H27　福井県　公立　数学　問題

数-15-公-福井-問-01

1　次の問いに答えよ。

問１　次の計算をせよ。

(1)　$3+2\times(-5)$

(2)　$8xy^2\div(-2y)$

(3)　$\sqrt{18}+\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

問２　$(x-2)^2+4(x-2)-12$　を因数分解せよ。

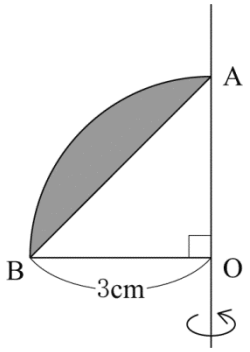
問３　下の度数分布表はＡさんがボウリングのゲームを 10 回行ったときの得点をまとめたものである。得点の平均値を求めよ。

階級(点)	度数(回)
140以上～160未満	3
160　～180	6
180　～200	1
計	10

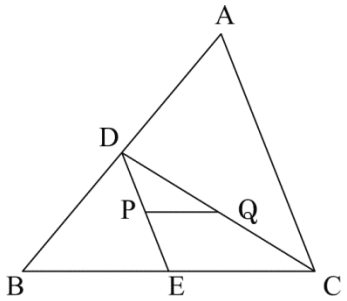
問４　下の表の y は x の 2 乗に比例している。□ にあてはまる値を求めよ。

x	0	1	2
y	0	3	□

問５　下の図のように，半径 3 cm，中心角 90°のおうぎ形 OAB がある。このとき，$\overset{\frown}{AB}$と弦 AB で囲まれた部分を直線 OA を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。



問６　下の図のように，△ABC で，2 辺 AB，BC の中点をそれぞれ D，E とし，DE，DC の中点をそれぞれ P，Q とする。このとき，△ABC の面積は△DPQ の面積の何倍になるか求めよ。



数-15-公-福井-問-02

2　2 つの奇数の積は奇数であることを，A さんは次のように証明した。

【A さんの証明】

n を整数とすると，2 つの奇数は $2n+1$，$2n+3$ と表される。
このとき，2 つの奇数の積は，

$$(2n+1)(2n+3) = 4n^2+8n+3$$
$$= 2(2n^2+4n+1)+1$$

$2n^2+4n+1$ は整数だから，これは奇数である。
よって，2 つの奇数の積は奇数である。

このとき，次の問いに答えよ。

問１　A さんの証明は正しくない。その理由を書け。

〔理由〕

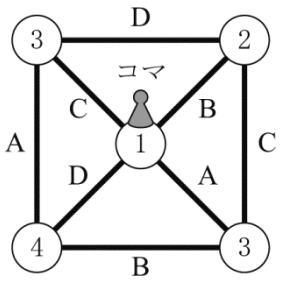
問２　２つの奇数の積は奇数であることを証明せよ。

〔説明〕

数-15-公-福井-問-03

3　下の図のように，5 つの地点に 1 から 4 の数字を，また，それらを結ぶ経路には A，B，C，D の文字を割り当て，次の［1］～［5］に従ってコマを動かし，2 けたの整数 X をつくる。

［1］最初，コマを①の地点におく。
［2］A，B，C，Dと書かれたカードが 1 枚ずつ入っている袋の中から，カードを 1 枚取り出す。書かれている文字と同じ経路にそってコマを移動させる。
［3］移動後の地点の数字を X の十の位の数字とする。
［4］カードをもどしたあと，［2］をもう一度行う。ただし，書かれている文字と同じ経路がなければ，コマを移動させない。
［5］最後にコマがある地点の数字を X の一の位の数字とする。



例えば，A，A の順にカードを取り出した場合，コマの位置は①→③→①となるので，X＝31
D，C の順にカードを取り出した場合，コマの位置は①→④→④となるので，X＝44
となる。このとき，次の問いに答えよ。

問１　X＝23 となるカードの取り出し方を例にならってすべて書き出せ。
例　C，A の順にカードを取り出す場合，答の欄にC→Aと記入する。

問２　X が素数となる確率を求めよ。ただし，どのカードの取り出し方も同様に確からしいとする。

数-15-公-福井-問-04

4　ある町内の子ども会ではクリスマス会のプレゼント用に，1 本 30 円の鉛筆と，1 冊 100 円のノートを合計 10000 円分準備した。これらをクリスマス会の参加者に配ったところ，鉛筆はちょうど 4 本ずつ配ることができたが，ノートは 2 冊ずつ配ると 4 冊余った。最初に準備した鉛筆の本数を x 本，ノートの冊数を y 冊とするとき，次の問いに答えよ。

問１　クリスマス会の参加人数を x を用いて表せ。

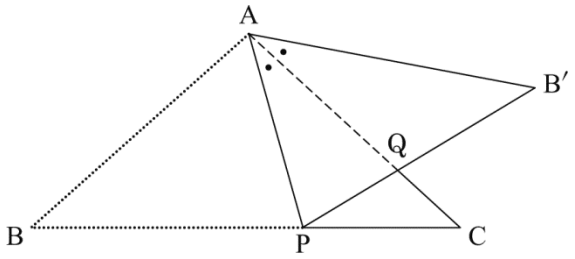
問２　x と y についての連立方程式をつくれ。

問３　**問２**の連立方程式を解いて，準備した鉛筆の本数とノートの冊数を求めよ。

数-15-公-福井-問-05

5　下の図のように，AB＝AC の二等辺三角形 ABC の辺 BC 上に点 P をとり，線分 AP を折り目として折り曲げる。頂点 B が移った点を B′，線分 PB′ と辺 AC との交点を Q とし，∠PAC＝∠CAB′ となるように折り曲げたとき，次の問いに答えよ。

問１　△APC∽△PQC であることを証明せよ。

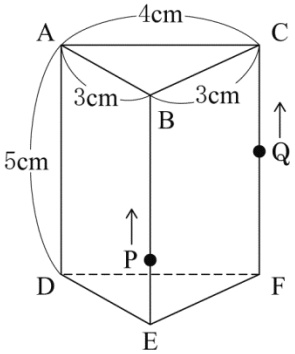


問２　BA＝BP となるとき，∠ABC の大きさを求めよ。

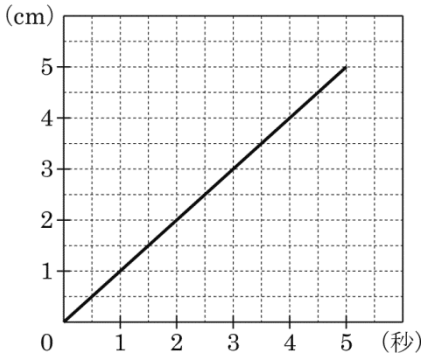
数-15-公-福井-問-06

6　右の図のように，AB＝BC＝3 cm，AC＝4 cm，AD＝5 cm の三角柱がある。点 P は，E を出発して辺 BE 上を毎秒 1 cm の速さで動き，B で停止する。点 Q は，F を出発して辺 CF 上を毎秒 2 cm の速さで動き，C で折り返して F にもどったところで停止する。

2 点 P, Q が同時に出発し, 出発してからの時間を x 秒（$0 \leqq x \leqq 5$）とする。このとき，次の問いに答えよ。



問１　下の図は点 P が出発してからの時間と，点 P と底面 DEF との距離の関係を表すグラフである。この図に，点 Q が出発してからの時間と, 点 Q と底面 DEF との距離の関係を表すグラフをかき入れよ。



問２　点 P と底面 DEF との距離と, 点 Q と底面 DEF との距離の差が 2 cm となる x の値をすべて求めよ。

問３　2 点 P，Q 間の距離の 2 乗を PQ^2 と表すとき，次の各場合について，PQ^2 を x を用いて表せ。

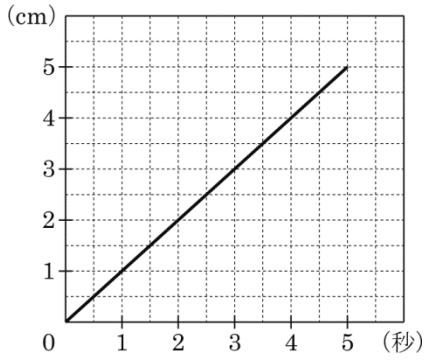
(1)　$0 \leqq x \leqq \dfrac{5}{2}$ のとき

(2)　$\dfrac{5}{2} \leqq x \leqq 5$ のとき

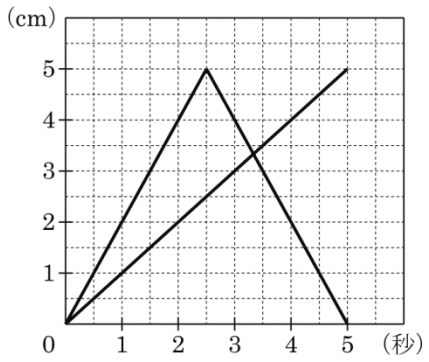
問４　$\angle DPQ = 90^\circ$ となる x の値をすべて求めよ。

H27　福井県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-15-公-福井-KY-01	1	問1	(1)			
			(2)			
			(3)			
		問2				
		問3	点			
		問4				
		問5	cm^3			
		問6	倍			
数-15-公-福井-KY-02	2	問1	〔理由〕			
		問2	〔証明〕			
数-15-公-福井-KY-03	3	問1				
		問2				

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−福井−KY−04	4	問１	人		
		問２			
		問３	準備した鉛筆の本数　　本 準備したノートの冊数　　冊		
数−15−公−福井−KY−05	5	問１	〔証明〕		
		問２	∠ABC＝　　度		
数−15−公−福井−KY−06	6	問１			
		問２	x＝		
		問３ (1)	PQ^2＝		
		問３ (2)	PQ^2＝		
		問４	x＝		

	問題番号		解答		配点	備考
数−I5−公−福井−K−01	1	問1	(1)	-7	4	
			(2)	$-4xy$	4	
			(3)	$\frac{9\sqrt{2}}{2}$	4	
		問2	$(x+4)(x-4)$		4	
		問3	166　(点)		5	
		問4	12		5	
		問5	9π　(cm^3)		5	
		問6	16　(倍)		5	
数−I5−公−福井−K−02	2	問1	〔理由〕 Aさんの証明は連続する2つの奇数の場合のみを示していて，すべての場合を証明してはいないから。		4	
		問2	〔証明〕 2つの奇数は整数 m，n を使って，$2m+1$，$2n+1$ で表される。 このとき，2つの奇数の積は $(2m+1)(2n+1)=4mn+2m+2n+1$ $=2(2mn+m+n)+1$ $2mn+m+n$ は整数だから，これは奇数である。 よって，2つの奇数の積は奇数である。		6	
数−I5−公−福井−K−03	3	問1	B→C，B→D		4	
		問2	$\frac{7}{16}$		6	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−福井−大−04	4	問１	$\frac{x}{4}$　(人)	2	
		問２	$\begin{cases} 30x+100y=10000 \\ y=2\times\frac{x}{4}+4 \end{cases}$	6	
		問３	準備した鉛筆の本数　120　(本) 準備したノートの冊数　64　(冊)	4	
数−15−公−福井−大−05	5	問１	〔証明〕 △APC と△PQC で, AB＝AC から,　∠ABP＝∠ACP　……① 仮定より,　∠ABP＝∠AB′P　……② ①，②から，∠AB′P＝∠ACP なので, 円周角の定理の逆から，4 点 A，P，C，B′は同じ円周上にある。 円周角の定理より,　∠CAB′＝∠QPC　……③ 仮定より,　∠CAB′＝∠PAC　……④ ③，④から,　∠PAC＝∠QPC　……⑤ 共通な角だから,　∠PCA＝∠QCP　……⑥ ⑤，⑥から，2 組の角が，それぞれ等しいので, △APC∽△PQC	8	
		問２	∠ABC＝36　(度)	4	
数−15−公−福井−大−06	6	問１		4	
		問２	$x=2,\ \frac{8}{3},\ 4$	4	
		問３ (1)	$PQ^2=x^2+9$	3	
		問３ (2)	$PQ^2=9x^2-60x+109$	3	
		問４	$x=1,\ \frac{5+\sqrt{22}}{3}$	6	

数-15-公-福井-KS-01

1　**問1**　(1)　$3+2\times(-5)=3-10=-7$

(2)　$8xy^2\div(-2y)=-\dfrac{8xy^2}{2y}=-4xy$

(3)　$\sqrt{18}+\dfrac{3}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}+\dfrac{3\sqrt{2}}{2}=\dfrac{6\sqrt{2}}{2}+\dfrac{3\sqrt{2}}{2}=\dfrac{9\sqrt{2}}{2}$

問2　$(x-2)^2+4(x-2)-12$　$x-2=M$ とおくと，$M^2+4M-12=(M+6)(M-2)$　もとに戻して，$\{(x-2)+6\}\{(x-2)-2\}=(x+4)(x-4)$

問3　度数分布表から平均値を求めるには，①　各階級値×度数を求める，②　①で求めた値の総和を求める，③　②で求めた値を度数の合計で割る。よって，$(150\times3+170\times6+190\times1)\div10=1660\div10=166$(点)

問4　y は x^2 に比例していることより，式を $y=ax^2$ とおく。$x=1$ のとき $y=3$ より，$3=a\times1^2$　$a=3$　よって，式は $y=3x^2$　$x=2$ のとき，$y=3\times2^2=12$

問5　求める体積は，おうぎ形 OAB を OA を軸として 1 回転させてできる半径 3 cm の半球の体積から，△OAB を OA を軸として 1 回転させてできる底面の半径 3 cm，高さ 3 cm の円錐の体積をひいたものである。よって，求める体積は，$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4}{3}\pi\times3^3-\dfrac{1}{3}\pi\times3^2\times3=18\pi-9\pi=9\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

問6　△DEC において，DP＝PE，DQ＝QC より，中点連結定理から PQ // EC　同位角が等しいので，2 組の角がそれぞれ等しくなるから，△DPQ∽△DEC　相似比は 1：2 より，面積比は 1：4
よって，△DEC＝4△DPQ　また，BE＝EC より，△DBC＝2△DEC＝2×4△DPQ＝8△DPQ
さらに，AD＝DB より，△ABC＝2△DBC＝2×8△DPQ＝16△DPQ　よって，16 倍。

数-15-公-福井-KS-02

2　**問1**　$2n+1$ と $2n+3$ は連続する 2 つの奇数だから，連続する 2 つの奇数の場合のみ成り立つことを証明している。すべての 2 つの奇数について成立するかどうかはいえない。

問2　2 つの奇数を文字を使って表し，その積を求める。本問では，m，n を整数とし，2 つの奇数を，$2m+1$，$2n+1$ と表して証明している。

数-15-公-福井-KS-03

3　**問1**　X＝23 となるのは，十の位が 2 だから，はじめは B　一の位が 3 だから，次は C または D
よって，B→C，B→D

問2　カードは A, B, C, D の 4 枚で，1 度目にカードを取り出した後戻すので，カードの取り出し方は，全部で 16 通り。そのうち，X が素数になるのは，A→A(X＝31)，B→C(X＝23)，B→D(X＝23)，C→C(X＝31)，D→A(X＝43)，D→B(X＝43)，D→D(X＝41) の 7 通り。よって，求める確率は，$\dfrac{7}{16}$

数-15-公-福井-KS-04

4　**問1**　4×(クリスマス会に参加した人数)＝(最初に準備した鉛筆の本数 x 本) より，クリスマス会に参加した人数は，$\dfrac{x}{4}$ 人。

問2　(鉛筆の代金)＋(ノートの代金)＝10000 円より，$30x+100y=10000$…①

2×(クリスマス会に参加した人数)＋4＝(最初に準備したノートの冊数 y 冊) より，$2\times\dfrac{x}{4}+4=y$

よって，$y=\dfrac{x}{2}+4$…②

問３　①÷10 より，$3x+10y=1000\cdots$①′

①′に②を代入して，$3x+10\left(\frac{x}{2}+4\right)=1000$　$3x+5x+40=1000$　$8x=960$　$x=120$

②に代入して $y=\frac{120}{2}+4=64$　よって，準備した鉛筆の本数は 120 本，ノートの冊数は 64 冊

数-15-公-福井-KS-05

5　**問１**　２組の角がそれぞれ等しいことから，△APC∽△PQC を示す。∠CA B′＝∠QPC は，∠A B′ P＝∠ACP より円周角の定理の逆から，4 点 A，P，C，B′が同一円周上にあることを利用して示す。

問２　∠PAC＝a°とおくと，△APC∽△PQC より，∠QPC＝a°　BA＝BP のとき，∠BPA＝∠BAP＝∠B′AP＝$2a$°　また，∠AP B′＝∠APB＝$2a$°　∠BPA＋∠AP B′＋∠QPC＝180°だから，$2a°+2a°+a°=180°$　$5a°=180°$　$a=36°$

数-15-公-福井-KS-06

6　**問１**　$0\leqq x\leqq\frac{5}{2}$ のとき，点 Q は CF 上を F から C に移動する。このとき，点 Q と底面 DEF との距離は $2x$ (cm)と表せる。$\frac{5}{2}\leqq x\leqq 5$ のとき，点 Q は CF 上を C から F に移動する。このとき，点 Q と底面 DEF との距離は $10-2x$ (cm)と表せる。よって，(0，0)から$\left(\frac{5}{2},\ 5\right)$まで直線で結び，$\left(\frac{5}{2},\ 5\right)$から (5，0) まで直線で結ぶ。

問２　点 P と点 Q の差が 2cm となるのは，グラフより 3 か所ある。$0\leqq x\leqq\frac{5}{2}$ のとき，$2x-x=2$　$x=2$

$\frac{5}{2}\leqq x\leqq 5$ で，Q が P の上部にあるとき，$10-2x-x=2$　$x=\frac{8}{3}$　P が Q の上部にあるとき，$x-(10-2x)=2$　$x=4$　よって，まとめると，$x=2$，$\frac{8}{3}$，4

問３　(1) P から CF に垂線をひき，交点を H とする。$0\leqq x\leqq\frac{5}{2}$ のとき，△PQH において，三平方の定理より $PQ^2=PH^2+QH^2=3^2+(2x-x)^2=x^2+9$

(2)　$\frac{5}{2}\leqq x\leqq 5$ のとき，Q が P の上部にあるとき，$PQ^2=PH^2+QH^2=3^2+(10-2x-x)^2=9x^2-60x+109$

P が Q の上部にあるとき，$PQ^2=PH^2+QH^2=3^2+(x-10+2x)^2=9x^2-60x+109$

よって，$PQ^2=9x^2-60x+109$

問４　$0\leqq x\leqq\frac{5}{2}$ のとき，三平方の定理より，$DP^2=3^2+x^2=9+x^2$　$DQ^2=4^2+(2x)^2=16+4x^2$

∠DPQ＝90°より，$DQ^2=DP^2+PQ^2$ だから，$16+4x^2=9+x^2+x^2+9$　$2x^2=2$　$x^2=1$　$x=\pm1$

$0\leqq x\leqq\frac{5}{2}$ より，$x=1$　$\frac{5}{2}\leqq x\leqq 5$ のとき，$DP^2=9+x^2$　$DQ^2=4^2+(10-2x)^2=4x^2-40x+116$

∠DPQ＝90°より，$DQ^2=DP^2+PQ^2$ だから，$4x^2-40x+116=9+x^2+9x^2-60x+109$

$6x^2-20x+2=0$　$3x^2-10x+1=0$　解の公式を利用して，$x=\frac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-4\times3\times1}}{2\times3}$

$=\frac{10\pm\sqrt{88}}{6}=\frac{10\pm2\sqrt{22}}{6}=\frac{5\pm\sqrt{22}}{3}$　$\frac{5}{2}\leqq x\leqq 5$ より，$x=\frac{5+\sqrt{22}}{3}$　よって，$x=1$，$\frac{5+\sqrt{22}}{3}$