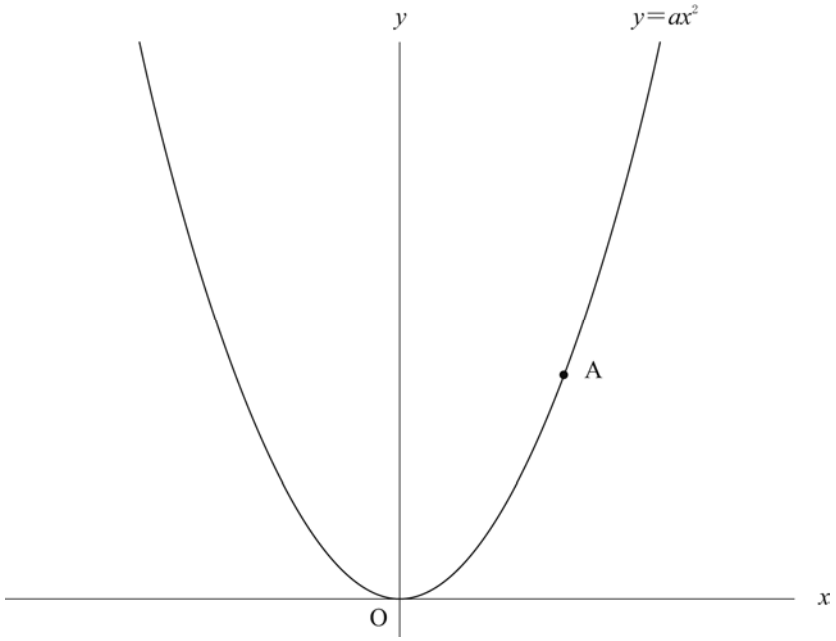
ただし，三角定規の角を利用して直線をひくことはしないものとし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



数-20-公-千葉(前)-問-03

3　下の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点Ａがあり，点Ａの座標は(3，4)である。ただし，$a>0$ とする。

このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。



問１　a の値を求めなさい。

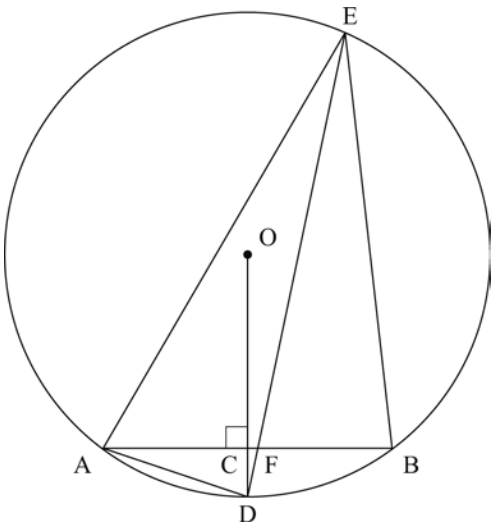
問２　x 軸上に点 B を，OA＝OB となるようにとる。
ただし，点 B の x 座標は負とする。
このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) 2 点 A，B を通る直線の式を求めなさい。

(2) 原点 O を通り，直線 AB に平行な直線をℓとする。点 A から x 軸に垂線をひき，直線ℓとの交点を C とする。また，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に，x 座標が 3 より大きい点 D をとり，点 D から x 軸に垂線をひき，直線 OA との交点を E，直線ℓとの交点を F とする。
△AOC と四角形 ACFE の面積の比が 16：9 となるとき，点 D の座標を求めなさい。

数-20-公-千葉(前)-問-04

4　下の図のように，円 O の円周上に 2 点 A，B がある。点 O から線分 AB に垂線をひき，線分 AB との交点を C，円との交点を D とし，点 A と点 D を結ぶ。また，点 D を含まない$\overset{\frown}{AB}$上に，2 点 A，B とは異なる点 E をとり，点 E と 2 点 A，B をそれぞれ結ぶ。線分 AB と線分 DE の交点を F とする。
このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。



問１　△EAD∽△EFB となることの証明を，次ページの［　　］の中に途中まで示してある。
［ (a) ］，［ (b) ］に入る最も適当なものを，次ページの**選択肢**の**ア**～**カ**のうちからそれぞれ 1 つずつ選び，符号で答えなさい。また，［ (c) ］には証明の続きを書き，**証明**を完成させなさい。
ただし，［　　］の中の①～④に示されている関係を使う場合，番号の①～④を用いてもかまわないものとする。

証明

点 O と 2 点 A，B をそれぞれ結ぶ。

△OAC と△OBC において，

円の半径であるから，

OA＝ (a) ……①

仮定より，

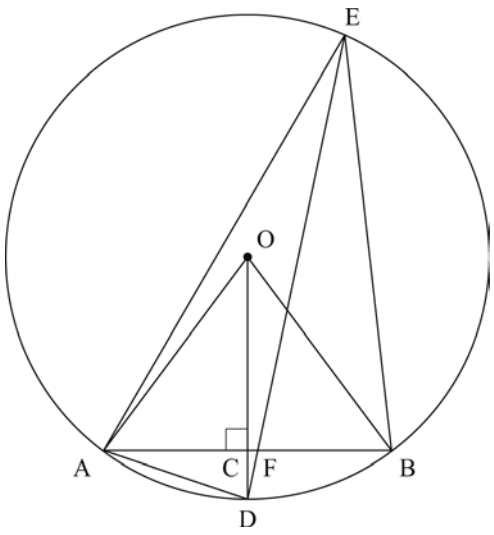
∠OCA＝∠OCB＝90° ……②

OC は共通 ……③

①，②，③より，

（b） がそれぞれ等しいから，

△OAC≡△OBC ……④



（c）

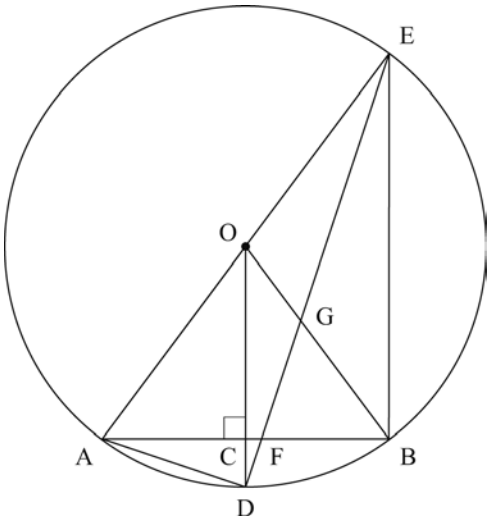
選択肢

ア AE　　**イ** BC　　**ウ** OB

エ 2 組の辺とその間の角　　**オ** 直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角

カ 直角三角形の斜辺と他の 1 辺

問 2　線分 AE を円 O の直径とし，EB＝6 cm，AD：DE＝1：3，CF：FB＝1：8 とする。
線分 OB と線分 ED の交点を G とするとき，△GFB の面積を求めなさい。



5 空(から)の箱Aと箱Bが1つずつあり，それぞれの箱には，ビー玉の個数を増やすために，次のような**しかけ**がしてある。

箱Aと箱Bのしかけ

・箱Aにビー玉を入れると，箱の中のビー玉の個数は，入れた個数の3倍になる。

・箱Bにビー玉を入れると，箱の中のビー玉の個数は，入れた個数の5倍になる。

1つの箱にビー玉をすべて入れた後，箱の中のビー玉すべて取り出すことをくり返し，ビー玉の個数を増やしていく。

例えば，はじめに10個のビー玉を用意し，箱Aを1回使った後，箱Bを1回使ったときについて考える。10個のビー玉は，箱Aを使うことによって30個になり，この30個のビー玉は，箱Bを使うことによって150個になるので，最後に取り出したビー玉の個数は150個である。

このとき，次の**問1**～**問4**に答えなさい。

問1 はじめに2個のビー玉を用意し，箱Aを2回使った後，箱Bを2回使った。最後に取り出したビー玉の個数を求めなさい。

問2 はじめにビー玉をいくつか用意し，箱A，箱Bを合計5回使ったところ，最後に取り出したビー玉の個数は2700個であった。はじめに用意したビー玉の個数を求めなさい。

問3 箱Aと箱Bに加え，空の箱Xを1つ用意する。箱Xには，次のような**しかけ**がしてある。

箱Xのしかけ

・箱Xにビー玉を入れると，箱の中のビー玉の個数は，入れた個数のx倍になる。
ただし，xは自然数とする。

はじめに1個のビー玉を用意し，箱Aを2回使った後，箱Bを1回使い，さらにその後，箱Xを2回使ったところ，最後に取り出したビー玉の個数は$540x$個であった。

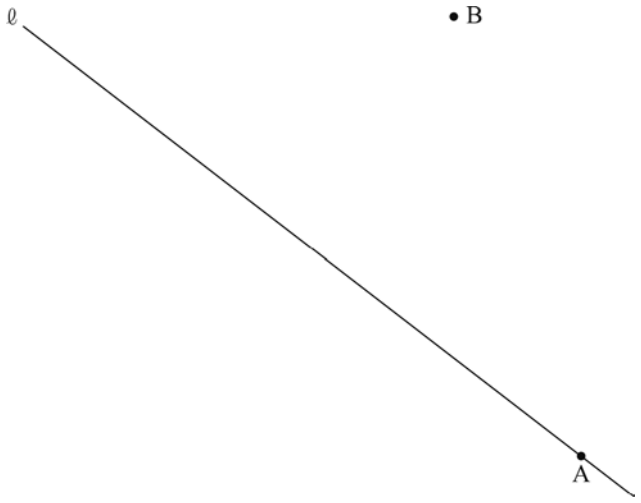
このとき，x の値を求めなさい。ただし，答えを求める過程が分かるように，式やことばも書きなさい。

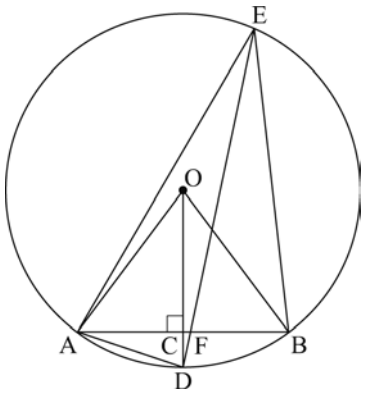
問4 1枚のコインを1回投げるごとに，表が出れば箱Aを使い，裏が出れば箱Bを使うこととする。

はじめに4個のビー玉を用意し，1枚のコインを4回投げ，箱A，箱Bを合計4回使うとき，最後に取り出したビー玉の個数が1000個をこえる確率を求めなさい。

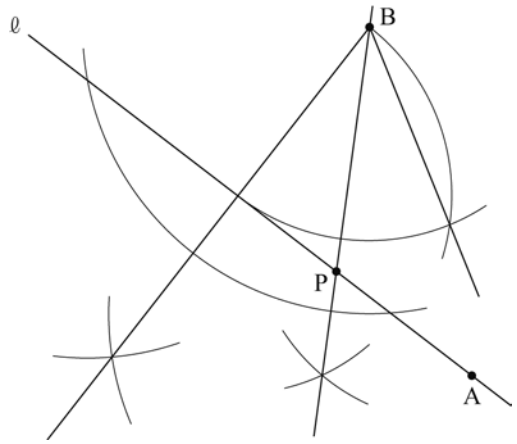
ただし，コインを投げるとき，表と裏のどちらが出ることも同様に確からしいものとする。

数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公-千葉(前)-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４	$x=$		
		問５			
		問６			
数-20-公-千葉(前)-KY-02	2	問１			
		問２			
		問３	cm^3		
		問４			
		問５			
数-20-公-千葉(前)-KY-03	3	問１	$a=$		
		問２ (1)			
		問２ (2)	(　　,　　)		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-20-公-千葉(前)-KY-04	4	問１	（a）			
			（b）			
			（c）			
		問２		cm^2		
数-20-公-千葉(前)-KY-05	5	問１		個		
		問２		個		
		問３				
		問４				

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公-千葉(前)-ｋ-01	1	問１	7	5	
		問２	-13	5	
		問３	$\frac{1}{2}x+9y$	5	$\frac{x+18y}{2}$でもよい。
		問４	$x=-12$	5	
		問５	$4\sqrt{2}$	5	
		問６	$2(x+4)(x-4)$	5	
数-20-公-千葉(前)-ｋ-02	2	問１	エ	5	
		問２	0.25	5	
		問３	$15\sqrt{11}$　(cm^3)	5	
		問４	$\frac{2}{9}$	5	
		問５		5	異なる作図の方法でも，正しければ，５点を与える。
数-20-公-千葉(前)-ｋ-03	3	問１	$a=\frac{4}{9}$	5	
		問２ (1)	$y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$	5	
		問２ (2)	$\left(\frac{15}{4},\ \frac{25}{4}\right)$	5	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-20-公-千葉(前)-K-04	4	問１	（a）	ウ	2	
			（b）	カ	2	
			（c）	△EAD と△EFB において， ④より， $\angle AOD = \angle BOD$　……⑤ 1 つの弧に対する円周角は，その弧に対する中心角の半分であるから， $\angle AED = \frac{1}{2}\angle AOD$　……⑥ $\angle FEB = \frac{1}{2}\angle BOD$　……⑦ ⑤，⑥，⑦より， $\angle AED = \angle FEB$　……⑧ また，$\overset{\frown}{AE}$に対する円周角は等しいので， $\angle ADE = \angle FBE$　……⑨ ⑧，⑨より， 2 組の角がそれぞれ等しいので， △EAD ∽ △EFB	6	異なる証明でも，正しければ，6 点を与える。 また，部分点を与えるときは，3 点とする。
		問２	$\frac{24}{13}$ (cm^2)		5	
数-20-公-千葉(前)-K-05	5	問１	450 (個)		3	
		問２	4 (個)		3	
		問３	箱 A を 2 回，箱 B を 1 回，箱 X を 2 回使うので， $1\times3^2\times5\times x^2 = 540x$ これを解くと， $45x^2-540x = 0$ $x^2-12x = 0$ $x(x-12) = 0$ $x = 0,\ 12$ x は自然数だから，$x = 12$		4	異なる過程でも，正しければ，4 点を与える。 また，部分点を与えるときは，2 点とする。
		問４	$\frac{5}{16}$		5	

数-20-公-千葉(前)-KS-01

1　【計算分野】

〈千葉県（前期)〉

① **問１・２** 正負の数の計算，**問３** 式の計算，**問４** １次方程式，**問５** 根号を含む式の計算，**問６** 因数分解

② 全体として基礎的な計算能力を問う大問。各問が同じ計算分野であるとはいえ，「計算しなさい」「因数分解しなさい」「方程式を解きなさい」など，問われている内容に正しく答えるよう気を付けよう。

問２　$-5^2+18\div\frac{3}{2}=-25+18\times\frac{2}{3}=-25+12=-13$

ポイント》累乗の”効力”に注意！

$-\boxed{5^2}=-5\times5=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

⇒このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

問６　$2x^2-32=2(x^2-16)=2(x+4)(x-4)$

ポイント》因数分解の基本は，① 共通因数でくくってから ② 公式を使う。

例　$4x^2-16y^2$ を因数分解しなさい。

正答　$4x^2-16y^2=4(x^2-4y^2)=4(x+2y)(x-2y)$

誤答　$4x^2-16y^2=(2x+4y)(2x-4y)$

このように，最初に共通因数でくくることをしないと，誤答の危険性が高まる！

数-20-公-千葉(前)-KS-02

2　【小問集合】

① **問１** 関数 $y^2=ax^2$ の変域，**問２** 資料の活用(相対度数)，**問３** 三角柱の体積，**問４** 確率，**問５** 作図

② 幅広い範囲から出題され，細かな知識が要求されることもある。教科書レベルの問題を繰り返し解いておこう。また，確率・作図については難度の高い問題が出されることがあるので，応用問題にも数多く触れておこう。

問１　選択式の問題については，一つひとつ検討していくのが基本的なやり方。

アは，x の変域が$-1\leqq x\leqq0$ となるので，y の変域は$-1\leqq y\leqq0$ となり，不適。

イは，x の変域が$-3\leqq x\leqq-1$ となるので，y の変域は$-9\leqq y\leqq-1$ となり，不適。

ウは，x の変域が $1\leqq x\leqq3$ となるので，y の変域は$-9\leqq y\leqq-1$ となり，不適。

エは，x の変域が$-1\leqq x\leqq3$ となるので，y の変域は$-9\leqq y\leqq0$ となり，これが正解。

問４　「$\frac{\sqrt{ab}}{2}$の値が，有理数となる」ということは，根号の中の「ab」が平方数（整数の 2 乗）となればよい。

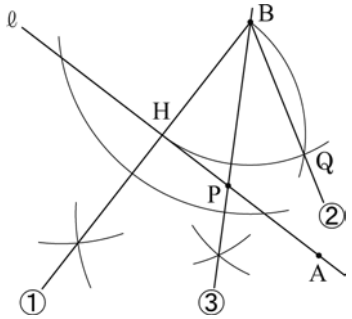
$ab=1$　となるのは，$(a,b)=(1,1)$　　$ab=4$　となるのは，$(a,b)=(1,4),(2,2),(4,1)$

$ab=9$　となるのは，$(a,b)=(3,3)$　　$ab=16$　となるのは，$(a,b)=(4,4)$

$ab=25$　となるのは，$(a,b)=(5,5)$　　$ab=36$　となるのは，$(a,b)=(6,6)$

よって，8 通りなので，$\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

問５



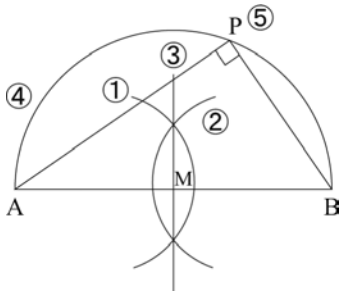
① 点 B から直線 ℓ に垂線 BH を下ろす。
② 点 B，H をそれぞれ中心として半径 BH の円をかき，その交点を Q として，直線 BQ をひく。（△BHQ が正三角形となり，∠HBQ＝60 °となる）
③ ∠HBQ の二等分線をひき，直線 ℓ との交点を P とする。（∠HBP＝30 °となる）
☆ △BHP において外角の性質より，
∠APB＝∠BHP＋∠HBP＝90 °＋30 °＝120 °

ポイント》具体的な角度を作図するには

作図でかくことができる角度は，90 °，60 °の足し算・引き算や 2 倍，$\frac{1}{2}$倍など（厳密にはそれ以外でも作図可能な角度はある）。

90 °は，基本的な垂線の作図のほか，半円の弧に対する円周角の性質を利用した作図方法（**図１**）がある。

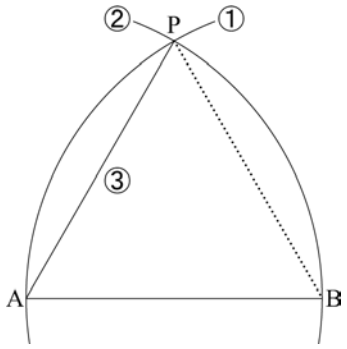
図１



①～③ 線分 AB の垂直二等分線を作図し，線分 AB の中点 M をとる。
④ 点 M を中心として，AM，BM が半径となるような円を作図する。
⑤ ④で描いた円周上に任意の点 P をとり，A と P，B と P を結ぶと，∠APB＝90 °となる。

60 °は，正三角形を作図する（**図２**）。

図２



①・② 点 A，B をそれぞれ中心として半径 AB の円をかき，その交点を P とする。
③ A と P を結ぶと，∠PAB＝60 °となる（△APB が正三角形となる）。

これらの角の二等分線を作図すれば，45 °や 30 °，15 °がかける。

3 【関数のグラフと図形】

問１

ポイント》すでに決定している「グラフの式」や「点の座標」に注目！

⇒式が決定している場合は点の座標が，点の座標が決定している場合はグラフの式が求められることが多い。

問２ (1)

ポイント》x 軸上の点 ⇒ y 座標が 0，y 軸上の点 ⇒ x 座標が 0

ポイント》条件や補足を表す接続語「ただし」の後は要チェック！

「x 軸上に点 B を，OA＝OB となるようにとる」とあるので，点 B の座標は(？,0)である。

さらに「ただし，点 B の x 座標は負とする」とあるので，点 B の座標は(負,0)である。

$OA=\sqrt{(3-0)^2+(4-0)^2}=\sqrt{25}=5$　だから，OB＝5。よって，点 B の x 座標は負なので，B(−5,0)

ポイント》直線の式の求め方

① $y=ax+b$ とおく。

② その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「(x,y)：対応する x,y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

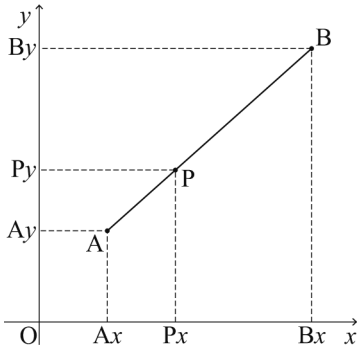
求める直線は A(3,4),B(−5,0)を通る直線なので，$y=ax+b$ に $(x,y)=(3,4),(-5,0)$ をそれぞれ代入すると，a,b についての連立方程式 $\begin{cases}4=3a+b\\0=-5a+b\end{cases}$ ができる。これを解くと，$(a,b)=\left(\frac{1}{2},\ \frac{5}{2}\right)$

よって，$y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$

(2)

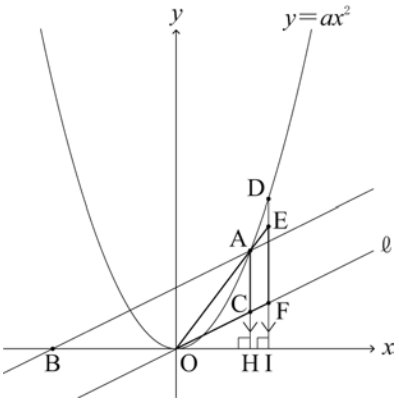
ポイント》「平行」「垂線」「面積の比」というキーワードから，「相似」をねらおう！

ポイント》グラフ上の線分比は，x 座標または y 座標を基準にして考える！



⇒　AP : PB ＝ $A_xP_x : P_xB_x$ ＝ $A_yP_y : P_yB_y$

x 軸と直線 AC,EF との交点をそれぞれ H,I とする。



△AOC：(四角形 ACFE)＝16：9 より，

△AOC：△EOF＝16：25

△AOC と△EOF において，

AH⊥OI,EI⊥OI より，AC//EF なので

同位角は等しいから∠OAC＝∠OEF,∠OCA＝∠OFE

よって 2 組の角がそれぞれ等しいから，△AOC∽△EOF

△AOC と△EOF の面積比が 16：25 なので，相似比は 4：5

よって，OA：OE＝4：5

また，△AOH と△EOI においても同様に，

△AOH∽△EOI なので

OH：OI＝OA：OE＝4：5 である。

点 A の x 座標が 3 なので，OH＝3 だから，

$3：\mathrm{OI}=4：5 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{OI}=\dfrac{15}{4}$

このことから，点 E の x 座標が$\dfrac{15}{4}$であることがわかる。

すなわち，点 D の x 座標も$\dfrac{15}{4}$であり，関数 $y=\dfrac{4}{9}x^2$ のグラフ上の点なので，

$y=\dfrac{4}{9}\times\left(\dfrac{15}{4}\right)^2=\dfrac{25}{4} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{D}\left(\dfrac{15}{4},\ \dfrac{25}{4}\right)$

数-20-公-千葉(前)-KS-04

4 【平面図形】

問１ (c)

ポイント》証明のポイント

① まずは，結論をチェック！

・今回は「相似」であることの証明で，かつ辺の長さに関する情報が無いので，使用する相似条件は「2 組の角がそれぞれ等しい」と見当をつける。

⇒ 等しい角を見つける！

② 仮定や直前に証明されたものを使って，条件を見つけよう！

・「円」があるので，「円周角の定理」をねらう！

・直前に「合同」であることが証明されているので，「合同な図形の対応する角」をねらう！

問２

ポイント》図形問題突破のポイント

① 求めたいものから，必要な情報を予測する！

・「△GFB の面積」はどの辺を底辺としても高さを求めるのが難しそうなので，「比」で求める可能性大！

② 発想を広げるためのキーワードに注目する！

・「円 O の直径」⇒「半円の弧に対する円周角は 90°」⇒「垂直」⇒「相似」「三平方の定理」

③ 前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

・問１で証明した△OAC≡△OBC や△EAD∽△EFB を使う。

問１より△EAD∽△EFB なので，AD：DE＝FB：BE＝1：3 より，FB：6＝1：3　⇒　FB＝2

CF：FB＝1：8 より，CF：2＝1：8　⇒　$CF=\frac{1}{4}$　⇒　$BC=CF+FB=\frac{1}{4}+2=\frac{9}{4}$

また，△OAC≡△OBC なので，$AC=BC=\frac{9}{4}$　⇒　$AB=\frac{9}{4}\times 2=\frac{9}{2}$

半円の弧である$\overset{\frown}{AE}$に対する円周角なので，

∠ABE＝90°… ①より

△EAB は直角三角形だから，三平方の定理より

$AE=\sqrt{AB^2+EB^2}=\sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2+6^2}=\sqrt{\frac{225}{4}}=\frac{15}{2}$

線分 OD は円 O の半径なので，$OD=\frac{1}{2}AE=\frac{15}{4}$

OD⊥CB，EB⊥CB より，OD//EB なので，

平行線と線分の比より，

図１

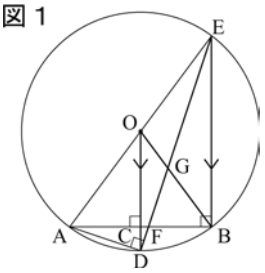


図２

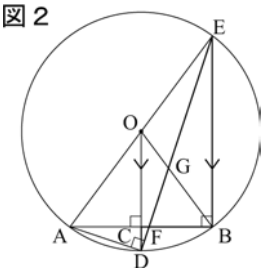


図１　DG：EG＝OD：BE＝$\frac{15}{4}$：6＝5：8　⇒　DG：EG：DE＝5：8：13 … ②

図２　DF：FE＝CF：BF＝1：8　⇒　DF：FE：DE＝1：8：9 … ③

②，③の DE を基に比を合わせると，DG：EG：DE＝45：72：117，DF：FE：DE＝13：104：117 だから

DF：FG：GE＝DF：(DG－DF)：GE＝13：32：72　⇒　FG：FE＝32：104＝4：13

ここで①より，△EFB は直角三角形だから，$\triangle EFB=\frac{1}{2}\times FB\times EB=\frac{1}{2}\times 2\times 6=6$

△GFB：△EFB＝FG：FE＝4：13 より，△GFB：6＝4：13　⇒　$\triangle GFB=\frac{24}{13}$

数-20-公-千葉(前)-KS-05

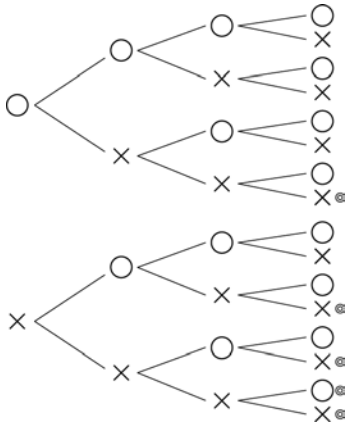
5　【規則性・方程式の利用・確率】

問２　「箱 A，箱 B を合計 5 回使った」ということは，はじめに入れたビー玉の個数に対して，3 または 5 が合計 5 回かけられていることになる。かけられた数を明らかにするために，2700 を素因数分解する。$2700=2^2\times 3^3\times 5^2$ なので，3 が 3 回，5 が 2 回かけられていた，すなわち箱 A を 3 回，箱 B を 2 回使ったということがわかった。よってはじめのビー玉の数は $2^2=4$(個)である。

問４　複雑な条件となっている確率の問題は，「そもそも何を行っているのか」に着目する。

今回は，「1 枚のコインを 4 回投げている」ので，まずはその樹形図をかく。

表が出ることを「○」，裏が出ることを「×」で表すと，樹形図は下図のようになる。



はじめのビー玉が 4 個で，最後に取り出したときに 1000 個以上になるということは，

1000÷4＝250 より，合計 4 回で 250 以上の数がかけられればこの条件を満たすことがわかる。

そのような組み合わせとなるのは，「箱 A を 1 回，箱 B を 3 回で，$3\times 5^3=375$ がかけられる」ときと「箱 A を 0 回，箱 B を 4 回で，$5^4=625$ がかけられる」ときであるから，5 通り。

よって，$\frac{5}{16}$