H29　福岡県　公立　数学　問題

※「一般問題と追加問題を掲載」

～　一般問題　～

数-17-公-福岡-問-01

1　次の**問１**～**問９**に最も簡単な数または式で答えよ。
ただし，根号を使う場合は$\sqrt{\ }$の中を最も小さい整数にすること。

問１　$13+3\times(-6)$を計算せよ。

問２　$3(2a+3)-2(5a+4)$を計算せよ。

問３　$a=-3$，$b=4$のとき，$3a^2-5b$の値を求めよ。

問４　$\dfrac{30}{\sqrt{5}}+\sqrt{20}$を計算せよ。

問５　1次方程式$3x-8=7x+16$を解け。

問６　2次方程式$(x+1)^2=x+13$を解け。

問７　関数$y=\dfrac{2}{3}x^2$について，xの変域が$-1\leqq x\leqq 3$のときのyの変域を求めよ。

問８　1，3，5，7，9のカードが1枚ずつある。この5枚のカードから，同時に2枚のカードを取り出すとき，その2枚のカードにかかれている数の和が10以上になる確率を求めよ。
ただし，どのカードを取り出すことも同様に確からしいものとする。

問９　右の表は，A 中学校と B 中学校の生徒を対象に，携帯電話やスマートフォンの 1 日あたりの使用時間を調査し，その結果を度数分布表に整理したものである。

この表をもとに，A 中学校と B 中学校の「0 時間以上 1 時間未満」の階級の相対度数のうち，大きい方の相対度数を四捨五入して小数第 2 位まで求めよ。

階級（時間）	度数（人）	
	A 中学校	B 中学校
以上　未満 0 ～ 1	60	156
1 ～ 2	21	48
2 ～ 3	11	27
3 ～ 4	8	12
4 ～ 5	5	9
計	105	252

数-17-公-福岡-問-02

2　孝さんと花さんの学級では，数学の授業で次の**問題**が出された。

問題

> A 商店で，りんご 3 個を 1 袋に入れて 500 円，みかん 7 個を 1 袋に入れて 400 円で売ったところ，りんご 3 個を入れた袋とみかん 7 個を入れた袋が合わせて 60 袋売れ，その売上金額の合計は 25900 円でした。
>
> りんごとみかんは，それぞれ何個売れたでしょうか。

孝さんは，りんごが x 個，みかんが y 個売れたとし，連立方程式をつくって**問題**を解いた。

花さんは，りんご 3 個を入れた袋が x 袋，みかん 7 個を入れた袋が y 袋売れたとし，連立方程式をつくって**問題**を解いた。

次の**問 1** は式で，**問 2** は指示にしたがって答えよ。

問 1　下の ［　　］ 内は，**問題**を解くために，りんごが x 個，みかんが y 個売れたとしてつくった連立方程式である。［ **ア** ］ にあてはまる x と y を使った式を答えよ。

$$\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{7}=60 \\ \boxed{\ \ア\ \ }=25900 \end{cases}$$

問 2　りんご 3 個を入れた袋が x 袋，みかん 7 個を入れた袋が y 袋売れたとし，連立方程式をつくって**問題**を解け。解答は，解く手順にしたがってかき，答の ［　　］ の中には，あてはまる最も簡単な数を記入せよ。

数-17-公-福岡-問-03

3 右の**表**は，1 から 30 までの整数を順に並べたものである。

表

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30

表の中で，

1	2
	8	9

や

4	5
	11	12

のように並んでいる 4 つの数を

a	b
	c	d

として，$bd-ac$ の値について調べた。

a b / c d	1 2 / 8 9	4 5 / 11 12	15 16 / 22 23
$bd-ac$	$2\times9-1\times8$ $=10$ $=2+8$	$5\times12-4\times11$ $=16$ $=5+11$	$16\times23-15\times22$ $=38$ $=16+22$

これらの結果から，次のように予想した。

予想

$bd-ac$ の値は，$b+c$ の値に等しくなる。

予想がいつでも成り立つことを**証明**①のように証明した。

証明①

整数 n を用いて，$a=n$ とすると，b，c，d は n を用いて，

$b=n+1$，$c=n+7$，$d=n+8$ と表される。

$$\begin{aligned} bd-ac &= (n+1)(n+8)-n(n+7) \\ &= n^2+9n+8-n^2-7n \\ &= \underline{2n+8} \\ &= (n+1)+(n+7) \\ &= b+c \end{aligned}$$

したがって，$bd-ac$ の値は，$b+c$ の値に等しくなる。

次の**問１**は記号と式で，**問２**は指示にしたがって答えよ。

問１　$bd-ac$ の値について，いつでも成り立つことが**予想**のほかにもある。次の**ア**～**オ**のうち，正しいことを述べているものを１つ選び，それを示すためには，**証明**①の下線部 $\underline{2n+8}$ をどのように変形すればよいか，変形した式を答えよ。

ア　$bd-ac$ の値は，$a+b$ の値に等しくなる。

イ　$bd-ac$ の値は，$a+c$ の値に等しくなる。

ウ　$bd-ac$ の値は，$a+d$ の値に等しくなる。

エ　$bd-ac$ の値は，$b+d$ の値に等しくなる。

オ　$bd-ac$ の値は，$c+d$ の値に等しくなる。

問２　**表**の中で，

	2
7	8
13	

や

	9
14	15
20	

のように並んでいる 4 つの数を

	e
f	g
h	

とするとき，$fh-eg$ の値は，$f+g$ の値の 5 倍に等しくなることの**証明**②を完成せよ。

証明②

整数 n を用いて，e＝n とすると，f，g，h は n を用いて，

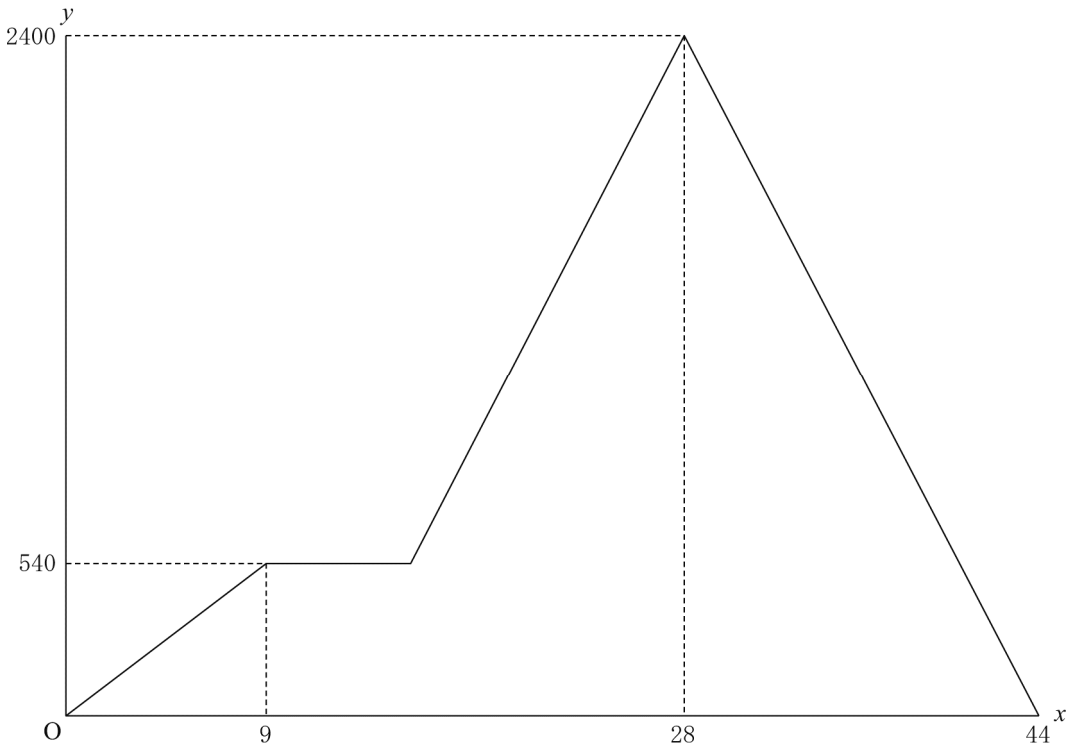
したがって，$fh-eg$ の値は，$f+g$ の値の 5 倍に等しくなる。

4 東西に一直線にのびたジョギングコース上に，P 地点と，P 地点から東に 540 m 離れた Q 地点と，Q 地点から東に 1860 m 離れた R 地点とがある。A さんは，このジョギングコースを通って P 地点と R 地点の間を 1 往復した。

A さんは，P 地点から Q 地点まで一定の速さで 9 分間歩き，Q 地点で立ち止まってストレッチをした後，R 地点に向かって分速 150 m で走った。A さんは，P 地点を出発してから 28 分後に R 地点に着き，すぐに P 地点に向かって分速 150 m で走ったところ，P 地点を出発してから 44 分後に再び P 地点に着いた。

下の図は，A さんが P 地点を出発してから x 分後に P 地点から y m 離れているとするとき，P 地点を出発してから再び P 地点に着くまでの x と y の関係をグラフに表したものである。

次の**問 1** ～**問 3** に最も簡単な数で答えよ。



問 1　A さんが P 地点を出発してから Q 地点に着くまでの歩いた速さは分速何 m か求めよ。

問 2　A さんが Q 地点から R 地点に向かって走り始めたのは，P 地点を出発してから何分何秒後か求めよ。

問 3　B さんは，A さんが P 地点を出発した後しばらくして，R 地点を出発し，このジョギングコースを通って P 地点まで分速 70 m の一定の速さで歩いた。

B さんは，P 地点に向かう途中で，R 地点に向かって走っている A さんとすれちがい，A さんが P 地点を出発してから 39 分後に，P 地点に向かって走っている A さんに追いつかれた。

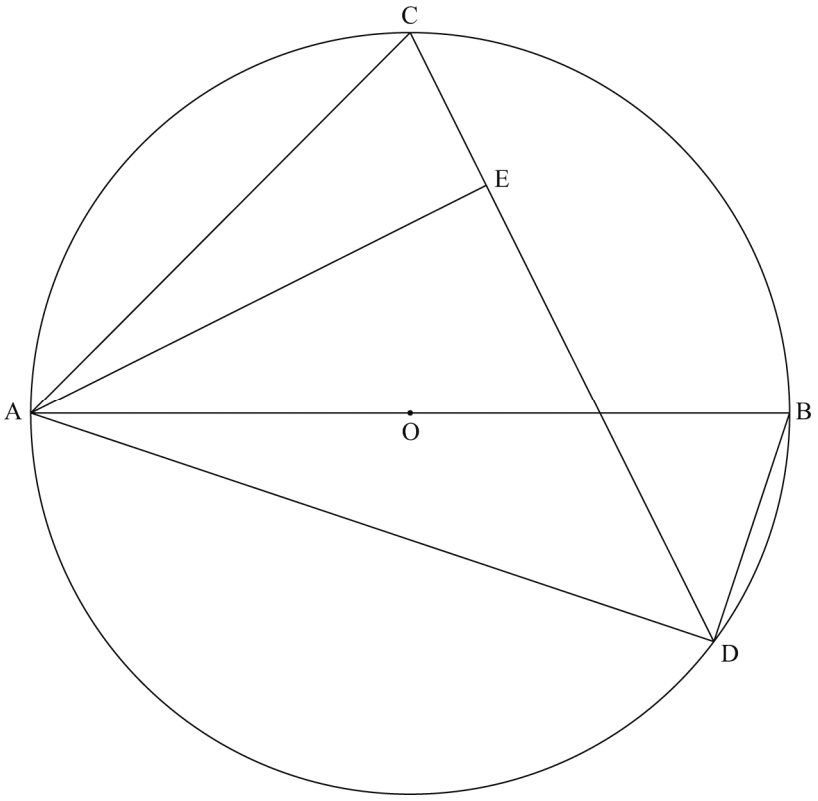
A さんと B さんがすれちがった地点は，P 地点から何 m 離れているか求めよ。

数-17-公-福岡-問-05

5 線分 AB を直径とする半径 5 cm の円 O がある。

下の図のように，$\overset{\frown}{AB}$上に点 C を$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CB}$となるようにとり，点 A と点 C を結ぶ。点 C を含まない$\overset{\frown}{AB}$上に点 D を AD＝3BD となるようにとり，点 A と点 D，点 B と点 D，点 C と点 D をそれぞれ結ぶ。点 A から線分 CD に垂線をひき，線分 CD との交点を E とする。

次の**問１**は指示にしたがって，**問２**は最も簡単な数で答えよ。



問１　図において，「△AEC∽△ADB である」ことを証明せよ。

問２　図において，点 B を通り線分 AE と平行な直線と線分 AD，CD との交点をそれぞれ F，G とするとき，四角形 AFGE の面積を求めよ。

6 **図１**は，底面 ABCDEF が 1 辺の長さ 4 cm である正六角形で，側面がすべて合同な長方形の六角柱 ABCDEFGHIJKL を表しており，AG＝6 cm である。

図２は，**図１**に示す立体において，点 G と点 I，点 H と点 J，点 H と点 L をそれぞれ結び，線分 GI と線分 HJ，HL との交点をそれぞれ P，Q としたものである。

次の**問１**は指示にしたがって，**問２**，**問３**は最も簡単な数で答えよ。

ただし，根号を使う場合は$\sqrt{}$の中を最も小さい整数にすること。

図１

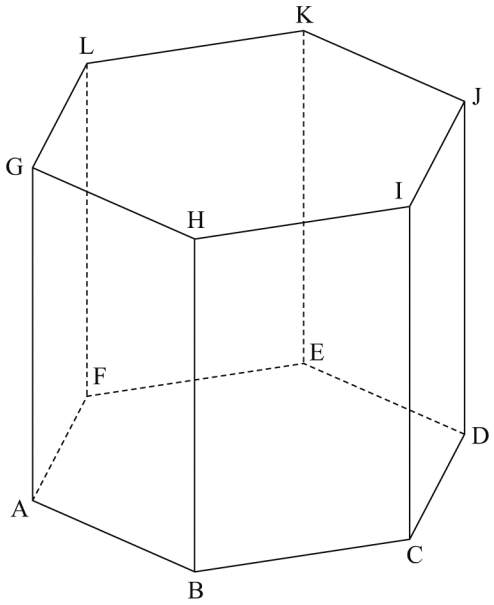
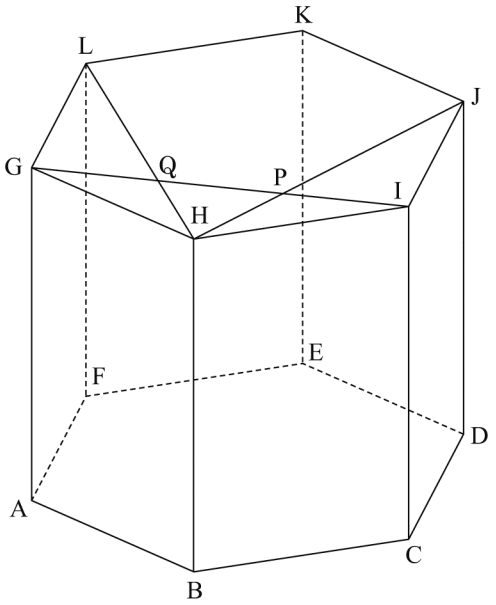


図２



問１　**図１**に示す立体において，次の**ア**～**カ**のうち，辺 BH とねじれの位置にある辺をすべて選び，記号で答えよ。

ア　辺 BC　　**イ**　辺 DE　　**ウ**　辺 AG　　**エ**　辺 EK

オ　辺 KL　　**カ**　辺 GH

問２　**図２**に示す立体において，三角すい BHPQ の体積を求めよ。

問３　**図１**に示す立体において，点 D と点 K を結び，線分 DK 上に点 R を△ADR と四角形 BCJG の面積比が 1 : 2 となるようにとる。

このとき，線分 DR の長さを求めよ。

～　追加問題　～

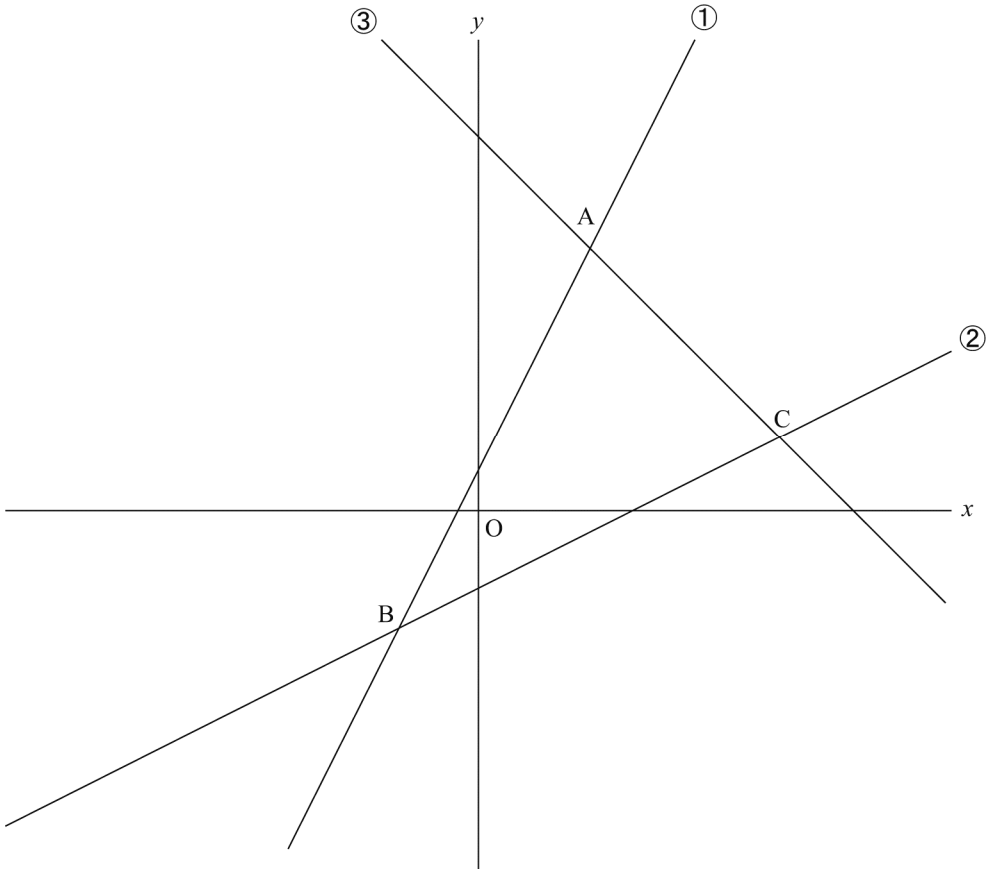
数-17-公-福岡-問-追加 A01

1 **【追加問題】**　下の図で，直線①，直線②，直線③の式は，それぞれ

$$y=2x+1,\ y=\frac{1}{2}x-2,\ y=ax+b\ (a,\ b\ \text{は定数},\ a<0)$$

である。点 A は直線①と直線③の交点で，点 A の座標は（3，7）である。点 B は，直線①と直線②の交点である。点 C は，直線②と直線③の交点である。

次の**問１**，**問２**は最も簡単な数で，**問３**は指示にしたがって答えよ。



問１　直線②と x 軸の交点を D とし，線分 OD の中点を E とする。
y 軸上に点 F を AF＋FE の長さが最も短くなるようにとるとき，点 F の y 座標を求めよ。

問２　x 軸上の $x<0$ に対応する部分に点 G を，△ABC の面積と△GBC の面積が等しくなるようにとるとき，点 G の x 座標を求めよ。

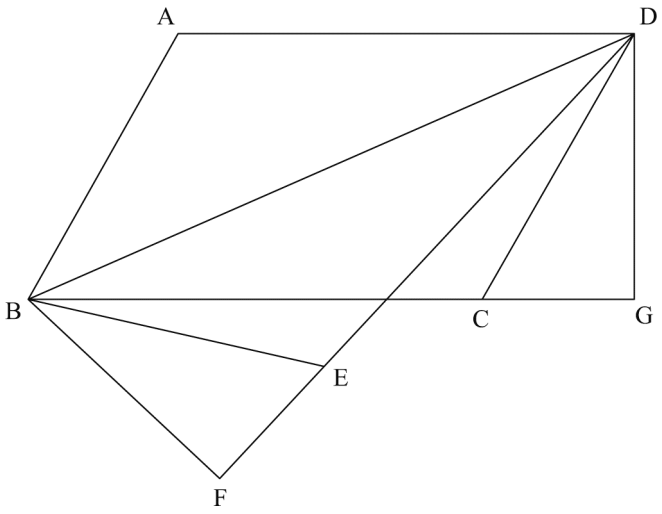
問３　点 B から直線③に垂線をひき，直線③との交点を H とする。
AH＝CH となるとき，点 C の x 座標を t とし，方程式をつくって点 C の座標を求めよ。
解答は，解く手順にしたがってかき，答の □ の中には，あてはまる最も簡単な数を記入せよ。

2 **【追加問題】** AB＝4 cm，AD＝6 cm，∠ABC＜90°の平行四辺形 ABCD がある。

図１のように，平行四辺形 ABCD の対角線 BD をひき，点 A と異なる点 E を BA＝BE，DA＝DE となるようにとり，△ABD と合同な△EBD をつくる。辺 DE を延長した直線に点 B から垂線をひき，その交点を F とする。辺 BC を延長した直線に点 D から垂線をひき，その交点を G とする。

次の**問１**は指示にしたがって，**問２**は最も簡単な数で答えよ。

図１

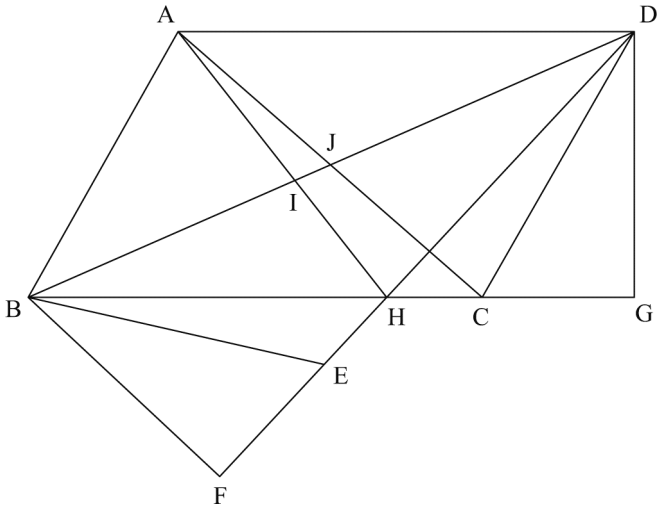


問１　**図１**において，「△BFE≡△DGC である」ことを証明せよ。

問２　**図２**は，**図１**において，線分 DF と線分 BG との交点を H とし，点 A と点 H，C をそれぞれ結び，対角線 BD と線分 AH，AC との交点をそれぞれ I，J としたものである。

∠ABC＝60°のとき，BI：IJ：JD を求めよ。

図２



H29　福岡県　公立　数学　解答用紙

～　一般問題　～

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-17-公-福岡-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５	$x=$		
		問６	$x=$　　，$x=$		
		問７			
		問８			
		問９			
数-17-公-福岡-KY-02	2	問１			
		問２	〔解答〕 りんご３個を入れた袋が x 袋，みかん７個を入れた袋が y 袋売れたとすると， 答　りんごは［　　個］，みかんは［　　個］売れた。		

	問題番号		解　　答				配点	備　　考
数−17−公−福岡−KY−03	3	問１	記号		変形した式			
		問２	〔証明〕 整数 n を用いて，e＝n とすると，f，g，h は n を用いて， したがって，$fh-eg$ の値は，$f+g$ の値の 5 倍に等しくなる。					
数−17−公−福岡−KY−04	4	問１	分速　　m					
		問２	分　　秒後					
		問３	m					
数−17−公−福岡−KY−05	5	問１	〔証明〕					
		問２	cm^2					

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-17-公-福岡-KY-06	6	問１			
		問２	cm^3		
		問３	cm		

～　追加問題　～

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-17-公-福岡-KY-追加 A01	1 追加問題	問１			
		問２			
		問３	〔解答〕 答　求める点 C の座標は，$\left(\quad,\quad\right)$ である。		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−17−公−福岡−KY−追加 A02	2 追加問題	問１	〔証明〕		
		問２	:　　:		

H29　福岡県　公立　数学　解答

～　一般問題　～

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-17-公-福岡-K-01	1	問１	-5	2	
		問２	$-4a+1$	2	
		問３	7	2	
		問４	$8\sqrt{5}$	2	
		問５	$x=-6$	2	
		問６	$x=-4$，$x=3$	3	順不同両解
		問７	$0 \leqq y \leqq 6$	3	
		問８	$\frac{3}{5}$	3	
		問９	0.62	3	
数-17-公-福岡-K-02	2	問１	(例)　$\frac{500}{3}x+\frac{400}{7}y$	2	
		問２	〔解答〕 りんご3個を入れた袋が x 袋，みかん7個を入れた袋が y 袋売れたとすると， (例) $\begin{cases} x+y=60 \\ 500x+400y=25900 \end{cases}$ これを解いて，$x=19$，$y=41$ これは問題にあう。 売れたりんごの個数は，$3\times19=57$ 売れたみかんの個数は，$7\times41=287$ 答　りんごは［57 個］，みかんは［287 個］売れた。	4	

	問題番号		解答				配点	備考
数-17-公-福岡-K-03	3	問1	記号	ウ	変形した式	n＋(n＋8)	各1	
		問2	〔証明〕 整数 n を用いて，e＝n とすると，f，g，h は n を用いて， (例) f＝n＋5，g＝n＋6，h＝n＋11 と表される。 $fh-eg=(n+5)(n+11)-n(n+6)$ $=n^2+16n+55-n^2-6n$ $=10n+55$ $=5(2n+11)$ $=5\{(n+5)+(n+6)\}$ $=5(f+g)$ したがって，$fh-eg$ の値は，$f+g$ の値の 5 倍に等しくなる。			5	
数-17-公-福岡-K-04	4	問1	分速　60　m				2	
		問2	15　分　36　秒後				3	
		問3	1800　m				3	
数-17-公-福岡-K-05	5	問1	〔証明〕 (例) △AEC と△ADB において AE⊥CD だから ∠AEC＝90°　・・・① 半円の弧に対する円周角は直角だから ∠ADB＝90°　・・・② ①，②より　∠AEC＝∠ADB　・・・③ $\overset{\frown}{AD}$に対する円周角は等しいから ∠ACE＝∠ABD　・・・④ ③，④より　2 組の角がそれぞれ等しいので △AEC∽△ADB				5	
		問2	20　cm^2				3	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−17−公−福岡−K−06	6	問１	イ，オ	2	順不同全解
		問２	$\frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm^3	3	
		問３	$\frac{3\sqrt{13}}{2}$ cm	4	

～　追加問題　～

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-17-公-福岡-K-追加 A01		問１	$\frac{14}{5}$	4	
		問２	-11	4	
	1 追加問題	問３	〔解答〕 (例) 点 B の座標は（-2，-3）である。 点 C の座標は$\left(t,\ \frac{1}{2}t-2\right)$と表せる。 BH⊥AC，AH＝CH より 直線 BH は線分 AC の垂直二等分線だから BA＝BC である。 $BA^2=BC^2$ より $5^2+10^2=(t+2)^2+\left(\frac{1}{2}t-2+3\right)^2$ これを解くと，$t=8$，-12 $t=8$ のとき，点 C の座標は（8，2）で， 直線③の傾きは負になるので，問題にあう。 $t=-12$ のとき，点 C の座標は（-12，-8）で， 直線③の傾きは正になるので，問題にあわない。 答　求める点 C の座標は，(8，2)　である。	8	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-17-公-福岡-木-追加 A02	2 追加問題	問１	〔証明〕 (例) △BFE と△DGC において BF⊥DF，DG⊥BG より 　∠BFE＝∠DGC＝90°　　・・・① 四角形 ABCD は平行四辺形だから 　AB＝DC　　・・・② 仮定より 　BA＝BE　　・・・③ ②，③より　BE＝DC　　・・・④ 四角形 ABCD は平行四辺形だから 　∠DAB＝∠DCB　　・・・⑤ △ABD≡△EBD だから 　∠DAB＝∠DEB　　・・・⑥ ⑤，⑥より　∠DEB＝∠DCB　　・・・⑦ また，∠BEF＝180°－∠DEB　　・・・⑧ 　　∠DCG＝180°－∠DCB　　・・・⑨ ⑦，⑧，⑨より　∠BEF＝∠DCG　　・・・⑩ ①，④，⑩より 直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいので 　△BFE≡△DGC	8	
		問２	38：5：43	6	

～　一般問題　～

数-17-公-福岡-KS-01

1　**問１**　$13+3\times(-6)=13+(-18)=13-18=-5$

問２　$3(2a+3)-2(5a+4)=6a+9-10a-8=-4a+1$

問３　$3a^2-5b$ に $a=-3$，$b=4$ を代入して，$3\times(-3)^2-5\times4=3\times9-20=27-20=7$

問４　$\dfrac{30}{\sqrt{5}}+\sqrt{20}=\dfrac{30\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}+2\sqrt{5}=\dfrac{30\sqrt{5}}{5}+2\sqrt{5}=6\sqrt{5}+2\sqrt{5}=8\sqrt{5}$

問５　$3x-8=7x+16$　$3x-7x=16+8$　$-4x=24$　$x=-6$

問６　$(x+1)^2=x+13$　$x^2+2x+1=x+13$　$x^2+x-12=0$　$(x-3)(x+4)=0$　$x=3$，-4

問７　関数 $y=\dfrac{2}{3}x^2$ について，y の値が最小となるのは，x の変域に 0 を含むので，$x=0$ のときで，$y=0$

y の値が最大となるのは，-1 と 3 で絶対値が大きい $x=3$ のときで，$y=\dfrac{2}{3}\times3^2=6$　よって，y の変域は，$0\leqq y\leqq6$

問８　2 枚のカードの取り出し方は全部で，

(1，3)，(1，5)，(1，7)，(1，9)，(3，5)，(3，7)，(3，9)，(5，7)，(5，9)，(7，9) の 10 通り。

このうち，カードにかかれている数の和が 10 以上になる場合は，下線をひいた 6 通り。

よって，求める確率は，$\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$

問９　A 中学校と B 中学校の「0 時間以上 1 時間未満」の階級の相対度数をそれぞれ求める。

小数第 2 位まで求めるとき，小数第 3 位を四捨五入することに注意する。

A 中学校は，$\dfrac{60}{105}=0.571\cdots$　B 中学校は，$\dfrac{156}{252}=0.619\cdots$

B 中学校の方が大きいから，小数第 3 位を四捨五入して，0.62 となる。

数-17-公-福岡-KS-02

2　**問１**　$\dfrac{x}{3}$ は，売れたりんごが入った袋の数を表す。$\dfrac{y}{7}$ は，売れたみかんが入った袋の数を表す。

よって，$\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{7}=60$ は，りんご 3 個を入れた袋とみかん 7 個を入れた袋が

合わせて 60 袋売れたことを表している。25900 は，売上金額の合計を表しているから，

(りんごが入った袋の売上金額)＋(みかんが入った袋の売上金額)＝25900 となる。

りんごが入った袋の売上金額は，$500\times\dfrac{x}{3}=\dfrac{500x}{3}$ (円)

みかんが入った袋の売上金額は，$400\times\dfrac{y}{7}=\dfrac{400y}{7}$ (円)

したがって，$\dfrac{500x}{3}+\dfrac{400y}{7}=25900$ となるから，［ア］にあてはまる式は，$\dfrac{500x}{3}+\dfrac{400y}{7}$

問２　りんご 3 個を入れた袋が x 袋，みかん 7 個を入れた袋が y 袋売れたとすると，

合わせて 60 袋売れたから，$x+y=60$…①

売上金額の合計は 25900 円だから，$500x+400y=25900$…②

①と②を連立方程式として解くと，$x=19$，$y=41$

よって，売れたりんごの個数は，$3\times19=57$(個)　売れたみかんの個数は，$7\times41=287$ (個)

数-17-公-福岡-KS-03

3　**問１**　**ア**　$a+b=n+(n+1)=2n+1$　**イ**　$a+c=n+(n+7)=2n+7$　**ウ**　$a+d=n+(n+8)=2n+8$

エ　$b+d=(n+1)+(n+8)=2n+9$　**オ**　$c+d=(n+7)+(n+8)=2n+15$

$2n+8$ となるのは**ウ**である。$2n+8=n+(n+8)$ と変形すればよい。

問２　10n＋55 や 5(2n＋11) で式の変形を終えないようにする。
$fh-eg$ の値が $f+g$ の値の 5 倍に等しくなることを証明するので，
$5(f+g)$ と変形できることを示さなくてはいけない。2n＋11＝(n＋5)＋(n＋6)＝$f+g$ となる。

数-17-公-福岡-KS-04

4　**問１**　グラフより，9 分間に 540 m 歩いている。よって，540÷9＝60 より，分速 60 m

問２　A さんが Q 地点から R 地点まで行くのにかかった時間は，1860÷150＝$\frac{62}{5}$ (分)

A さんが R 地点に着いたのは，P 地点を出発してから 28 分後だから，
A さんが Q 地点から R 地点に向かって走り始めたのは，P 地点を出発してから，
$28-\frac{62}{5}=\frac{140}{5}-\frac{62}{5}=\frac{78}{5}$(分後)　$\frac{78}{5}$分＝$15\frac{3}{5}$分＝15 分 36 秒より，15 分 36 秒後。

問３　B さんが A さんとすれちがったのは，A さんが R 地点に向かって走っているときだから，
問２より，$\frac{78}{5}\leqq x\leqq 28$ のときである。このときの A さんの x と y の関係を表すグラフの式を
$y=150x+b$ として，$x=28$，$y=2400$ を代入すると，2400＝150×28＋b　$b=-1800$
よって，$y=150x-1800$…①
また，B さんは，分速 70 m で R 地点から P 地点に向かって歩いているから，$y=-70x+c$
と表される。B さんは，A さんが P 地点を出発してから 39 分後に A さんに追いつかれたから，
150×(44－39)＝750 (m)より，$x=39$ のとき $y=750$ となることがわかる。
$y=-70x+c$ に $x=39$，$y=750$ を代入すると，750＝－70×39＋c　$c=3480$
よって，$y=-70x+3480$…②　①と②を連立方程式として解くと，$x=24$，$y=1800$
したがって，A さんと B さんがすれちがった地点は，P 地点から 1800 m 離れている。

数-17-公-福岡-KS-05

5　**問１**　円周角の定理と半円の弧に対する円周角が直角になることなどを利用して証明する。

問２　BD＝x cm とすると，AD＝3BD＝3×x＝3x (cm)
△ADB において，三平方の定理より，$AD^2+BD^2=AB^2$ が成り立つから，$(3x)^2+x^2=(5+5)^2$ となり，
$x^2=10$　$x>0$ だから，$x=\sqrt{10}$　よって，AD＝$3\sqrt{10}$ cm
$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CB}$で，線分 AB は円 O の直径だから，$\angle AOC=\angle COB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 180^\circ=90^\circ$
円周角の定理より，$\angle ADC=\frac{1}{2}\angle AOC=\frac{1}{2}\times 90^\circ=45^\circ$ で，$\angle AED=90^\circ$ だから，△ADE は直角二等辺三角形になる。よって，$AE=DE=\frac{1}{\sqrt{2}}AD=\frac{1}{\sqrt{2}}\times 3\sqrt{10}=3\sqrt{5}$ (cm) だから，
$\triangle ADE=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{5}\times 3\sqrt{5}=\frac{45}{2}$ (cm^2)
ここで，EA // BF より，平行線の同位角は等しいから，$\angle GFD=\angle EAD=45^\circ$，$\angle FGD=\angle AED=90^\circ$ となるから，△FDG も直角二等辺三角形になる。
また，DG＝DG，$\angle BGD=\angle FGD=90^\circ$，$\angle FDG=\angle BDG=45^\circ$ より，△BDG≡△FDG だから，
△BDG も直角二等辺三角形である。よって，△BDG∽△ADE となり，相似比は，BD：AD＝1：3
で，面積比は，$1^2:3^2=1:9$ となり，$\triangle BDG=\frac{1}{9}\triangle ADE=\frac{1}{9}\times\frac{45}{2}=\frac{5}{2}$ (cm^2)
したがって，$\triangle FDG=\triangle BDG=\frac{5}{2}cm^2$ より，四角形 AFGE の面積は，
$\triangle ADE-\triangle FDG=\frac{45}{2}-\frac{5}{2}=20$ (cm^2)

数-17-公-福岡-KS-06

6　**問１**　辺 BH とねじれの位置にある辺は，辺 BH と平行でなく交わらない辺である。
辺 BH とねじれの位置にある辺は，辺 CD，DE，EF，FA，IJ，JK，KL，LG の 8 本である。

問２　1 辺 4 cm の正六角形は，対角線をひいて，1 辺 4 cm の正三角形 6 個に分けることができる。

線分 GJ，IL をそれぞれひくと，△GPJ∽△IPH，△LQI∽△HQG となるから，

GP : IP＝GJ : IH＝2 : 1，IQ : GQ＝IL : GH＝2 : 1 より，GQ＝QP＝PI　よって，△HQP

$=\frac{1}{3}$△GHI がいえる。線分 GJ と線分 IL との交点を O とすると，OI // GH より，△GHI＝△GHO

つまり，△GHI の面積は，1 辺 4 cm の正三角形の面積に等しくなる。

点 O から辺 GH に垂線をひき，その交点を M とする。このとき，△OGM は，3 つの角が 90°，30°，

60°の直角三角形だから，$\mathrm{OM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{OG}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4=2\sqrt{3}$ (cm)　よって，△GHI＝△GHO

$=\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ (cm^2) だから，$\triangle\mathrm{HPQ}=\frac{1}{3}\triangle\mathrm{GHI}=\frac{1}{3}\times 4\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (cm^2)

したがって，三角すい BHPQ の体積は，$\frac{1}{3}\times\frac{4\sqrt{3}}{3}\times 6=\frac{8\sqrt{3}}{3}$ (cm^3)

問３　四角形 BCJG≡四角形 KLAD で，四角形 KLAD は，LK // AD の台形である。点 K から辺 AD に垂線をひき，その交点を N とする。このとき，KN＝h cm とすると，AD＝4×2＝8 (cm)だから，

四角形 KLAD の面積は，$\frac{1}{2}\times(4+8)\times h=6h$ (cm^2)

△ADR と四角形 BCJG の面積比が 1 : 2 で，四角形 BCJG≡四角形 KLAD だから，

△ADR と四角形 KLAD の面積比は 1 : 2 になる。よって，$\triangle\mathrm{ADR}=6h\times\frac{1}{2}=3h$ (cm^2)

点 R から辺 AD に垂線をひき，交点を R とする。このとき RS＝$x$cm とすると，△ADR の面積の関係から，$\frac{1}{2}\times 8\times x=3h$　$4x=3h$　$x=\frac{3h}{4}$　このことから，$\mathrm{DR}:\mathrm{DK}=\mathrm{RS}:\mathrm{KN}=x:h=\frac{3h}{4}:h=3:4$

△DEK において，三平方の定理より，$\mathrm{DK}^2=\mathrm{DE}^2+\mathrm{EK}^2=4^2+6^2=52$　DK＞0 より，DK＝$2\sqrt{13}$ cm

したがって，$\mathrm{DR}=\frac{3}{4}\mathrm{DK}=\frac{3}{4}\times 2\sqrt{13}=\frac{3\sqrt{13}}{2}$ (cm)

～　追加問題　～

数-17-公-福岡-KS-追加 A01

1 **【追加問題】**　**問１**　$y=\frac{1}{2}x-2$ に $y=0$ を代入すると，$0=\frac{1}{2}x-2$　$x=4$ だから，D(4, 0)となるから，E(2，0)　ここで，点 E′(−2，0) をとると，y 軸が線分 E′E の垂直二等分線になるから，FE′＝FE が成り立つ。AF＋FE＝AF＋FE′だから，線分 AE′上に点 F があるとき AF＋FE′の長さが最も短くなることがわかる。

2 点 A(3，7)，E′(−2，0) を通る直線の傾きは，$\frac{7-0}{3-(-2)}=\frac{7}{5}$ だから，

$y=\frac{7}{5}x+p$ に $x=-2$，$y=0$ を代入して整理すると，$p=\frac{14}{5}$

よって，点 F の y 座標は p の値に等しいから，点 F の y 座標は，$\frac{14}{5}$

問２　x 軸上に x 座標が負の点 G を△ABC＝△GBC となるようにとるとき，2 つの三角形に共通する辺 BC を底辺としたときの高さが等しくなるから，GA // BC が成り立つ。

平行な 2 直線の傾きは等しいから，直線 GA の式は，$y=\frac{1}{2}x+q$ と表される。

A(3，7)より，$y=\frac{1}{2}x+q$ に $x=3$，$y=7$ を代入して整理すると，$q=\frac{11}{2}$

点 G は x 軸上の点だから，$y=\frac{1}{2}x+\frac{11}{2}$ に $y=0$ を代入して整理すると，$x=-11$

問３　BH⊥AC，AH＝CH より，直線 BH は線分 AC の垂直二等分線だから，BA＝BC となることを利用する。まず，点 B の座標を求め，点 C の座標を t を使って表す。次に，BA＝BC より，$BA^2=BC^2$ だから，三平方の定理を使って，BA^2 と BC^2 を求める。これより t の値を求め，直線③の傾きが負になることから t の値を確定させる。

数-17-公-福岡-KS-追加 A02

2 **【追加問題】**　**問１**　∠BFE＝∠DGC＝90°，仮定と四角形 ABCD は平行四辺形より BE＝DC を導く。これらより，直角三角形の斜辺が等しいことがわかるので，他の 1 辺か，1 つの鋭角が等しくなることを導けばよい。△ABD≡△EBD と四角形 ABCD が平行四辺形であることを利用すると，∠BEF＝∠DCG が導け，1 つの鋭角が等しいことがわかる。

問２　点 J は平行四辺形 ABCD の対角線の交点だから，BJ：JD＝1：1

△DGC は 3 つの角が 90°，30°，60°の直角三角形になるから，$CG=\frac{1}{2}DC=\frac{1}{2}\times4=2$ (cm)

$DG=\sqrt{3}\,CG=\sqrt{3}\times2=2\sqrt{3}$ (cm)　よって，BG＝BC＋CG＝6＋2＝8 (cm)

また，対頂角が等しくなることと，三角形の 3 つの内角の和が 180°になることから，∠HBF＝∠HDG がいえる。このことと，BF＝DG，∠BFH＝∠DGH より，△BFH≡△DGH がいえるので，HF＝HG が成り立つ。ここで，△BFH において，三平方の定理より，$BF^2+HF^2=BH^2$

このとき，BH＝x cm とすると，HF＝HG＝8−x (cm)とおけ，BF＝DG＝$2\sqrt{3}$ cm だから，

$(2\sqrt{3})^2+(8-x)^2=x^2$ が成り立つ。これを整理をし，計算すると，$x=\frac{19}{4}$

よって，△HIB∽△AID より，$BI:DI=BH:DA=\frac{19}{4}:6=19:24$ だから，$BI=\frac{19}{43}BD$

また，BJ：JD＝1：1 より，$BJ=JD=\frac{1}{2}BD$ だから，$IJ=BJ-BI=\frac{1}{2}BD-\frac{19}{43}BD=\frac{5}{86}BD$

したがって，$BI:IJ:JD=\frac{19}{43}BD:\frac{5}{86}BD:\frac{1}{2}BD=\frac{19}{43}:\frac{5}{86}:\frac{1}{2}=38:5:43$