H30　福島県　公立　数学　問題

数-18-公-福島-問-01

1　次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　次の計算をしなさい。

(1)　$-7+2$

(2)　$\left(-\frac{3}{10}\right)\times\left(-\frac{5}{4}\right)$

(3)　$6x^4\div(-3x^2)\div 3x$

(4)　$\sqrt{48}-\sqrt{3}$

問２　$x=-\frac{1}{5}$，$y=3$ のとき，$3(2x-3y)-(x-8y)$ の値を求めなさい。

数-18-公-福島-問-02

2　次の**問１**～**問５**に答えなさい。

問１　$\sqrt{28n}$が自然数になるような自然数 n のうちで，もっとも小さい値を求めなさい。

問２　関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $-2\leqq x\leqq 4$ のときの y の変域が $-8\leqq y\leqq 0$ である。
このとき，a の値を求めなさい。

問３　右の**図１**のような長方形の厚紙と，**図２**のような厚紙があり，AB＝EF＝HG，BC＝FG である。**図３**のように，2 枚の厚紙を辺 DC と EF が重なるように並べて，その位置から**図４**のように，**図２**の厚紙を長方形の厚紙に重ねて辺 BC にそって左方向に移動させる。CF の長さを x cm，2 枚の厚紙が重なる部分の面積を y cm^2 とする。

点 F が点 B に重なるまで移動させるとき，x と y の関係を表すグラフとして正しいものを，次の**ア**～**カ**の中から 1 つ選び，記号で答えなさい。

図１

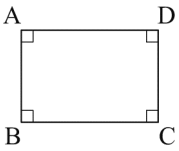


図２

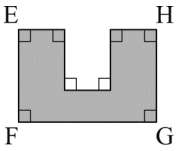


図３

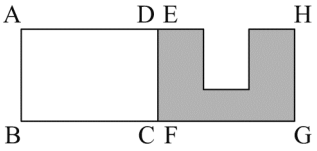
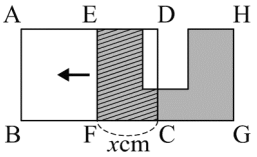
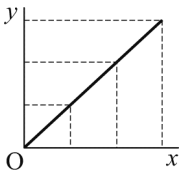


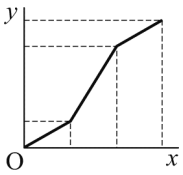
図４



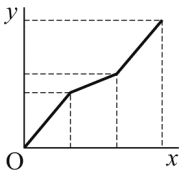
ア



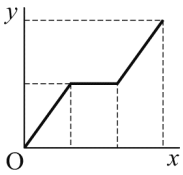
イ



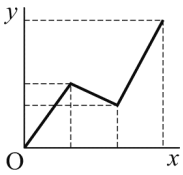
ウ



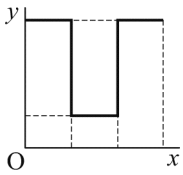
エ



オ



カ

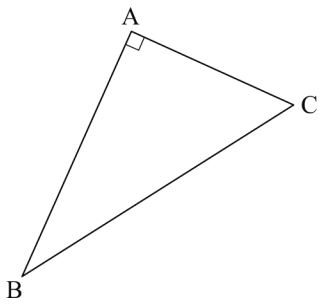


問４　半径が 6 cm，中心角が 270° のおうぎ形の面積を求めなさい。

問５　右の図のように，∠A＝90° の直角三角形 ABC がある。

3 点 A，B，C を通る円の中心 P を，定規とコンパスを用いて作図によって求め，P の位置を示す文字 P も書きなさい。

ただし，作図に用いた線は消さないでおきなさい。



3 次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　次の**資料**は，ある中学校の男子 14 人の 50 m 走の記録を示したものである。

資料

7.2	8.9	9.4	7.1	7.5	6.7	7.4	8.6	8.9	7.8	7.2	9.6	10.1	8.0

（単位：秒）

(1) **資料**の男子 14 人の記録を，右の**度数分布表**に整理したとき，7.0 秒以上 8.0 秒未満の階級の度数を求めなさい。

(2) **資料**の男子 14 人の記録に女子 16 人の記録を追加して，合計 30 人の記録を整理したところ，9.0 秒以上 10.0 秒未満の階級の相対度数が 0.3 であった。この階級に入っている女子の人数を求めなさい。

ただし，この階級の相対度数 0.3 は正確な値であり，四捨五入などはされていないものとする。

度数分布表

記録（秒）	度数（人）
以上　未満	
6.0 ～ 7.0	
7.0 ～ 8.0	
8.0 ～ 9.0	
9.0 ～ 10.0	
10.0 ～ 11.0	
合計	14

問２　花子さんと太郎さんは，数学の授業で次の［課題］について考えた。下の［会話］は，そのとき 2 人が話し合った内容である。

［課題］

1，2，3，4，5 の数を 1 つずつ記入した 5 枚のカードがある。このカードをよくきってから，下の A～C で示した 3 つの方法でそれぞれカードを 2 枚ひくとき，ひいた 2 枚のカードの数の和が 8 以上になるのは，どの方法のときがもっとも起こりやすいか調べなさい。

ただし，それぞれの方法において，起こりうるすべての場合はどの場合が起こることも同様に確からしいものとする。

A：カードを 1 枚ひき，もとにもどさずに続けてもう 1 枚ひく。

B：カードを同時に 2 枚ひく。

C：カードを 1 枚ひいてカードの数を調べ，もとにもどしてよくきってからもう 1 枚ひく。

［会話］

花子さん：まずは，A，B，C それぞれの方法について，起こりうる場合が全部で何通りあるか数えてみよう。

太郎さん：樹形図をかいて起こりうる場合をすべてあげると，A のときは全部で 20 通りだね。

花子さん：B のときは同時に 2 枚ひくので，たとえば 1 と 2 のカードをひくことと，2 と 1 のカードをひくことは，カードの組み合わせとしては同じだから，起こりうる場合は全部で［ア］通りだね。

太郎さん：C のときは，起こりうる場合は全部で［イ］通りだね。

花子さん：これで，A，B，C それぞれの方法について，2 枚のカードの数の和が 8 以上になる場合が何通りあるかを数えられるから，8 以上になる場合の数がもっとも大きい方法のときが，もっとも起こりやすいとしていいよね。

太郎さん：8 以上になる場合の数の大きさだけで比較していいのかな？

(1)　［会話］の［ア］，［イ］にあてはまる適切な数をそれぞれ求めなさい。

(2)　ひいた 2 枚のカードの数の和が 8 以上になるのは，どの方法のときがもっとも起こりやすいか。A～C の中から適切なものを 1 つ選び，解答用紙の（　　）の中に記号で答えなさい。

また，選んだ理由を，**根拠となる数値を示して**説明しなさい。

数-18-公-福島-問-04

4 ある中学校では，学習旅行で自主研修の時間を設けており，生徒は博物館か美術館，またはその両方を見学する。見学に必要な入館券は，博物館の入館券，美術館の入館券，博物館と美術館の両方を見学できる共通入館券の 3 種類あり，1 枚の値段は，博物館の入館券が 600 円，美術館の入館券が 700 円，共通入館券が 1000 円である。

学習旅行に参加した生徒の人数は 120 人であり，120 人全員がいずれか 1 つの入館券を選んで買ったところ，代金の合計は 89500 円であった。

美術館の入館券を買った生徒の人数が 55 人であったとき，博物館の入館券を買った生徒と共通入館券を買った生徒の人数はそれぞれ何人か，求めなさい。

求める過程も書きなさい。

数-18-公-福島-問-05

5 下の図において，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形であり，点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC の中点である。

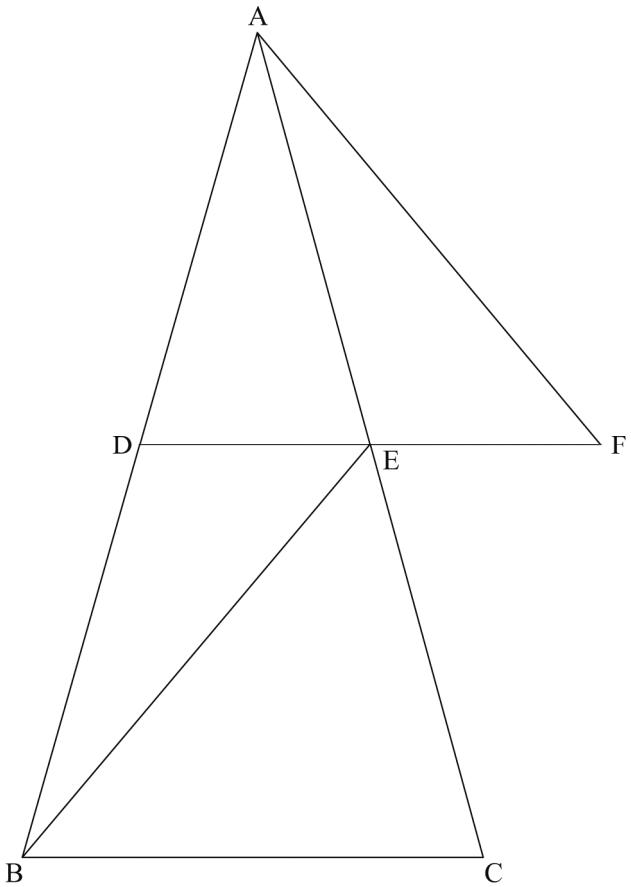
また，点 F は直線 DE 上の点であり，EF＝DE である。

このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１ AF＝BE であることを証明しなさい。

問２ 線分 BF と線分 CE との交点を G とする。

△AEF において辺 AF を底辺とするときの高さを x，△BGE において辺 BE を底辺とするときの高さを y とするとき，$x : y$ を求めなさい。



数-18-公-福島-問-06

6 下の図のように，3 直線ℓ，m，n があり，m，n の式はそれぞれ $y=\frac{1}{2}x+2$，$y=-2x+7$ である。

ℓ と m との交点，m と n との交点，ℓ と n との交点をそれぞれ A，B，C とすると，A の座標は $(-2,\ 1)$ であり，C は y 軸上の点である。

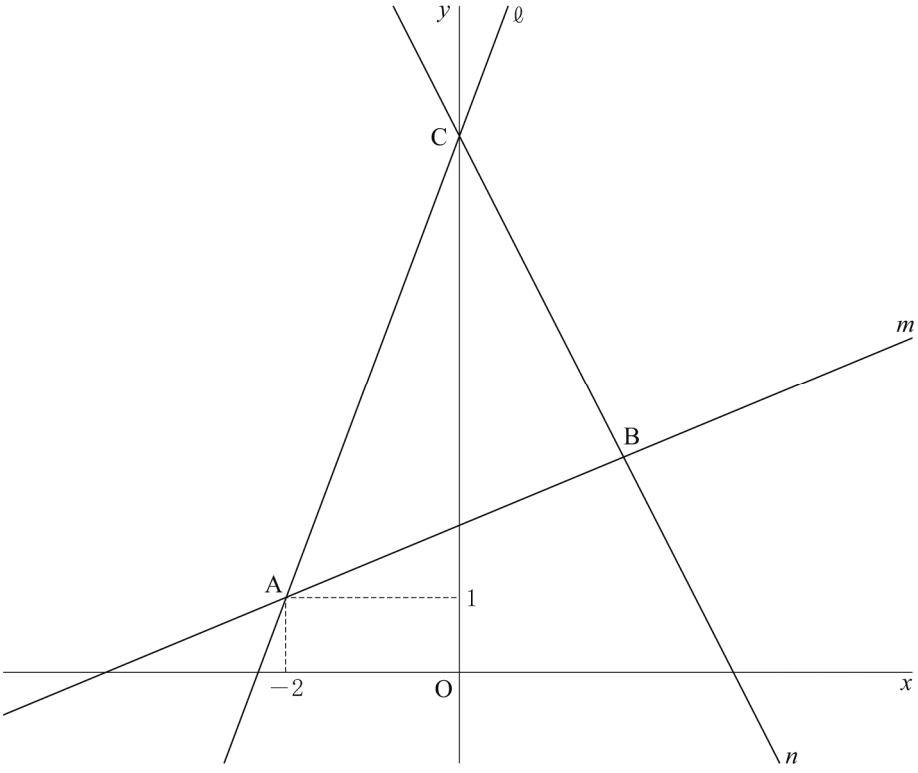
このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　直線ℓの式を求めなさい。

問２　A を出発点として，直線ℓ，n 上を A→C→B の順に A から B まで動く点を P とする。
また，P を通り y 軸に平行な直線と直線 m との交点を Q とし，△APQ の面積を S とする。

(1) 点 P の x 座標が-1 のとき，S の値を求めなさい。

(2) $S=\frac{5}{2}$となる点 P の x 座標をすべて求めなさい。



数-18-公-福島-問-07

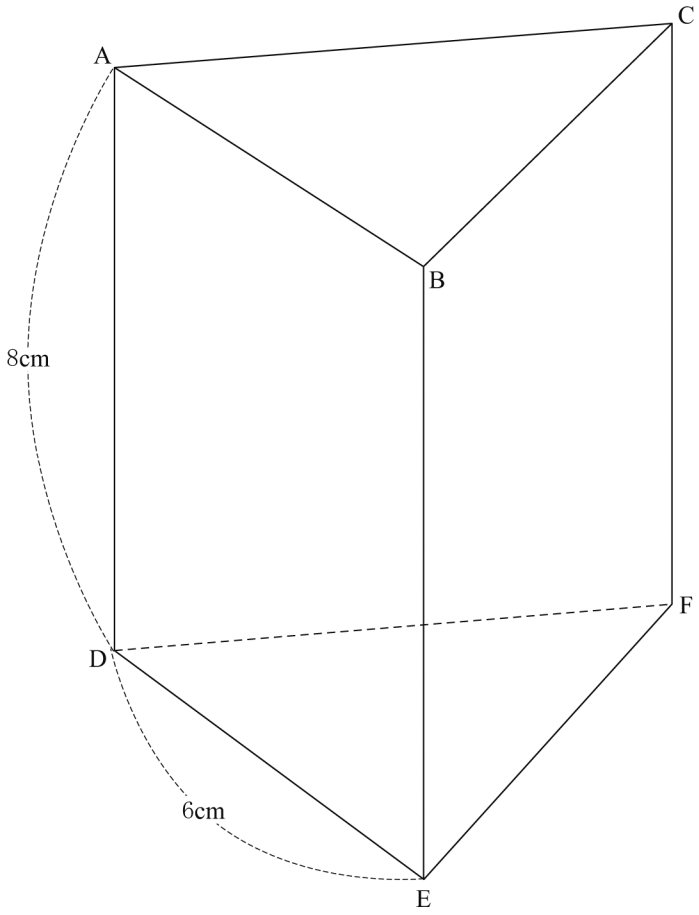
7 下の図のような，底面が 1 辺 6 cm の正三角形で，高さが 8 cm の正三角柱がある。
このとき，次の**問 1**，**問 2** に答えなさい。

問 1　△DEF の面積を求めなさい。

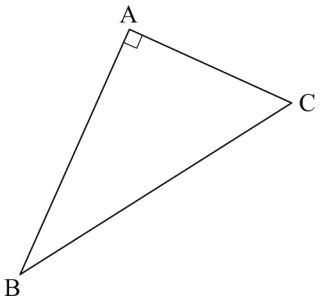
問 2　線分 BD 上に点 G を，BG : GD＝1 : 3 となるようにとる。
また，辺 CF 上に点 H を，FH＝$\sqrt{3}$cm となるようにとる。

(1) 4 点 D，E，F，G を結んでできる三角錐(すい)の体積を求めなさい。

(2) 3 点 D，E，H を通る平面と点 G との距離を求めなさい。

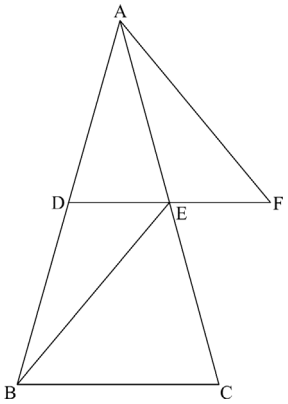


数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数－I8－公－福島－KY－01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２				
数－I8－公－福島－KY－02	2	問１				
		問２				
		問３				
		問４		cm^2		
		問５				

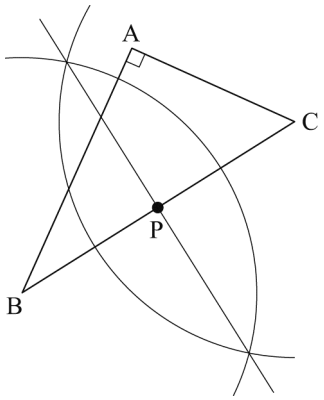
	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数－18－公－福島－KY－03	3	問１	(1)	人			
			(2)	人			
		問２	(1)	ア			
				イ			
			(2)	(　　) 〔理由〕			

	問題番号	解　　答	配点	備　　考
数−18−公−福島−XY−04	4	〔求める過程〕 答 博物館の入館券を買った生徒の人数＿＿＿＿＿＿人 答 共通入館券を買った生徒の人数　＿＿＿＿＿＿人		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−18−公−福島−KY−05	5	問１	〔証明〕  		
		問２	$x : y =$		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−18−公−福島−KY−06	6	問１				
		問２	(1)			
			(2)			
数−18−公−福島−KY−07	7	問１		cm^2		
		問２	(1)	cm^3		
			(2)	cm		

数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数−18−公−福島−K−01	1	問1	(1)	-5		
			(2)	$\frac{3}{8}$		
			(3)	$-\frac{2}{3}x$		
			(4)	$3\sqrt{3}$		
		問2	-4			
数−18−公−福島−K−02	2	問1	7			
		問2	$-\frac{1}{2}$			
		問3	ウ			
		問4	27π　cm^2			
		問5	(作図の例)  			

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数Ⅰ-18-公+福島-K-03	3	問１	(1)	6　人			
			(2)	7　人			
		問２	(1)	ア	10		
				イ	25		
			(2)	(　C　) 〔理由〕 (例) ひいた 2 枚のカードの 1 枚目が 3, 2 枚目が 5 になる場合を〔3，5〕と表す。 ひいた 2 枚のカードの数の和が 8 以上になる場合は, A のとき〔3，5〕,〔4，5〕,〔5，3〕,〔5，4〕の 4 通り。 B のとき，2 枚のカードが 3 と 5 の場合，4 と 5 の場合の 2 通り。 C のとき〔3，5〕,〔4，4〕,〔4，5〕,〔5，3〕,〔5，4〕,〔5，5〕の 6 通り。 起こりうるすべての場合は，A のとき 20 通り，B のとき 10 通り，C のとき 25 通りであるから，ひいた 2 枚のカードの数の和が 8 以上になる確率は, A のとき$\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$，B のとき$\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$，C のとき$\frac{6}{25}$ よって，ひいた 2 枚のカードの数の和が 8 以上になる確率がもっとも大きいのは C のときだから。		

	問題番号	解　　答	配点	備　　考
数－I8－公－福島－K－04	4	〔求める過程〕 (例) 博物館の入館券を買った生徒の人数を x 人，共通入館券を買った生徒の人数を y 人とする。美術館の入館券を買った生徒の人数が 55 人であり，学習旅行に参加した生徒の人数が 120 人であるから $x+55+y=120$ これを整理して　$x+y=65$ ……① 博物館の入館券が 600 円，美術館の入館券が 700 円，共通入館券が 1000 円であり，代金の合計が 89500 円であるから $600x+700\times55+1000y=89500$ これを整理して　$3x+5y=255$ ……② ①，②を連立方程式として解いて　$x=35$，$y=30$ これらは問題に適している。 答　博物館の入館券を買った生徒の人数　35　人 　　共通入館券を買った生徒の人数　　30　人		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−18−公−福島−K−05	5	問１	〔証明〕 (例 1) △AEF と△BDE において 仮定から　EF＝DE ……① △ABC は AB＝AC の二等辺三角形であり，点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC の中点であるから AE＝BD ……② AD＝AE ……③ ③より，△ADE は二等辺三角形であるから ∠ADE＝∠AED ……④ また　∠AEF＝180°－∠AED ……⑤ ∠BDE＝180°－∠ADE ……⑥ ④，⑤，⑥より　∠AEF＝∠BDE ……⑦ ①，②，⑦より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから △AEF≡△BDE したがって　AF＝BE (例 2) △ADF と△ECB において △ABC は AB＝AC の二等辺三角形であり，点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC の中点であるから AD＝EC ……① ∠ABC＝∠ACB ……② 中点連結定理より DE // BC ……③ $\mathrm{DE}=\frac{1}{2}\mathrm{BC}$ ……④ ③より，平行線の同位角は等しいから ∠ADF＝∠ABC ……⑤ ②，⑤より　∠ADF＝∠ECB ……⑥ 仮定から　DF＝2DE ……⑦ ④，⑦より　DF＝CB ……⑧ ①，⑥，⑧より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから △ADF≡△ECB したがって　AF＝BE		
		問２	$x : y=3 : 2$		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−18−公−福島−K−06	6	問１	$y=3x+7$			
		問２	(1)	$\frac{5}{4}$		
			(2)	$-2+\sqrt{2},\ \sqrt{2}$		
数−18−公−福島−K−07	7	問１	$9\sqrt{3}$ cm^2			
		問２	(1)	$18\sqrt{3}$ cm^3		
			(2)	$\frac{9\sqrt{10}}{5}$ cm		

数-18-公-福島-KS-01

1　**問1**　(1)　$-7+2=-(7-2)=-5$

(2)　$\left(-\frac{3}{10}\right)\times\left(-\frac{5}{4}\right)=+\frac{3\times5}{10\times4}=\frac{3}{8}$

(3)　$6x^4\div(-3x^2)\div3x=-\frac{6x^4}{3x^2\times3x}=-\frac{2}{3}x$

(4)　$\sqrt{48}-\sqrt{3}=\sqrt{4^2\times3}-\sqrt{3}=4\sqrt{3}-\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

問2　$3(2x-3y)-(x-8y)=6x-9y-x+8y=5x-y=5\times\left(-\frac{1}{5}\right)-3=-1-3=-4$

数-18-公-福島-KS-02

2　**問1**　$28=2^2\times7$ だから，$\sqrt{28n}$が自然数になるような最小の自然数 n は 7

問2　$x=4$ のとき y は最小値 -8 をとる。$y=ax^2$ に $x=4$，$y=-8$ を代入して，$-8=a\times4^2$　$a=-\frac{1}{2}$

問3　x の値が増加すると y の値はつねに増加するから，**エ**，**オ**，**カ**はあてはまらない。また，凹型の厚紙のへこんだ部分が DC を通過するときは，その前後に比べ，x の増加量に対する y の増加量は小さくなるから，グラフの傾きも小さくなる。よって，あてはまるのは**ウ**

問4　$\pi\times6^2\times\frac{270}{360}=27\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

問5　$\angle A=90^\circ$ だから，$\angle BAC$ は半円の弧に対する円周角で，BC は円 P の直径になる。よって，BC の垂直二等分線を作図して，BC との交点を P とすればよい。

数-18-公-福島-KS-03

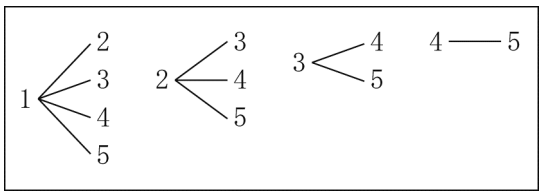
3　**問1**　(1)　**資料**を**度数分布表**に整理すると右のようになる。
7.0 秒以上 8.0 秒未満は 6 人いる。

記録(秒)			度数(人)
以上		未満	
6.0	～	7.0	1
7.0	～	8.0	6
8.0	～	9.0	4
9.0	～	10.0	2
10.0	～	11.0	1
合計			14

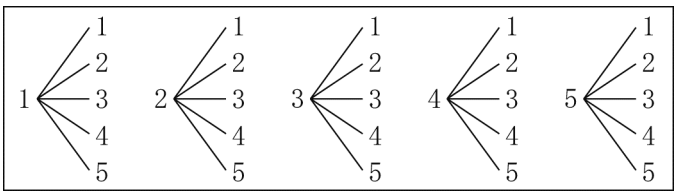
(2)　30 人の記録で相対度数が 0.3 だから，この階級に入っている人数は，
$30\times0.3=9$(人)
右の表より，男子が 2 人だから，女子の人数は $9-2=7$(人)

問2　(1) 下の図のように，B のときの起こりうる場合は 10 通りで，C のときの起こりうる場合は 25 通り。

B の方法



C の方法



(2)　それぞれの確率を求め，その数値を根拠として用いる。

数-18-公-福島-KS-04

4　$x+y=65\cdots①$　$3x+5y=255\cdots②$
①×3−②より，$-2y=-60$　$y=30$　これを①に代入して，$x+30=65$　$x=35$

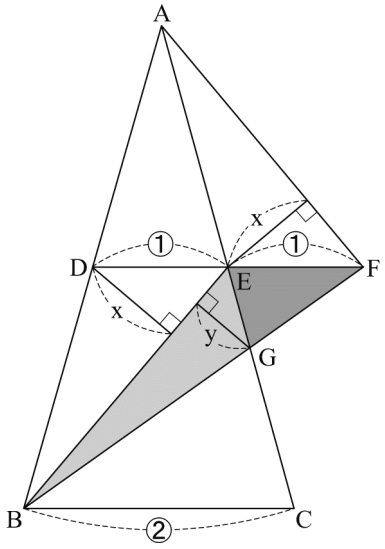
数-18-公-福島-KS-05

5　**問1**　AF と BE をそれぞれ辺にもつ三角形（例えば△AEF と△BDE）に着目し，それらが合同であることを示す。

問２　△AEF≡△BDE より，△BDE で BE を底辺とするときの高さも x と表される。△BDE と△BGE は，底辺 BE が共通だから，高さの比 $x : y$ はそのまま面積の比になる。
また，△BDE と△BFE は，それぞれ DE，EF を底辺としたときの高さが等しく，DE＝EF より，面積も等しい。
したがって，△BFE と△BGE の面積の比を求めれば，$x : y$ がわかる。
△ABC で，2 点 D，E は辺 AB，AC の中点だから，中点連結定理より，

$\mathrm{DE} /\!/ \mathrm{BC}$，$\mathrm{DE}=\frac{1}{2}\mathrm{BC}$

また，DE＝EF だから，$\mathrm{EF} /\!/ \mathrm{BC}$，EF : BC＝1 : 2 となる。
三角形と比の関係より，BG : GF＝BC : EF＝2 : 1
よって，$x : y$＝△BFE : △BGE＝BF : BG＝(2＋1) : 2＝3 : 2



数-18-公-福島-KS-06

6　**問１**　直線ℓは C(0，7)を通るから，式は $y=ax+7$ とおける。
また，A(−2，1)を通るから，式に $x=-2$，$y=1$ を代入して，$1=a\times(-2)+7$　$a=3$
よって，$y=3x+7$

問２　(1) 点 P の y 座標は，$y=3\times(-1)+7=4$　よって，P(−1，4)
点 Q の y 座標は，$y=\frac{1}{2}\times(-1)+2=\frac{3}{2}$　よって，$\mathrm{Q}\left(-1,\ \frac{3}{2}\right)$
△APQ で，PQ を底辺とすると，$\mathrm{PQ}=4-\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$　また，A(−2，1)より，高さは−1−(−2)＝1
よって，$S=\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\times1=\frac{5}{4}$

(2) 点 B の座標は，$y=\frac{1}{2}x+2$ と $y=-2x+7$ を連立方程式として解いて，$x=2$，$y=3$
よって，B(2，3)
点 P の x 座標を t とする。
・点 P が線分 AC 上にあるとき，2 点 P，Q の座標は，$\mathrm{P}(t,\ 3t+7)$，$\mathrm{Q}\left(t,\ \frac{1}{2}t+2\right)$
このとき，△APQ の底辺 PQ は，$\mathrm{PQ}=3t+7-\left(\frac{1}{2}t+2\right)=\frac{5}{2}t+5$　高さは，$t-(-2)=t+2$
面積について方程式をつくると，$\frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}t+5\right)(t+2)=\frac{5}{2}$
$(t+2)^2=2$　$t+2=\pm\sqrt{2}$　$t=-2\pm\sqrt{2}$
$-2\leqq t\leqq0$ だから，$t=-2+\sqrt{2}$は問題にあう。
$t=-2-\sqrt{2}$は問題にあわない。
・点 P が線分 CB 上にあるとき，2 点 P，Q の座標は，$\mathrm{P}(t,\ -2t+7)$，$\mathrm{Q}\left(t,\ \frac{1}{2}t+2\right)$
このとき，△APQ の底辺 PQ は，$\mathrm{PQ}=-2t+7-\left(\frac{1}{2}t+2\right)=-\frac{5}{2}t+5$　高さは，$t-(-2)=t+2$
面積について方程式をつくると，$\frac{1}{2}\left(-\frac{5}{2}t+5\right)(t+2)=\frac{5}{2}$　$t^2=2$　$t=\pm\sqrt{2}$
$0\leqq t\leqq2$ だから，$t=\sqrt{2}$は問題にあう。
$t=-\sqrt{2}$は問題にあわない。
よって，$S=\frac{5}{2}$となる点 P の x 座標は，$-2+\sqrt{2}$，$\sqrt{2}$

7 **問１**　△DEF で F から DE に垂線 FI をひくと，△DIF は 60°の角をもつ直角三角形だから，

FD：FI＝2：$\sqrt{3}$　よって，FI＝$\frac{\sqrt{3}}{2}$FD＝$\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}$(cm)

△DEF＝$\frac{1}{2}\times$DE$\times$FI＝$\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}$(cm^2)

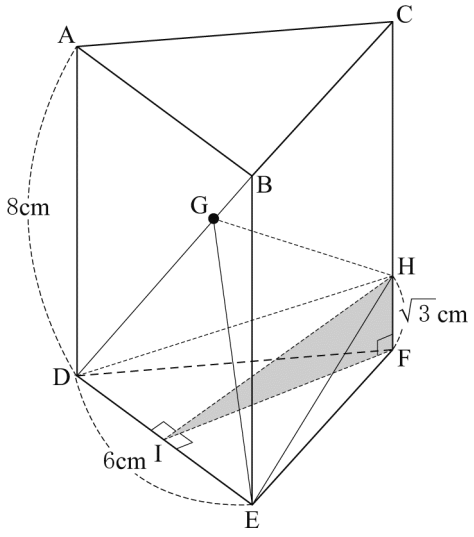
問２　(1) G から DE に垂線 GJ をひく。三角錐 DEFG で，△DEF を底面とみると高さは GJ になる。

GJ // BE だから，GJ：BE＝DG：DB＝3：(3＋1)＝3：4　よって，GJ＝$\frac{3}{4}$BE＝$\frac{3}{4}\times 8=6$(cm)

三角錐 DEFG の体積は，$\frac{1}{3}\times$△DEF$\times$GJ＝$\frac{1}{3}\times 9\sqrt{3}\times 6=18\sqrt{3}$(cm^3)

(2) 辺 CF と面 ADEB は平行だから，F から DE にひいた垂線 FI の長さは CF と面 ADEB との距離を表す。
三角錐 DEFG と三角錐 DEHG は，それぞれ△DEG を共通の底面とみたとき，高さは FI で等しいから，体積も等しくなる。
よって，(1)より，三角錐 DEHG の体積は $18\sqrt{3}$cm^3
面 DEH と点 G との距離は，三角錐 DEHG で△DEH を底面とみたときの高さに等しいから，この高さを $h$cm とすると，体積について，次の等式が成り立つ。

$\frac{1}{3}\times$△DEH$\times h=18\sqrt{3}$…**ア**



ここで，△HIF は∠HFI＝90°の直角三角形だから，三平方の定理より，
HI^2＝HF^2＋FI^2＝$(\sqrt{3})^2+(3\sqrt{3})^2=30$
HI＞0 だから，HI＝$\sqrt{30}$cm
よって，△DEH＝$\frac{1}{2}\times$DE$\times$HI＝$\frac{1}{2}\times 6\times\sqrt{30}$
＝$3\sqrt{30}$(cm^2)
これを**ア**に代入すると，$\frac{1}{3}\times 3\sqrt{30}\times h=18\sqrt{3}$

$h=\frac{18\sqrt{3}}{\sqrt{30}}=\frac{18\sqrt{3}\times\sqrt{30}}{\sqrt{30}\times\sqrt{30}}=\frac{18\times 3\sqrt{10}}{30}=\frac{9\sqrt{10}}{5}$(cm)