H29　福井県　公立　数学　問題

数-17-公-福井-問-01

1　次の問いに答えよ。

問１　次の計算をせよ。

(1)　$2-(-6)\times 3$

(2)　$\sqrt{45}-\dfrac{20}{\sqrt{5}}$

(3)　$8a^2b\div(-3a)\times\dfrac{3}{4}ab$

問２　二次方程式 $(x-1)^2-3=0$ を解け。

問３　次のうち，正しいものの番号をすべて書け。

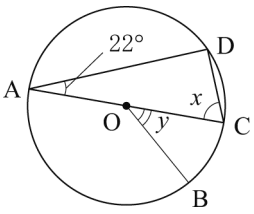
①　4 の平方根は 2 である。

②　循環しない無限小数を無理数という。

③　数直線上で，0 からある数までの距離を，その数の絶対値という。

④　$\sqrt{(-8)^2}$ は−8 である。

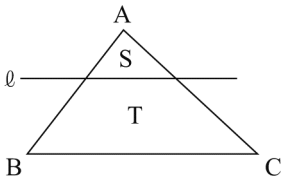
問４　下の図の円 O で$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}=\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$のとき，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めよ。ただし，線分 AC は円の直径である。

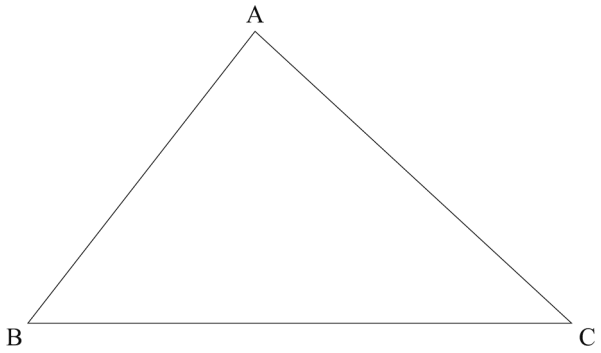


問５　下の図のように，A～J の 10 人が 10 点満点のゲームを行い，点数表を作ったが，汚れてしまい，G，H の点数がわからなくなった。ただし，点数は自然数であり，H の点数が G の点数より低いことはわかっている。このとき，H の点数と中央値を求めよ。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	平均値	範囲
点数	9	5	9	6	3	9	[redacted]		4	2	6.0	8

問６　右の図のように，△ABC を辺 BC と平行な直線 ℓ で 2 つに分けたとき，上の三角形を S，下の台形を T とする。S と T の面積比が 1 : 3 となるように下の図に，直線 ℓ を作図せよ。(作図に用いた線は消さないこと。)

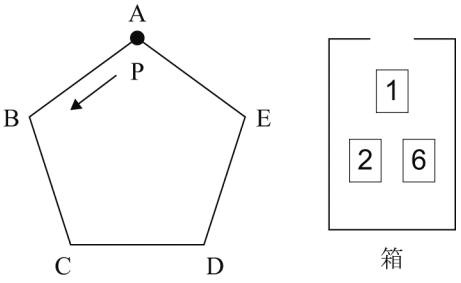




数-17-公-福井-問-02

2　下の図のように，正五角形 ABCDE と，1 ，2 ，6 と書かれたカードがそれぞれ 1 枚ずつ入った箱がある。点 P は最初，頂点 A にあり，【手順】に従って点 P を移動させる。

【手順】
［1］ 箱の中からカードを 1 枚取り出し，書かれた数を調べ，取り出したカードは箱にもどす。
［2］ ［1］の操作をもう 1 回行う。
［3］ 点 P を［1］と［2］で調べた数の和だけ，反時計回りに頂点を順に 1 つずつ移動させる。



例えば，取り出したカードが順に 6 ，2 のとき，点 P は頂点 D に移動する。

このとき，次の問いに答えよ。ただし，カードの取り出し方は，同様に確からしいとする。

問１　点 P が頂点 C に移動する確率を求めよ。

問２　この 3 枚のカードのときは，点 P が頂点 A に移動する確率は 0 である。そこで 3 枚のカードのうち，6 だけを他の自然数が書かれたカードに交換して，点 P が頂点 A に移動する確率が 0 でないようにしたい。どのような自然数が書かれたカードに交換すればよいか，その自然数について，言葉や数，式などを使って，すべての場合を説明せよ。

〔説明〕

数-17-公-福井-問-03

3　下のように 1，a，3，b が繰り返し並んでいる。ただし，a，b は定数とする。

(1 番目)　(2 番目)　(3 番目)　(4 番目)　(5 番目)　(6 番目)　(7 番目)　(8 番目)　(9 番目)

1 ，　a ，　3 ，　b ，　1 ，　a ，　3 ，　b ，　1 ，　……

このとき，次の問いに答えよ。

問１　310 番目は何か，1，a，3，b のいずれかを解答欄の（　　）に書き入れ，その理由を言葉や数，式などを使って説明せよ。

310 番目は（　　）である。

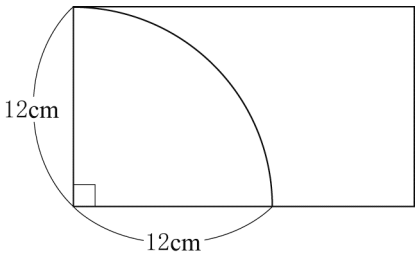
〔説明〕

問２　1 番目から 9 番目までの和が 17，1 番目から 310 番目までの和が 623 であるとき，a，b の値を求めよ。

数-17-公-福井-問-04

4 右の図のように，縦 12 cm の長方形の紙に半径 12 cm，中心角 90° のおうぎ形がかかれている。このおうぎ形を側面とする円錐の展開図を完成させるために，底面の円をかき加える。

このとき，次の問いに答えよ。



問１　底面の半径を求めよ。

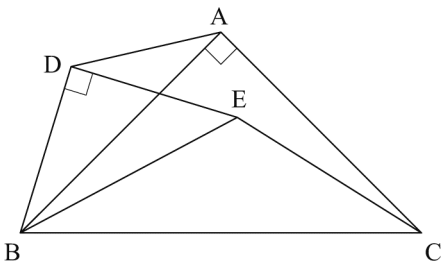
問２　長方形の横の長さを最も短くするために，底面をかき加える位置を工夫して，展開図を完成させた。このときの横の長さを求めよ。

数-17-公-福井-問-05

5 右の図のように，

AB＝AC，∠BAC＝90° の直角二等辺三角形 ABC と DB＝DE，∠BDE＝90° の直角二等辺三角形 DBE がある。

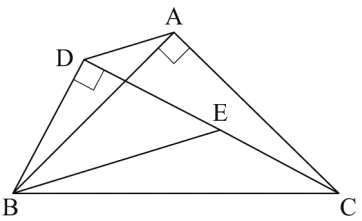
このとき，次の問いに答えよ。



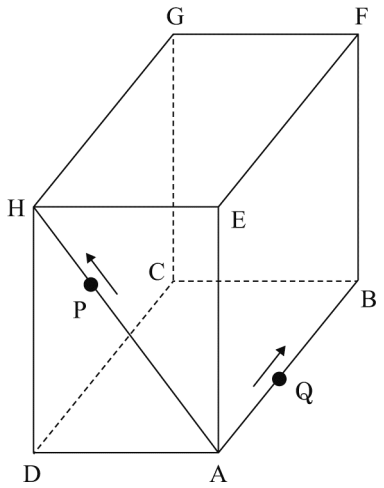
問１　△ADB∽△CEB であることを証明せよ。

〔証明〕

問２　AB＝3 cm，DB＝2 cm とし，3 点 D，E，C がこの順に一直線上に並ぶとき，△ADB の面積を求めよ。



6 右の図のように，AB＝5 cm，AD＝3 cm，AE＝4 cm の直方体がある。



点 P は，頂点 A を出発して，対角線 AH，辺 HG，GF，FE，EA 上を A→H→G→F→E→A の順に毎秒 2 cm の速さで動き，頂点 A に達したところで停止する。

点 Q は，頂点 A を出発して，辺 AB，BC 上を A→B→C→B の順に毎秒 1 cm の速さで動き，点 P が停止すると同時に停止する。2 点 P，Q が同時に頂点 A を出発し，出発してから x 秒後の三角錐 PDAQ の体積を y cm^3 とする。ただし，$x=0$ のとき，$y=0$ とする。

このとき，次の問いに答えよ。

問 1　点 P が対角線 AH 上にあるとき，

(1) x の変域を求めよ。

(2) $x=2$ のときの y の値を求めよ。

(3) y を x の式で表せ。

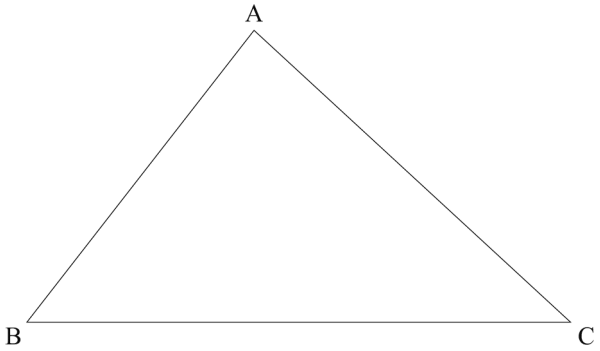
問 2　点 P が辺 HG 上にあるとき，x の変域を求めよ。また，そのときの y を x の式で表せ。

問 3　$5 \leqq x \leqq 9$ のとき，x の値に関係なく，y の値は一定になることを言葉や数，式などを使って説明せよ。

〔説明〕

問 4　三角錐 PDAQ の体積が 4 cm^3 となるのは何秒後か，すべて求めよ。

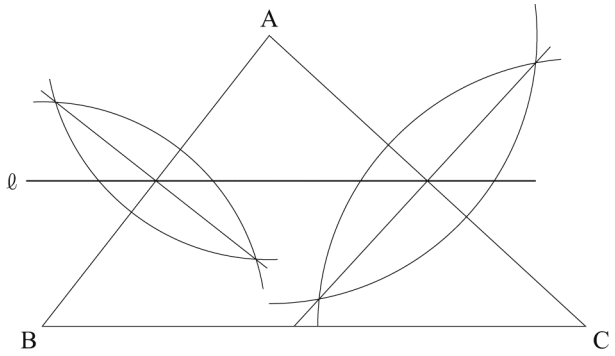
数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-17-公-福井-KY-01	1	問1	(1)			
			(2)			
			(3)			
		問2	$x=$			
		問3				
		問4	$\angle x=$　(度)	$\angle y=$　(度)		
		問5	Hの点数　(点)	中央値　(点)		
		問6				
数-17-公-福井-KY-02	2	問1				
		問2	〔説明〕			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−17−公−福井−KY−03	3	問１	310 番目は（　　）である。 〔説明〕		
		問２	a＝　　，b＝		
数−17−公−福井−KY−04	4	問１	(cm)		
		問２	(cm)		
数−17−公−福井−KY−05	5	問１	〔証明〕		
		問２	(cm^2)		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-17-公-福井-KY-06	6	問１	(1)	x の変域		
			(2)	$y=$		
			(3)	$y=$		
		問２	x の変域	$y=$		
		問３	〔説明〕			
		問４	(秒後)			

数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-17-公-福井-K-01	1	問1	(1)	20	4	
			(2)	$-\sqrt{5}$	4	
			(3)	$-2a^2b^2$	4	
		問2	$x=1\pm\sqrt{3}$		4	
		問3	②　③		4	
		問4	$\angle x=68$　(度)	$\angle y=44$　(度)	6	
		問5	H の点数　3　(点)	中央値　5.5　(点)	6	
		問6			6	
数-17-公-福井-K-02	2	問1	$\frac{4}{9}$		4	
		問2	〔説明〕 交換するカードに書かれた自然数が，「5 の倍数」の場合， 「5 の倍数から 1 を引いた数」の場合， 「5 の倍数から 2 を引いた数」の場合である。		6	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−17−公−福井−K−03	3	問１	310 番目は（　　a　　）である。 〔説明〕 310＝4×77＋2 より，「1，a，3，b」が 77 回繰り返され，次の「1，a，3，b」の 2 番目が 310 番目であるから。	6	
		問２	$a=6$，$b=-2$	4	
数−17−公−福井−K−04	4	問１	3　(cm)	4	
		問２	15　(cm)	6	
数−17−公−福井−K−05	5	問１	〔証明〕 △ADB と△CEB において △ABC は AB＝AC，∠BAC＝90° の直角二等辺三角形であるから AB : CB＝1 : $\sqrt{2}$ △DBE は DB＝DE，∠BDE＝90° の直角二等辺三角形であるから DB : EB＝1 : $\sqrt{2}$ よって　AB : CB＝DB : EB　……① また　∠DBA＝∠DBE−∠ABE＝45° −∠ABE ∠EBC＝∠ABC−∠ABE＝45° −∠ABE よって　∠DBA＝∠EBC　……② ①，②から　2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しいので △ADB∽△CEB	8	
		問２	$\dfrac{\sqrt{14}-2}{2}$　(cm^2)	4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−17−公−福井−06	6	問１	(1)	x の変域　$0 \leqq x \leqq \frac{5}{2}$	2	
			(2)	$y=\frac{16}{5}$	2	
			(3)	$y=\frac{4}{5}x^2$	2	
		問２	x の変域　$\frac{5}{2} \leqq x \leqq 5$	$y=2x$	4	
		問３	〔説明〕 三角錐 PDAQ の底面を△DAQ とみると，点 P は辺 GF，辺 FE 上を動くので，三角錐の高さは 4 (cm) で一定である。また，点 Q は辺 BC 上を動くので， 底面の面積は $\frac{1}{2}\times 3\times 5=\frac{15}{2}$ (cm^2) で一定である。 したがって，y は $\frac{1}{3}\times\frac{15}{2}\times 4=10$ (cm^3) で一定である。		5	
		問４	$\sqrt{5}$ ，　$\frac{51}{5}$　(秒後)		5	

数-17-公-福井-KS-01

1　**問1**　(1) $2-(-6)\times3=2-(-18)=2+18=20$

(2) $\sqrt{45}-\dfrac{20}{\sqrt{5}}=3\sqrt{5}-\dfrac{20\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=3\sqrt{5}-\dfrac{20\sqrt{5}}{5}=3\sqrt{5}-4\sqrt{5}=-\sqrt{5}$

(3) $8a^2b\div(-3a)\times\dfrac{3}{4}ab=8a^2b\div(-3a)\times\dfrac{3ab}{4}=-\dfrac{8a^2b\times3ab}{3a\times4}=-2a^2b^2$

問2　$(x-1)^2-3=0$　$(x-1)^2=3$　$x-1=\pm\sqrt{3}$　$x=1\pm\sqrt{3}$

(別解)　$x^2-2x+1-3=0$　$x^2-2x-2=0$　解の公式を利用して，

$x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}=1\pm\sqrt{3}$

問3　①　4の平方根は±2である。②　正しい。③　正しい。④　$\sqrt{(-8)^2}=\sqrt{64}=8$である。

問4　半円の弧に対する円周角は直角であるから，$\angle ADC=90^\circ$

△ACDにおいて，$\angle x=180^\circ-(90^\circ+22^\circ)=68^\circ$

$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$より，$\angle BAC=\angle CAD=22^\circ$だから，$\angle y=2\angle BAC=2\times22^\circ=44^\circ$

問5　A～Jの10人の点数の合計は，$6.0\times10=60$(点)

G，Hの点数の合計は，$60-(9+5+9+6+3+9+4+2)=13$(点)

(Hの点数)<(Gの点数)であり，範囲が8点であるから，次の2通りの場合が考えられる。

㋐　A，C，Fの9点が最高となる場合…$9-8=1$(点)が最低となる。

㋑　Jの2点が最低となる場合…$2+8=10$(点)が最高となる。

㋐の場合，$13-1=12$(点)より，Gが12点，Hが1点とわかる。10点満点のゲームだから，問題にあわない。

㋑の場合，$13-10=3$(点)より，Gが10点，Hが3点とわかる。問題にあっている。

10人の点数を低い順に並べると，2，3，3，4，5，6，9，9，9，10(単位：点)となるから，

中央値は，$\dfrac{5+6}{2}=5.5$(点)

問6　S：T＝1：3のとき，S：(S+T)＝1：(1+3)＝1：4＝$1^2:2^2$となるから，

直線ℓが△ABCの辺ABの中点，辺ACの中点を通るときを考えればよい。

辺ABの垂直二等分線と辺ABとの交点と，辺ACの垂直二等分線と辺ACとの交点を通る直線をℓとする。

数-17-公-福井-KS-02

2　**問1**　カードの取り出し方は，全部で，(1回目，2回目)＝(1，1)，(1，2)，(1，6)，(2，1)，(2，2)，(2，6)，(6，1)，(6，2)，(6，6)の9通り。このうち，点Pが頂点Cに移動する(和が2，7，12となる)場合は，下線をひいた4通り。よって，求める確率は，$\dfrac{4}{9}$

問2　和が5の倍数になるとき，点Pは頂点Aに移動する。

たとえば，6を4に交換すると，取り出したカードの組み合わせが1と4のとき，和が5になり，点Pは頂点Aに移動する。このことから，5の倍数より1小さい自然数が書かれたカードに交換するとよいことがわかる。

また，6を3に交換すると，取り出したカードの組み合わせが2と3のとき，和が5になり，点Pは頂点Aに移動する。このことから，5の倍数より2小さい自然数が書かれたカードに交換するとよいことがわかる。

さらに，6を5に交換すると，取り出したカードの組み合わせが5と5のとき，和が10になり，点Pは頂点Aに移動する。このことから，5の倍数が書かれたカードに交換するとよいことがわかる。

数-17-公-福井-KS-03

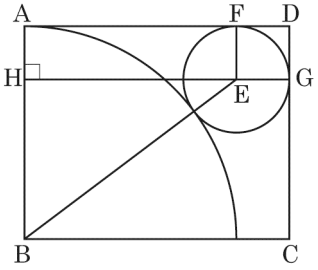
3 **問1**　1番目から310番目までの310個の数で，「1，a，3，b」は，$310\div4=77$ 余り 2 より，77回繰り返されることがわかる。「1，a，3，b」が77回繰り返された後，
$4\times77+1=309$（番目）が1，310番目が a となる。

問2　1番目から9番目までの和が17だから，$(1+a+3+b)\times2+1=17$…①
1番目から310番目までの和が623だから，$(1+a+3+b)\times77+1+a=623$…②
①と②を連立方程式として解くと，$a=6$，$b=-2$

数-17-公-福井-KS-04

4 **問1**　底面の半径を r cm とする。円錐の展開図では，側面のおうぎ形の弧の長さと，底面の円の周の長さは等しくなるから，$2\pi\times12\times\dfrac{90}{360}=2\pi r$　$2\pi r=6\pi$　$r=3$

問2　長方形の横の長さを最も短くするときの円錐の展開図は，右の図のようになる。このとき，円の接線は，その接点を通る半径に垂直であるから，EF⊥AD，EG⊥CD
よって，四角形DFEGは正方形だから，FD＝EG＝3 cm
点Eから辺ABに垂線EHをひくと，四角形AHEFは長方形だから，AH＝FE＝3 cm　また，△BEHにおいて，三平方の定理より，
$HE^2=BE^2-BH^2=(12+3)^2-(12-3)^2=144$　$HE>0$ より，
HE＝12cm　したがって，AF＝HE＝12cmだから，AD＝AF＋FD
＝12＋3＝15(cm)



数-17-公-福井-KS-05

5 **問1**　直角二等辺三角形の辺の比は，1：1：$\sqrt{2}$ であることを利用して，証明する。

問2　DE＝DB＝2 cm　$BC=\sqrt{2}\,AB=\sqrt{2}\times3=3\sqrt{2}$ (cm)
△BCDにおいて，三平方の定理より，$CD^2=BC^2-DB^2=(3\sqrt{2})^2-2^2=14$　$CD>0$ より，
$CD=\sqrt{14}$ cm
$CE=CD-DE=\sqrt{14}-2$ (cm) だから，$\triangle CEB=\dfrac{1}{2}\times CE\times DB=\dfrac{1}{2}\times(\sqrt{14}-2)\times2=\sqrt{14}-2$ (cm^2)
問1より，△ADB∽△CEBであり，相似比はAB：CB＝1：$\sqrt{2}$ だから，
面積の比は，$1^2:(\sqrt{2})^2=1:2$　よって，$\triangle ADB=\dfrac{1}{2}\triangle CEB=\dfrac{1}{2}\times(\sqrt{14}-2)=\dfrac{\sqrt{14}-2}{2}$ (cm^2)

数-17-公-福井-KS-06

6 **問1**　(1)　点Pが頂点A上にあるとき，$x=0$
△ADHにおいて，三平方の定理より，$AH^2=AD^2+DH^2=3^2+4^2=25$　$AH>0$ より，AH＝5 cm
点Pが頂点H上にあるとき，$x=5\div2=\dfrac{5}{2}$　よって，x の変域は，$0\leqq x\leqq\dfrac{5}{2}$

(2)　$x=2$ のとき，AP＝2×2＝4 (cm) である。また，点Qは辺AB上にあり，AQ＝1×2＝2 (cm) である。
三角錐PDAQの底面を△PDA，高さをAQとして，体積を求める。
$\triangle PDA=\dfrac{4}{5}\triangle HDA=\dfrac{4}{5}\times\left(\dfrac{1}{2}\times3\times4\right)=\dfrac{4}{5}\times6=\dfrac{24}{5}$ (cm^2) だから，$y=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{24}{5}\times2=\dfrac{16}{5}$

(3)　$0\leqq x\leqq\dfrac{5}{2}$ のとき，点Qは辺AB上にあり，AQ＝1×x＝x (cm) である。
(2)と同様に，三角錐PDAQの底面を△PDA，高さをAQとする。
$\triangle PDA=\dfrac{2x}{5}\triangle HDA=\dfrac{2x}{5}\times6=\dfrac{12x}{5}$ (cm^2) だから，$y=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{12x}{5}\times x=\dfrac{4}{5}x^2$

問２　**問１** (1) より，点 P が頂点 H 上にあるとき，$x=\dfrac{5}{2}$

また，点 P が頂点 G 上にあるとき，$x=(5+5)\div 2=5$ だから，x の変域は，$\dfrac{5}{2}\leqq x\leqq 5$

よって，$\dfrac{5}{2}\leqq x\leqq 5$ のとき，点 Q は辺 AB 上にあり，AQ$=1\times x=x$ (cm) だから，三角錐 PDAQ の底面を△DAQ とすると，高さは 4 cm で一定となる。よって，$y=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times 3\times x\right)\times 4=2x$

問３　$5\leqq x\leqq 9$ のとき，点 P は辺 GF，FE 上にあり，点 Q は辺 BC 上にある。

三角錐 PDAQ の底面を△DAQ とすると，△DAQ の面積は，$\dfrac{1}{2}\times 3\times 5=\dfrac{15}{2}$ (cm^2) で一定となる。

また，高さは 4 cm で一定となるから，$y=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{15}{2}\times 4=10$ より，$5\leqq x\leqq 9$ のとき，x の値に関係なく，y の値は 10 で一定になる。

問４　点 P が頂点 A に達したとき，$x=(5+5+3+5+4)\div 2=11$

よって，$9\leqq x\leqq 11$ のとき，点 P は辺 EA 上にあり，点 Q は辺 CB 上にある。

三角錐 PDAQ の底面を△DAQ とすると，△DAQ の面積は，$\dfrac{15}{2}$ cm^2 で一定となる。

高さは AP となり，AP＝AH＋HG＋GF＋FE＋EA－(点 P が x 秒間に動く長さ)

$=5+5+3+5+4-2\times x=22-2x$ (cm) より，$y=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{15}{2}\times(22-2x)=55-5x$

$0\leqq x\leqq\dfrac{5}{2}$ のとき，$y=\dfrac{4}{5}x^2$ だから，$y=4$ を代入して，$4=\dfrac{4}{5}x^2$　$x^2=5$

$x=\sqrt{5}$ は $0\leqq x\leqq\dfrac{5}{2}$ を満たし，問題にあっている。

$\dfrac{5}{2}\leqq x\leqq 5$ のとき，$y=2x$ だから，$y=4$ を代入して，$4=2x$

$x=2$ は $\dfrac{5}{2}\leqq x\leqq 5$ を満たさず，問題にあわない。

$5\leqq x\leqq 9$ のとき，$y=10$ だから，$y=4$ となる x の値は存在しない。

$9\leqq x\leqq 11$ のとき，$y=55-5x$ だから，$y=4$ を代入して，$4=55-5x$　$5x=51$

$x=\dfrac{51}{5}$ は $9\leqq x\leqq 11$ を満たし，問題にあっている。

したがって，三角錐 PDAQ の体積が 4 cm^3 となるのは，$\sqrt{5}$ 秒後，$\dfrac{51}{5}$ 秒後である。