H28　福島県　公立　数学　問題

数-16-公-福島-問-01

1　次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　次の計算をしなさい。

(1)　$-7-2$

(2)　$\frac{4}{3}\div(-8)$

(3)　$9x^3\div 3x\times(-x)^2$

(4)　$\sqrt{27}+\frac{3}{\sqrt{3}}$

問２　y は x に比例し，そのグラフが点 $(2,\ -6)$ を通る。このとき，y を x の式で表しなさい。

数-16-公-福島-問-02

2　次の**問１**～**問６**に答えなさい。

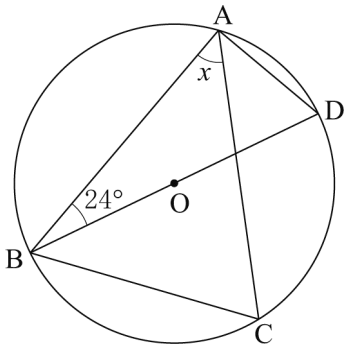
問１　ある商店で，定価が１個 a 円の品物が定価の３割引きで売られている。
この品物を 10 個買ったときの代金を，a を使った式で表しなさい。

問２　連立方程式 $\begin{cases}3x+4y=5\\x=1-y\end{cases}$ を解きなさい。

問３　底面の半径が 3 cm，側面積が $54\pi\ \mathrm{cm}^2$ の円柱がある。
この円柱の高さを求めなさい。

問４　右の図で，点 A，B，C，D は円 O の周上の点であり，線分 BD は円 O の直径である。また，AB＝AC である。

このとき，∠x の大きさを求めなさい。



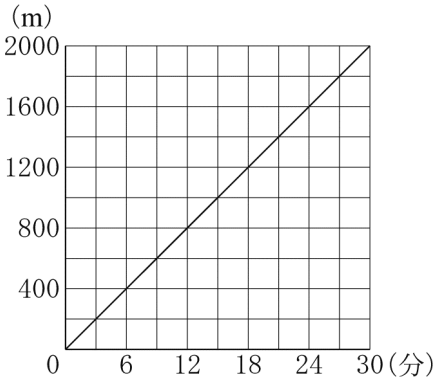
問５　A さんは 15 時に図書館を出発して，2 km はなれた公園に向かって一定の速さで歩いたところ，15 時 30 分に公園に着いた。

一方，B さんは 15 時 3 分に公園を出発して，A さんと同じ道を図書館に向かって一定の速さで走ったところ，途中で A さんとすれ違い，15 時 18 分に図書館に着いた。

右のグラフは，A さんが図書館を出発してから公園に着くまでの時間と道のりの関係を表したものである。

2 人がすれ違ったのは図書館から何 m の地点か。次の**ア**～**エ**の中から正しいものを 1 つ選び，記号で答えなさい。

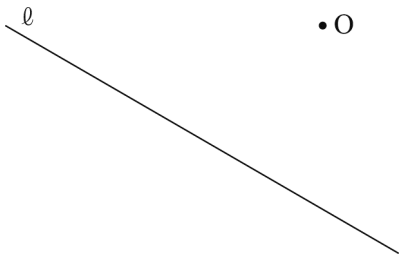
ア　400 m　　**イ**　600 m　　**ウ**　800 m　　**エ**　1000 m



問６　右の図のように，直線 ℓ と，ℓ 上にない点 O がある。

O を中心とする円が ℓ に接するとき，その接点 P を，定規とコンパスを用いて作図によって求め，P の位置を示す文字 P も書きなさい。

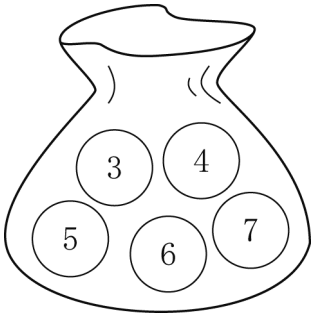
ただし，作図に用いた線は消さないでおきなさい。



3 次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　右の図のように，袋の中に 3，4，5，6，7 の数字が 1 つずつ書かれた 5 個の玉が入っている。

袋の中から玉を 1 個取り出し，その玉に書かれた数を a とする。取り出した玉を袋の中にもどして，もう 1 回袋の中から玉を 1 個取り出し，その玉に書かれた数を b とする。



(1) $10a+b$ の値が 3 の倍数となる場合は全部で何通りあるか，求めなさい。

(2) $\dfrac{10a+b}{6}$ の値が整数となる確率を求めなさい。

問２　えりかさんの住んでいる町の商店街では，学校が使える助成券として，2 点と 1 点の 2 種類のポイント券を購入金額に応じて配付している。

えりかさんの中学校では，全校生徒に呼びかけて 10000 点を目標にポイント券を集めている。ポイント券が合計 7200 枚集まったところで，えりかさんはポイントの合計点がおよそ何点かを調べるために，標本調査を行うことにした。

集まったポイント券の中から 400 枚のポイント券を無作為に抽出して調べたところ，抽出したポイント券のうち 2 点のポイント券は 135 枚であった。

(1) この調査において，標本の大きさを答えなさい。

(2) この調査において，標本の傾向から母集団の傾向を推測すると，集まったポイント券のポイントの合計点について，どのようなことが考えられるか。次の**ア**，**イ**のうち，適切なものを 1 つ選び，解答用紙の（　　）の中に記号で答えなさい。

また，選んだ理由を説明しなさい。

ア　ポイントの合計点は 10000 点**以上**であると考えられる。

イ　ポイントの合計点は 10000 点**未満**であると考えられる。

数-16-公-福島-問-04

4 大小 2 枚の厚紙がある。

この 2 枚の厚紙をそれぞれ切り分けたところ, 大きい厚紙は, 1 辺が x cm の正方形が 3 枚, 1 辺が x cm で他方の辺が 1 cm の長方形が 1 枚の合計 4 枚の図形に分けることができた。

また，小さい厚紙は，1 辺が x cm の正方形が 1 枚，1 辺が x cm で他方の辺が 1 cm の長方形が 5 枚，1 辺が 1 cm の正方形が 4 枚の合計 10 枚の図形に分けることができた。

切り分ける前の大小 2 枚の厚紙の面積の差が 26 cm^2 であったとき，次の**問 1**，**問 2** に答えなさい。

問 1 x の値を求めなさい。

求める過程も書きなさい。

問 2 小さい厚紙から切り分けられた 10 枚の図形をすべて使ってすき間なく並べると, 1 つの長方形をつくることができる。

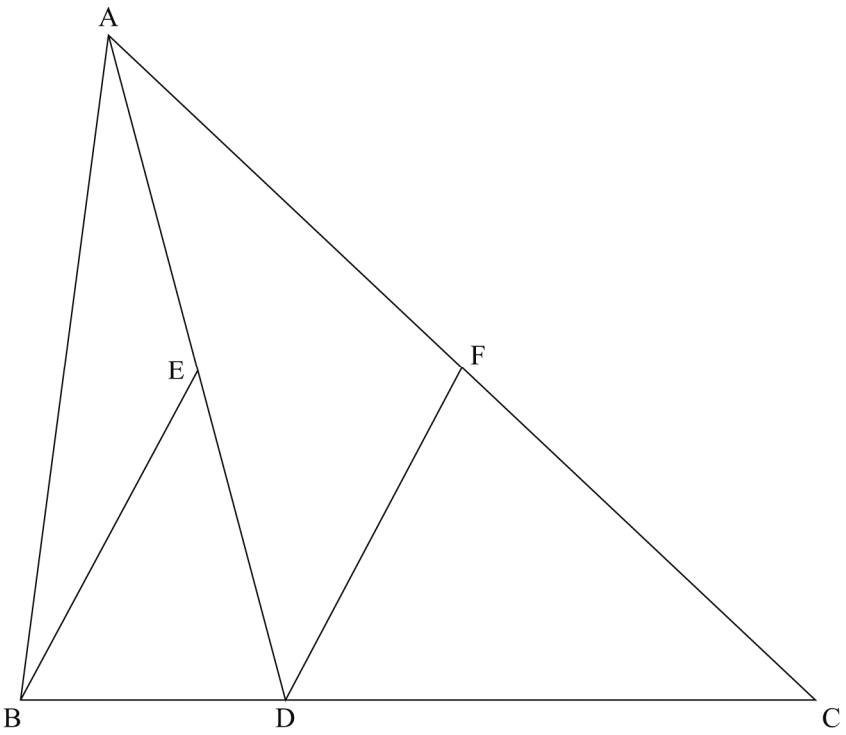
このとき，この長方形の周の長さを求めなさい。

数-16-公-福島-問-05

5 下の図のように，△ABC の辺 BC 上に BD : DC＝1 : 2 となる点 D をとる。

また，線分 AD，辺 AC の中点をそれぞれ E，F とする。

このとき，BE＝DF となることを証明しなさい。



数-16-公-福島-問-06

6 下の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフと関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフがある。

2 点 A，B は関数 $y=x^2$ のグラフ上の点であり，A，B の x 座標はそれぞれ -1，2 である。

このとき，次の**問 1**，**問 2** に答えなさい。

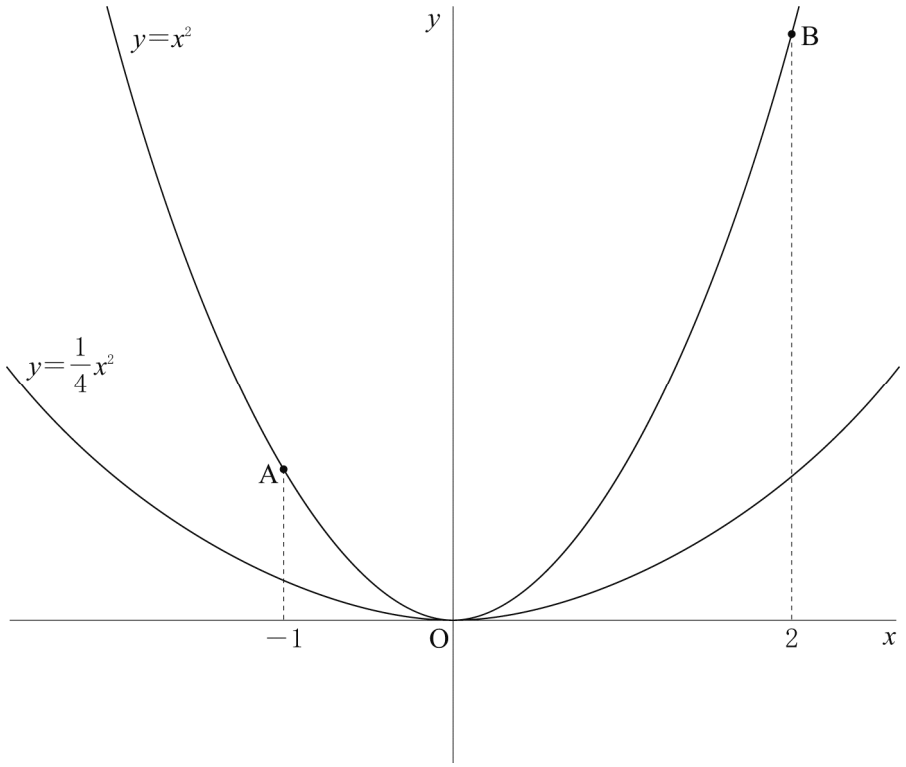
問 1　2 点 A，B を通る直線の傾きを求めなさい。

問 2　関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に点 P をとり，P の x 座標を t とする。ただし，$0<t<2$ とする。

また，P を通り y 軸に平行な直線と関数 $y=x^2$ のグラフ，直線 AB との交点をそれぞれ Q，R とする。

(1) $t=1$ のとき，線分 PQ と線分 QR の長さの比を求めなさい。

(2) 線分 AP，PB，BQ，QA で囲まれた図形の面積が△AQB の面積と等しくなる t の値を求めなさい。



数-16-公-福島-問-07

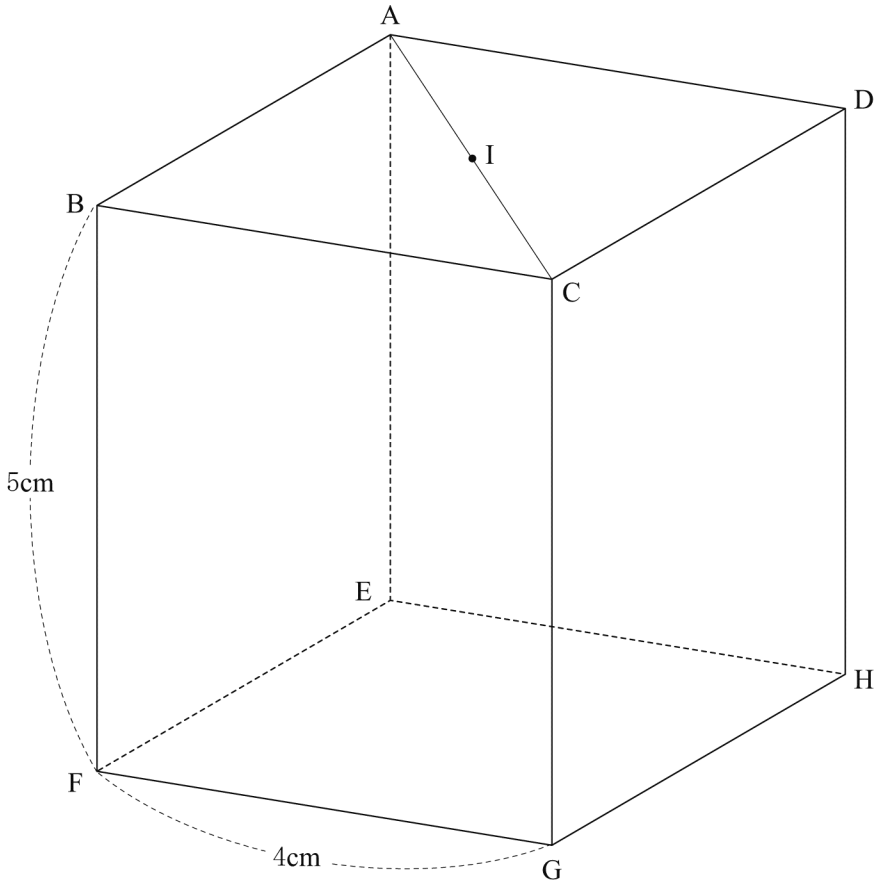
7 下の図のような，底面が 1 辺 4 cm の正方形で，高さが 5 cm の直方体がある。
線分 AC の中点を I とする。
このとき，次の**問 1**，**問 2** に答えなさい。

問 1　線分 AI の長さを求めなさい。

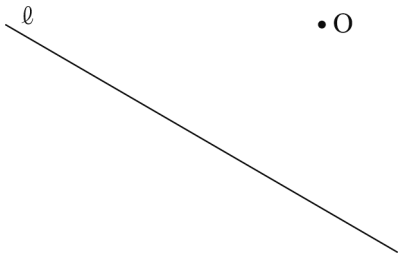
問 2　辺 CG 上に∠EIJ＝90° となる点 J をとる。また，線分 BH と線分 FI との交点を K とする。

(1) 線分 CJ の長さを求めなさい。

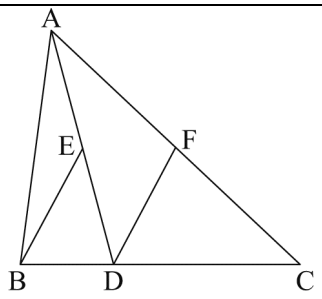
(2) 4 点 K，E，J，I を結んでできる三角錐(すい)の体積を求めなさい。



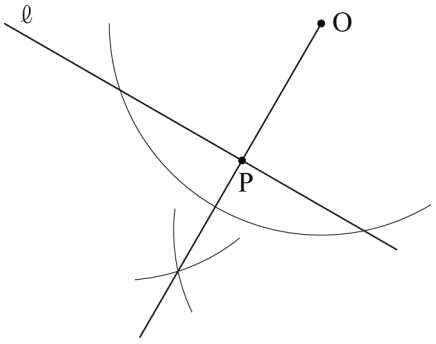
数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数−16−公−福島−KY−01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２				
数−16−公−福島−KY−02	2	問１		円		
		問２	$x=$	$,\ y=$		
		問３		cm		
		問４		度		
		問５				
		問６				

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数−16−公−福島−KY−03	3	問１	(1)	通り		
			(2)			
		問２	(1)			
			(2)	(　　) 〔理由〕		
数−16−公−福島−KY−04	4	問１		〔求める過程〕 答　$x=$＿＿＿＿＿＿＿＿		
		問２		cm		

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数−16−公−福島−KY−05	5	〔証明〕  				
数−16−公−福島−KY−06	6	問１				
		問２	(1)	PQ : QR＝　　:		
			(2)			
数−16−公−福島−KY−07	7	問１		cm		
		問２	(1)	cm		
			(2)	cm^3		

数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数−16−公−福島−K−01	1	問１	(1)	-9		
			(2)	$-\frac{1}{6}$		
			(3)	$3x^4$		
			(4)	$4\sqrt{3}$		
		問２	$y=-3x$			
数−16−公−福島−K−02	2	問１	$7a$　円			
		問２	$x=-1,\ y=2$			
		問３	9　cm			
		問４	48　度			
		問５	ウ			
		問６	(作図の例)  			

	問題番号		解答		配点	備考
数−16−公−福島−大−03	3	問1	(1)	8 通り		
			(2)	$\frac{3}{25}$		
		問2	(1)	400		
			(2)	(イ) 〔理由〕 (例) 無作為に抽出された 400 枚のポイント券のうち，2 点のポイント券の枚数の割合は $\frac{135}{400}=\frac{27}{80}$ であり，1 点のポイント券の枚数の割合は $\frac{400-135}{400}=\frac{265}{400}=\frac{53}{80}$ である。 2 点と 1 点のポイント券の枚数の割合は，母集団と標本ではおよそ等しいと考えられるから，集まった 7200 枚のポイント券のポイントの合計点は，およそ $7200\times\frac{27}{80}\times2+7200\times\frac{53}{80}\times1=9630$ (点) したがって，ポイントの合計点は 10000 点未満であると考えられる。		
数−16−公−福島−大−04	4	問1	〔求める過程〕 (例) 大きい厚紙の面積は $(3x^2+x)$ cm^2，小さい厚紙の面積は (x^2+5x+4) cm^2 と表される。 大小 2 枚の厚紙の面積の差が 26cm^2 であるから $3x^2+x-(x^2+5x+4)=26$ 整理すると $2x^2-4x-30=0$ $x^2-2x-15=0$ $(x-5)(x+3)=0$ したがって $x=5$，$x=-3$ $x>0$ でなければならないから，$x=-3$ は問題に適していない。 したがって $x=5$ 答 $x=$ 5			
		問2	30 cm			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-16-公-福島-K-05	5	〔証明〕 (例1) 線分 EF をひく。 BD : DC＝1 : 2 より　$BD=\frac{1}{2}DC$ ……① △ADC において，E，F はそれぞれ AD，AC の中点であるから，中点連結定理より $EF=\frac{1}{2}DC$ ……② EF // DC ……③ ①，②より　BD＝EF ……④ ③より　BD // EF ……⑤ ④，⑤より，1 組の対辺が平行でその長さが等しいから，四角形 BDFE は平行四辺形である。 平行四辺形の対辺は等しいから　BE＝DF (例2) 線分 EF をひく。 △BDE と△FED において DE は共通 ……① BD : DC＝1 : 2 より　$BD=\frac{1}{2}DC$ ……② △ADC において，E，F はそれぞれ AD，AC の中点であるから，中点連結定理より $EF=\frac{1}{2}DC$ ……③ EF // DC ……④ ②，③より　BD＝FE ……⑤ ④より　BD // EF であり，平行線の錯角は等しいから ∠BDE＝∠FED ……⑥ ①，⑤，⑥より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから △BDE≡△FED したがって　BE＝DF			
数-16-公-福島-K-06	6	問1		1		
		問2	(1)	PQ : QR＝3 : 8		
			(2)	$\frac{2+2\sqrt{15}}{7}$		
数-16-公-福島-K-07	7	問1		$2\sqrt{2}$　cm		
		問2	(1)	$\frac{8}{5}$　cm		
			(2)	$\frac{44}{15}$　cm^3		

数-16-公-福島-KS-01

1　**問1**　(1)　$-7-2=-9$

(2)　$\frac{4}{3}\div(-8)=-\frac{4}{3\times 8}=-\frac{1}{6}$

(3)　$9x^3\div 3x\times(-x)^2=\frac{9x^3\times x^2}{3x}=3x^4$

(4)　$\sqrt{27}+\frac{3}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}+\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

問2　y が x に比例するので，$y=ax$ とおける。(2，−6) を通るので，$-6=2a$　$a=-3$　よって，$y=-3x$

数-16-公-福島-KS-02

2　**問1**　$10\times(1-0.3)a=7a$

問2　$3x+4y=5$…①　$x=1-y$…②　②を①に代入して，$3(1-y)+4y=5$　$y=2$　これを②に代入して，$x=1-2=-1$

問3　底面の円の円周の長さは $2\pi\times 3=6\pi$(cm)　側面積が $54\pi\,\mathrm{cm}^2$ なので，高さは $54\pi\div 6\pi=9$ (cm)

問4　∠DBC＝y とおくと，円周角の定理より∠CAD＝y　BD は直径なので∠A＝90°
したがって，$x+y=90°$…①　辺 BD と AC の交点を E とおくと，∠BEC＝$x+24°$
△ABC は二等辺三角形なので，∠BCE＝$24°+y$
△BCE の内角の和が 180° なので，$y+24°+y+x+24°=180°$　$x+2y=132°$…②
②−①より $y=42°$　よって，$x=48°$

問5　A さんの分速は $\frac{2000}{30}=\frac{200}{3}$(m)，B さんの分速は 18−3＝15 分で 2000 m なので，

$\frac{2000}{15}=\frac{400}{3}$(m)

15 時 3 分における A，B 2 人の距離は，$2000-\frac{200}{3}\times 3=1800$ (m)

1 分間で 2 人が近づく距離は $\frac{200}{3}+\frac{400}{3}=200$ (m)　$1800\div 200=9$ (分)

よって，15 時 12 分にすれ違ったので，図書館から $\frac{200}{3}\times 12=800$ (m)　すなわち**ウ**

問6　O を通り，直線 ℓ の垂線をかけば交点が求める点 P となる。O から ℓ と 2 点で交わる円をかき，2 つの交点から同じ半径の円をかき交わった点と O を結べばよい。

数-16-公-福島-KS-03

3　**問1**　(1) $10a+b$ が 3 の倍数になるのは，$a+b$ が 3 の倍数になればよく，玉をもどすことを考えると，3 と 3，3 と 6 とその逆，4 と 5 とその逆，5 と 7 とその逆，6 と 6 の計 8 通りある。

(2) (1)の $10a+b$ が 3 の倍数になるので，$\frac{10a+b}{6}$ が整数になるのは，$10a+b$ が 2 の倍数にもなる場合なので，36，54，66 の 3 通り。

よって，$\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times 3=\frac{3}{25}$

問2　(1)標本の大きさは 400

(2) 2 点のポイント券は全体の $\frac{135}{400}=\frac{27}{80}$ と考えられる。

したがって，$7200\times\frac{27}{80}=2430$ (枚) が 2 点であるので，$2430\times 2+(7200-2430)=9630$

よって，**イ**となる。

数-16-公-福島-KS-04

4 **問１**　大きな厚紙の面積は $3x^2+x$，小さい厚紙の面積は x^2+5x+4

面積の差が $3x^2+x-(x^2+5x+4)=26$　$2x^2-4x-30=0$　$x^2-2x-15=(x-5)(x+3)=0$　$x>0$ より

$x=5$

問２　小さい厚紙の面積は $25+25+4=54$ (cm^2)

したがって，長方形は１辺が 5 cm 以上なので，縦と横が 6 と 9 の場合だけとなる。

$2\times(6+9)=30$ (cm)

(注) 5×5 の下に 5×1 を１枚，右に 5×1 を 4 枚，その下に 1×1 を 4 枚

数-16-公-福島-KS-05

5　BE＝DF を示すので，四角形 BEFD が平行四辺形であることを示せればよい。E と F を結ぶ EF // DC で $EF=\frac{1}{2}DC$　また，条件より $BD=\frac{1}{2}DC$，これらより BD＝EF かつ BD // EF が言えるので，四角形 BEFD は平行四辺形となる。

数-16-公-福島-KS-06

6 **問１**　$y=x^2$ に，$x=-1$，2 を代入して $y=1$，4　したがって，A$(-1,\ 1)$，B$(2,\ 4)$

2 点 A，B を通る直線の傾きは $\frac{4-1}{2-(-1)}=1$

問２　(1) $t=1$ のとき，$P\left(1,\ \frac{1}{4}\right)$，Q$(1,\ 1)$　直線 AB は $y=x+b$ とおける。点 A を通るので $b=2$

$y=x+2$　したがって，R$(1,\ 3)$　よって，$PQ:QR=\frac{3}{4}:2=3:8$

(2) PQ＝QR となるように t の値を求める。すると，求める 2 つの図形の面積において，PQ と QR を底辺とする左側の三角形２つと右側の三角形の２つの面積がそれぞれ等しくなる。$P\left(t,\ \frac{1}{4}t^2\right)$，

Q$(t,\ t^2)$，R$(t,\ t+2)$

よって，$t^2-\frac{1}{4}t^2=(t+2)-t^2=t^2$　$7t^2-4t-8=0$　$t=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-7\times(-8)}}{7}=\frac{2\pm2\sqrt{15}}{7}$

$0<t<2$ より　$t=\frac{2+2\sqrt{15}}{7}$

数-16-公-福島-KS-07

7 **問１**　$AI=\frac{1}{2}\sqrt{AB^2+BC^2}=\frac{1}{2}\sqrt{4^2+4^2}=2\sqrt{2}$

問２　(1) CJ＝x とする。$IJ^2=(2\sqrt{2})^2+x^2$ より $IJ=\sqrt{x^2+8}$

$IE^2=5^2+(2\sqrt{2})^2=33$　$IE=\sqrt{33}$

$EJ^2=(4\sqrt{2})^2+(5-x)^2$

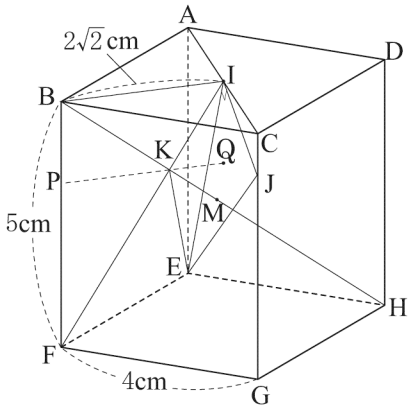
△EIJ において，∠EIJ＝90° なので，三平方の定理より $EJ^2=IJ^2+IE^2$　$32+(5-x)^2=x^2+8+33$

$10x=57-41=16$　$x=\frac{8}{5}$

(2) 底面を△IEJ とするとその面積は，IJ$=\sqrt{\left(\frac{8}{5}\right)^2+8}=\frac{2}{5}\sqrt{66}$　IE$=\sqrt{33}$ より

$\frac{1}{2}\times\sqrt{33}\times\frac{2}{5}\sqrt{66}=\frac{33}{5}\sqrt{2}$

高さは K から底面までの距離で, K は平面 IBFH 上の点なので，K を通り辺 IB に平行な線をひく。この線と辺 BF との交点を P, 底面との交点を Q とすると高さは KQ となる。



K を通る直線 BH と平面 AEGC との交点を M とすると，M は線分 BH の中点である。また，PQ＝IB＝$2\sqrt{2}$

このとき，PK : KQ＝BK : KM

△BIK∽△HFK で相似比が IB : FH＝1 : 2 なので，

BK$=\frac{1}{3}$BH　また，KM$=\frac{1}{2}$BH$-\frac{1}{3}$BH$=\frac{1}{6}$BH

したがって，BK : KM$=\frac{1}{3}:\frac{1}{6}=2:1$

KQ$=\frac{1}{3}\times2\sqrt{2}=\frac{2}{3}\sqrt{2}$

よって，三角錐の体積は

$\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\sqrt{2}\times\frac{33}{5}\sqrt{2}=\frac{44}{15}$ (cm^3)