Ｒ６　福島県　公立　数学　問題

数-24-公-福島-問-01

1　次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　次の計算をしなさい。

(1)　$-5+9$

(2)　$\frac{2}{5}\div\left(-\frac{8}{15}\right)$

(3)　$7x-3y+2x+y$

(4)　$3\sqrt{6}\times\sqrt{3}$

問２　$(x+y-1)(x+y+1)$　を展開しなさい。

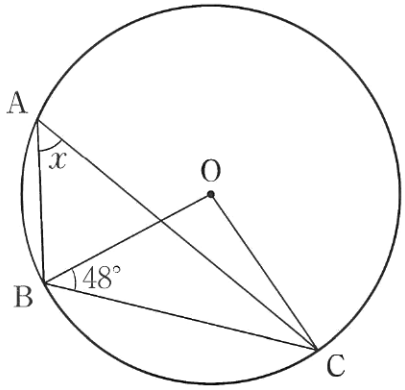
数-24-公-福島-問-02

2　次の**問１**～**問５**に答えなさい。

問１　a 円の黒ペン 5 本と b 円の赤ペン 2 本を買うと，代金は 1020 円になる。このときの数量の間の関係を，等式で表しなさい。

問２　1 次関数 $y=5x+2$ について，x の値が 1 から 4 まで増加するときの y の増加量を求めなさい。

問３　右の図で，3 点 A，B，C は円 O の周上の点である。
このとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

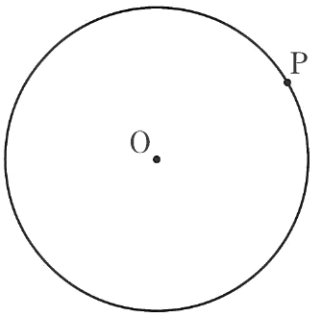


問４　次のデータは，ある店の 1 日のケーキの販売数を 9 日間調べ，左から少ない順に整理したものである。このデータについて，第 3 四分位数を求めなさい。

76，85，88，98，102，114，118，122，143

（単位：個）

問５　右の図に，円 O の周上の点 P を通る接線を作図しなさい。
ただし，作図に用いた線は消さずに残しておきなさい。



3 次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　下の**図**のように，正六角形があり，１つの頂点をＡとする。１から６までの目がある大小２つのさいころを同時に１回投げて，次の**＜操作＞**を行う。

ただし，それぞれのさいころについて，どの目が出ることも同様に確からしいものとする。

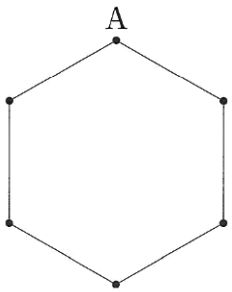
＜操作＞

・　Ａを出発して，大きいさいころの出た目の数だけ**反時計回り**に頂点を移動し，とまった位置をＰとする。

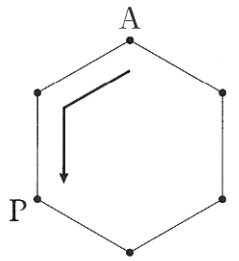
・　Ａを出発して，小さいさいころの出た目の数だけ**時計回り**に頂点を移動し，とまった位置をＱとする。

例えば，大きいさいころの出た目の数が２で，小さいさいころの出た目の数が３であるとき，**例**のようになる。

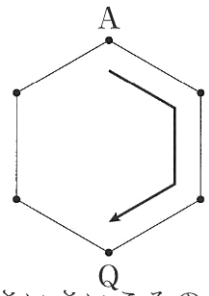
図



例



大きいさいころの出た目の数が２の場合



小さいさいころの出た目の数が３の場合

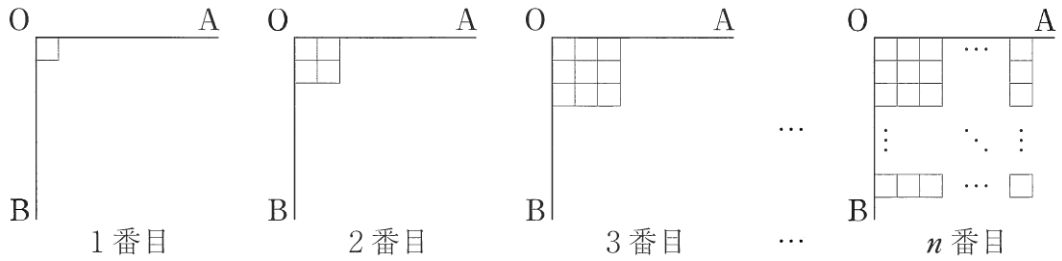
(1) ＰとＱが同じ位置になる確率を求めなさい。

(2) ３点Ａ，Ｐ，Ｑを結んだ図形が二等辺三角形になる確率を求めなさい。

問２　下の図のように，垂直に交わる半直線 OA，OB の間に，次の**＜作業＞**にしたがい，同じ大きさの正方形のタイルをしく。

> **＜作業＞**
> ・　点 O と半直線 OA，OB に辺が重なるように 1 枚のタイルをしいたものを，1 番目の図形とする。
> ・　次に，1 番目の図形を囲むように新たなタイルをしき，全部で 4 枚のタイルをしいたものを 2 番目の図形とする。続けて 2 番目の図形を囲むように新たなタイルをしき，全部で 9 枚のタイルをしいたものを 3 番目の図形とする。
> ・　1 番目，2 番目，3 番目，…のように，規則的にタイルをしいて n 番目の図形をつくる。

下の図はこの**＜作業＞**にしたがい，タイルをしいたときの図である。ただし，タイル 1 枚を □ で表している。



(1) 23 番目の図形は，全部で何枚のタイルがあるか求めなさい。

(2) ($n-1$) 番目の図形を囲むように新たなタイルをしき，n 番目の図形をつくる。このとき，新たに必要なタイルの枚数は**奇数**である。

この理由を，n を使った式で表し，説明しなさい。ただし，n は 2 以上の整数とする。

数-24-公-福島-問-04

4　3 つの容器 A，B，C がある。A，B には合わせて 820 mL の水が入っており，C は空(から)である。容器に入っている水の量について，A の $\frac{1}{4}$ と B の $\frac{1}{3}$ を C に移す。水を移した後の C の水の量は，水を移した後の A の水の量より 60 mL 少なかった。

移した水はすべて C に入るものとし，水を移す前の A と B の水の量をそれぞれ求めなさい。

求める過程も書きなさい。

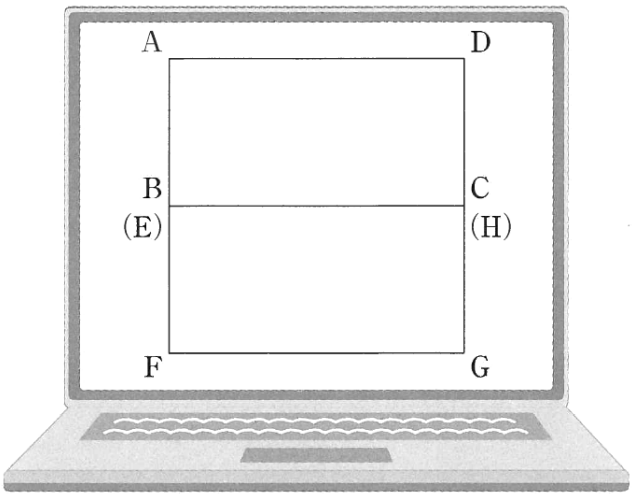
5 コンピュータの画面に，**画面１**のような，２つの合同な長方形 ABCD と EFGH があり，点 B と点 E が，点 C と点 H がそれぞれ重なっている。

画面２は点 C (H) を固定し，H を中心として長方形 EFGH を時計回りに回転させている途中である。また，辺 AB と辺 EF との交点を I とする。

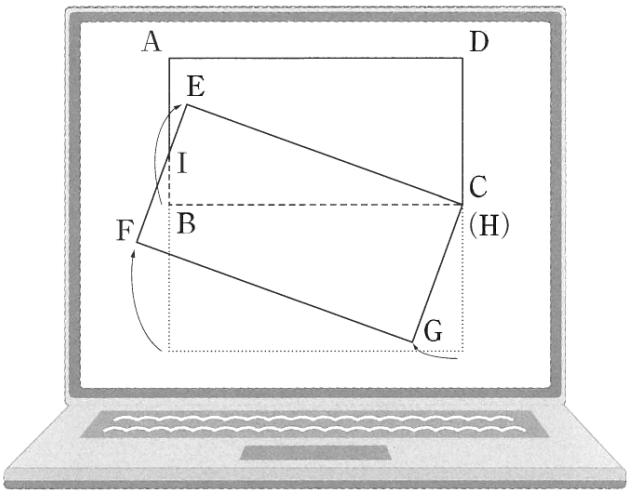
画面３は長方形 EFGH を回転させ続け，対角線 AC 上に点 E が，対角線 HF 上に点 B が同時に重なった場面である。

画面３のとき，EI＝BI となることを証明しなさい。

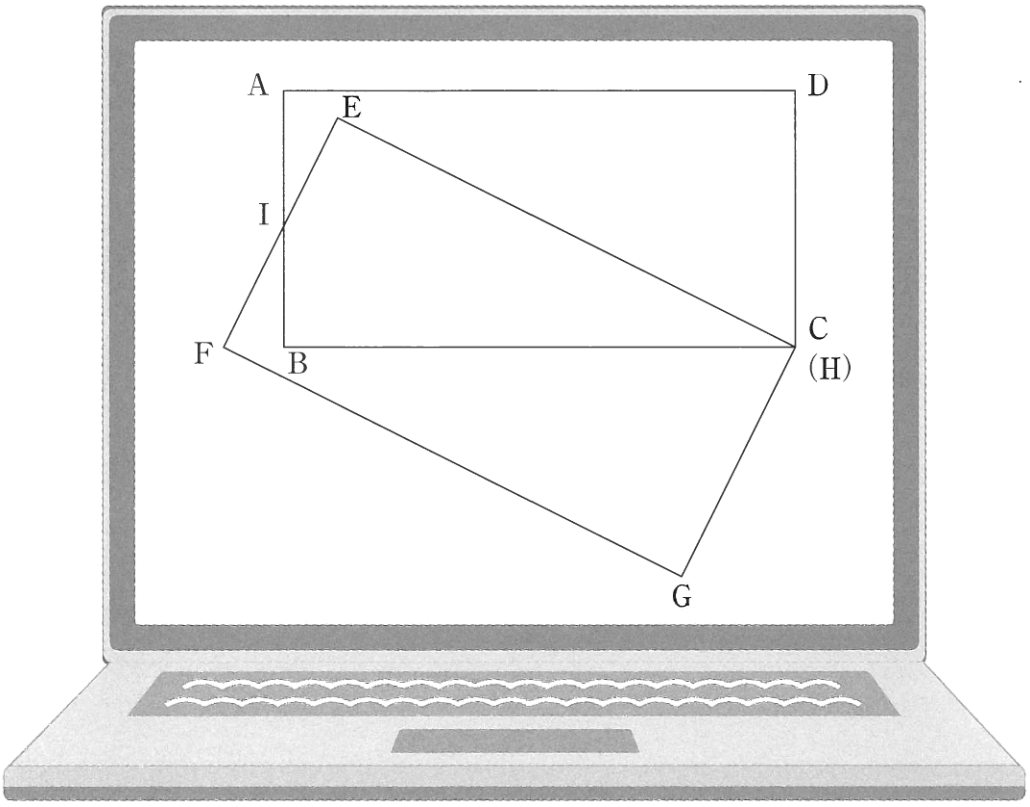
画面１



画面２



画面３



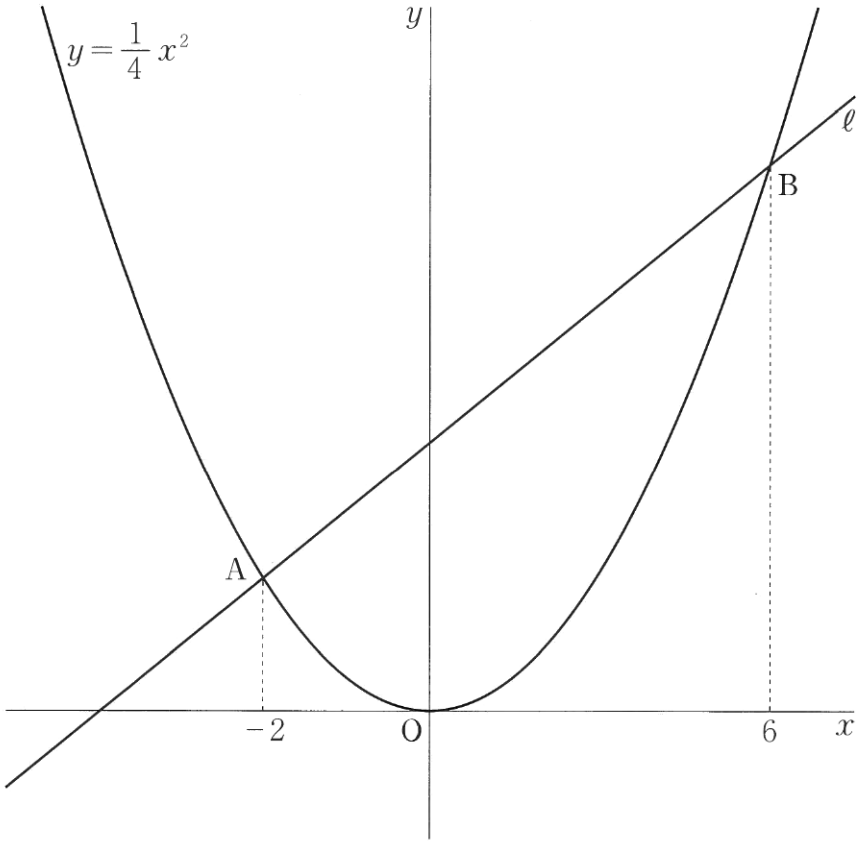
6 下の図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフと直線 ℓ があり，2 点 A，B で交わっている。A，B の x 座標はそれぞれ -2，6 である。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。

問１ 点 A の y 座標を求めなさい。

問２ 2 点 A，B を通る直線の式を求めなさい。

問３ 関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に点 P をとり，P の x 座標を t とする。ただし，$0<t<6$ とする。
また，P を通り y 軸に平行な直線を m とする。m と ℓ との交点を Q，m と x 軸との交点を R とする。
QP＝PR となる t の値を求めなさい。



7 下の図のような，底面が AB＝DE＝10 cm，AC＝DF＝8 cm の直角三角形で，高さが $3\sqrt{2}$ cm の三角柱がある。

辺 AB 上に AP：PB＝1：2 となる点 P をとり，辺 DE 上に DQ：QE＝1：2 となる点 Q をとる。

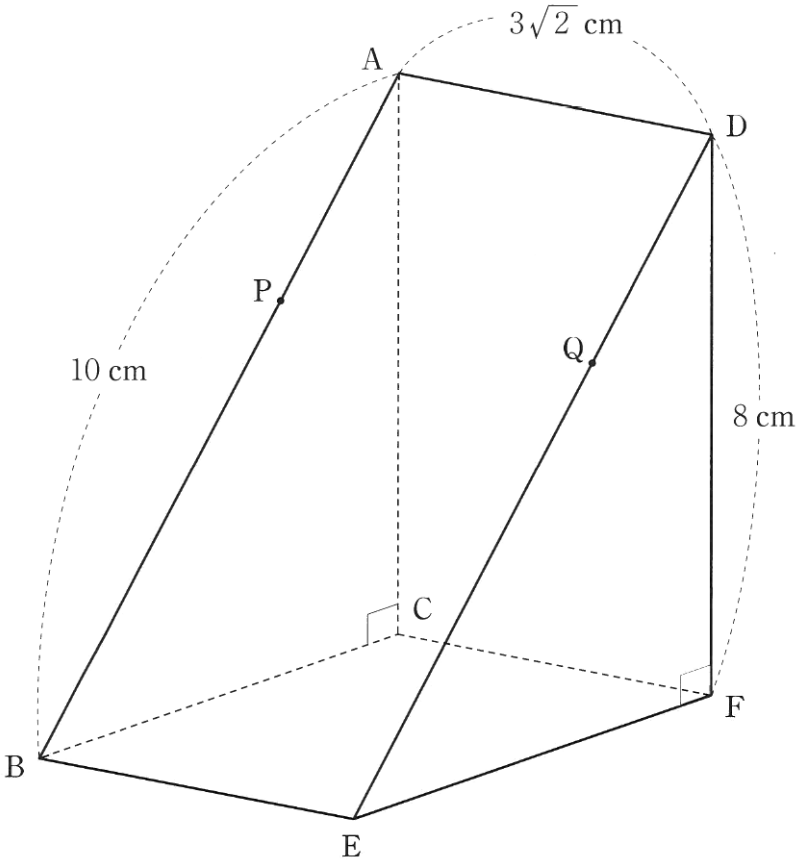
このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　辺 EF の長さを求めなさい。

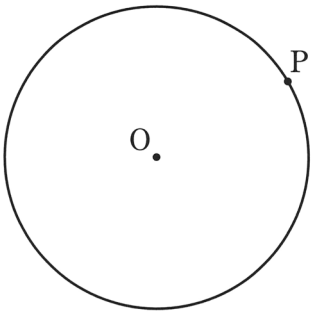
問２　点 P を通り辺 AC に平行な直線と辺 BC との交点を R，点 Q を通り辺 DF に平行な直線と辺 EF との交点を S とする。

(1) 四角形 PRSQ の面積を求めなさい。

(2) 線分 AS と線分 CQ の交点を T とするとき，5 点 T，P，R，S，Q を結んでできる四角錐(すい)の体積を求めなさい。

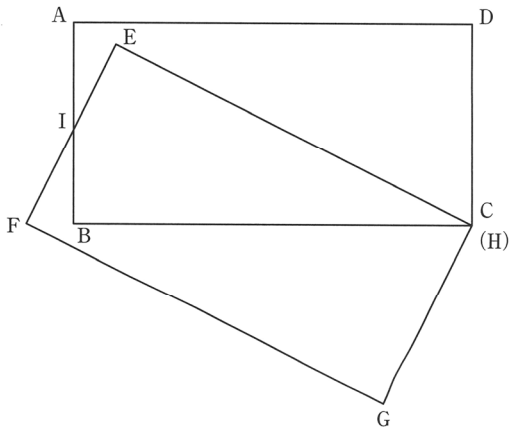


Ｒ６　福島県　公立　数学　解答用紙

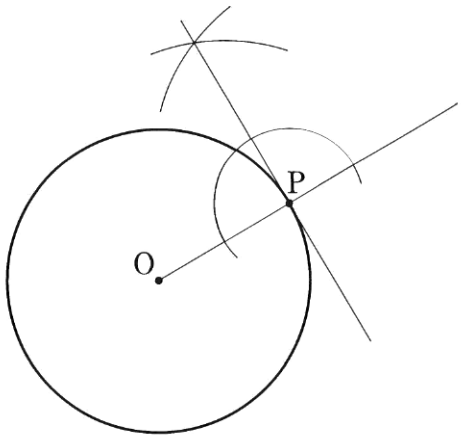
	問題番号		解答		配点	備考
数-24-公-福島-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２				
数-24-公-福島-KY-02	2	問１				
		問２				
		問３	度			
		問４	個			
		問５				

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−24−公−福島−KY−03	3	問１	(1)			
			(2)			
		問２	(1)	枚		
			(2)	〔説明〕		

	問題番号	解　　答	配点	備　　考
数-24-公-福島-KY-04	4	〔求める過程〕 答　水を移す前のAの水の量 ＿＿＿＿＿＿ mL 　　水を移す前のBの水の量 ＿＿＿＿＿＿ mL		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-福島-KY-05	5	〔証明〕  			
数-24-公-福島-KY-06	6	問１			
		問２			
		問３			
数-24-公-福島-KY-07	7	問１	cm		
		問２	(1) cm^2		
			(2) cm^3		

数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-24-公-福島-K-01	1	問１	(1)	4	2	
			(2)	$-\frac{3}{4}$	2	
			(3)	$9x-2y$	2	
			(4)	$9\sqrt{2}$	2	
		問２	$x^2+2xy+y^2-1$		2	
数-24-公-福島-K-02	2	問１	$5a+2b=1020$		2	
		問２	15		2	
		問３	42　度		2	
		問４	120　個		2	
		問５			2	

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-24-公-福島-K-03	3	問１	(1)	$\frac{1}{6}$	2	
			(2)	$\frac{2}{9}$	2	
		問２	(1)	529　枚	1	
			(2)	〔説明〕 (例) $(n-1)$ 番目の図形のタイルは全部で $(n-1)^2$ 枚, n 番目の図形のタイルは全部で n^2 枚と表すことができる。 n 番目の図形をつくるとき,新たに必要なタイルの枚数は $n^2-(n-1)^2$ $=n^2-(n^2-2n+1)$ $=2n-1$ n は 2 以上の整数であるから, $2n-1$ は奇数である。 よって，新たに必要なタイルの枚数は奇数である。	3	

	問題番号	解　　答	配点	備　　考
数-24-公-福島-K-04	4	〔求める過程〕 (例) 水を移す前のAの水の量を x mL，水を移す前のBの水の量を y mLとする。 合わせて820 mLの水が入っていたことから， $x+y=820$ ……① それぞれの容器に入っている水の量について，Aの $\frac{1}{4}$ とBの $\frac{1}{3}$ をCに移したことから，水を移した後のCの水の量は， $\frac{1}{4}x+\frac{1}{3}y$ と表すことができる。 また，水を移した後のCの水の量は，水を移した後のAの水の量より60 mL少なかったことから，$\frac{3}{4}x-60$ と表すことができる。 どちらも，Cの水の量を表していることから， $\frac{1}{4}x+\frac{1}{3}y=\frac{3}{4}x-60$ ……② ①，②を連立方程式として解いて， $x=400$，$y=420$ これらは問題に適している。 答 { 水を移す前のAの水の量　400　mL 水を移す前のBの水の量　420　mL	5	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-福島-K-05	5	〔証明〕 (例 1) 線分 CI をひく。 △CIE と△CIB において CI は共通　……① 仮定から　∠CEI＝∠CBI＝90°　……② 仮定から　CE＝CB　……③ ①，②，③より　直角三角形で，斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいから △CIE≡△CIB 合同な図形の対応する辺は等しいから EI＝BI (例 2) 対角線 AC，CF をひく。 △IEA と△IBF において 対頂角は等しいから ∠AIE＝∠FIB　……① 仮定から　∠AEI＝∠FBI＝90°　……② 三角形の内角の和は 180° であるから ∠IAE＝180°－∠AIE－∠AEI　……③ ∠IFB＝180°－∠FIB－∠FBI　……④ ①，②，③，④から　∠IAE＝∠IFB　……⑤ 合同な長方形の対応する辺は等しいから　CB＝CE　……⑥ また，合同な長方形の対角線は等しいから　CA＝CF　……⑦ EA＝CA－CE　……⑧ BF＝CF－CB　……⑨ ⑥，⑦，⑧，⑨から　EA＝BF　……⑩ ②，⑤，⑩より　1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから △IEA≡△IBF 合同な図形の対応する辺は等しいから EI＝BI		5	
数-24-公-福島-K-06	6	問 1	1	1	
		問 2	$y=x+3$	2	
		問 3	$t=1+\sqrt{7}$	3	
数-24-公-福島-K-07	7	問 1	6　cm	1	
		問 2 (1)	$16\sqrt{2}$　cm^2	2	
		問 2 (2)	$\frac{64\sqrt{2}}{15}$　cm^3	3	

※部分点については，各校において統一した基準を設けて採点するものとする。

数-24-公-福島-KS-01

1　【計算分野】

問２　$x+y=A$ とおくと，$(x+y-1)(x+y+1)=(A-1)(A+1)=A^2-1$ だから，$(x+y)^2-1=x^2+2xy+y^2-1$

数-24-公-福島-KS-02

2　【小問集合】

問２　$x=1$ のとき，$y=5\times1+2=7$，$x=4$ のとき，$y=5\times4+2=22$ だから，y の増加量は，$22-7=15$

問３　OB＝OC より，△OBC は二等辺三角形だから，∠OCB＝∠OBC＝48°

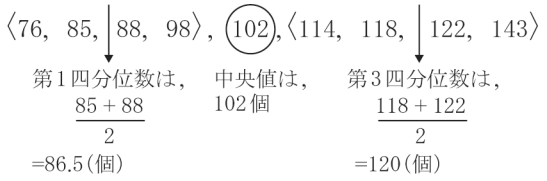
よって，∠BOC＝180°－2∠OBC＝180°－2×48°＝84°

円周角の定理より，$\angle x=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times84°=42°$

問４　四分位数を求めると**図１**のようになる。

よって，第３四分位数は 120 個。

図１



ポイント≫四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用

①　四分位数…(1)第２四分位数(中央値)，(2)第１四分位数，(3)第３四分位数，の３つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1)第２四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値

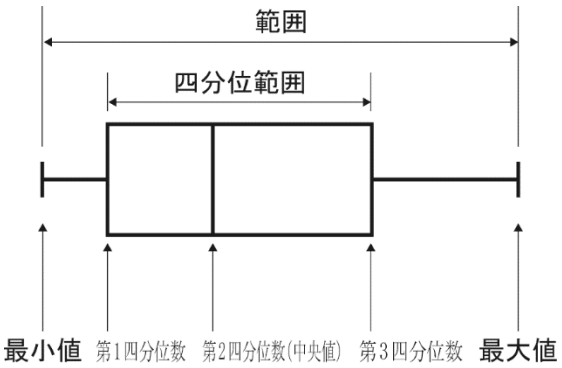
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある２つの数値の平均

(2)第１四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3)第３四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

②　四分位範囲…第３四分位数と第１四分位数の差

③　箱ひげ図…下の図のように，最小値，第１四分位数，第２四分位数(中央値)，第３四分位数，最大値を１つの図にまとめたもの

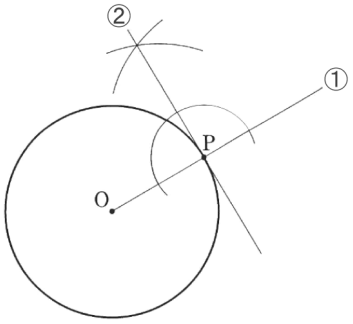


問５　作図の手順は以下の通り。

①　半直線 OP をひく。

②　点 P を通り半直線 OP に垂直な直線をひく。

図２



数-24-公-福島-KS-03

3 【確率，規則性に関する問題】

正六角形のA以外の5つの頂点を**図1**のように定義する。大小2つのさいころの出た目の数に対応する点P，Qの位置に気をつけて，すべての場合を表で示すと**表1**のようになる。よって，大小2つのさいころの目の出方は全部で，
6×6＝36(通り)

図1

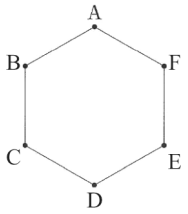


表1

Q＼P	B	C	D	E	F	A
F	レ			レ	◯	
E		レ		◯	レ	
D			◯			
C	レ	◯		レ		
B	◯	レ			レ	
A						◯

問1　PとQが同じ位置になる場合の数は，**表1**の◯印より6通り。よって，求める確率は，$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$である。

問2　点Aとほかの2つの頂点を結んでできる三角形が二等辺三角形になるのは，△ABC，△ABF，△ACE，△AEFの4パターンである。なお，正三角形（△ACE）は二等辺三角形の特別な形であることに注意しよう。

よって，条件を満たす場合の数は，**表1**の**レ**印より8通りだから，求める確率は，$\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$である。

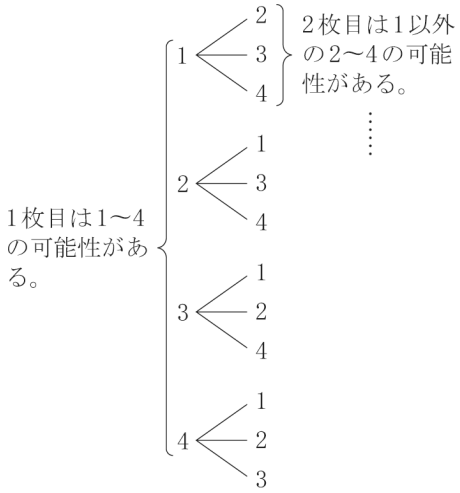
ポイント》確率の求め方

① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを2つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。
例：4枚のカード 1，2，3，4 から2枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



問2　(1) 23番目の図形は，タイルが縦に23個，横に23個並んでいるので，$23^2=529$(枚)

数-24-公-福島-KS-04

4 【連立方程式の利用】

ポイント》「～は…より多い／少ない」の立式

Xは Y より a 多い　⇒　$X=Y+a$

Xは Y より b 少ない　⇒　$X=Y-b$

数-24-公-福島-KS-05

5 【平面図形】

EI＝BI であることを証明するには，

① EI，BI が対応するような合同な三角形があること

② EI，BI を等辺とする二等辺三角形があること

のいずれかを示せばよい。

模範解答の 2 例はいずれも①で証明しているが，②で証明すると以下のようになる。

［証明］

線分 EB をひく。

仮定から　CE＝CB より，△CEB は二等辺三角形だから，∠CEB＝∠CBE　…①

仮定から　∠CEI＝∠CBI＝90°　…②

∠IEB＝∠CEI－∠CEB　…③，∠IBE＝∠CBI－∠CBE　…④

①，②，③，④より，∠IEB＝∠IBE

よって，2 つの角が等しいので，△IBE は二等辺三角形である。

したがって，EI＝BI

数-24-公-福島-KS-06

6 【関数のグラフと図形】

問 1　点 A は x 座標が－2 で，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点だから，y 座標は，$y=\frac{1}{4}\times(-2)^2=1$

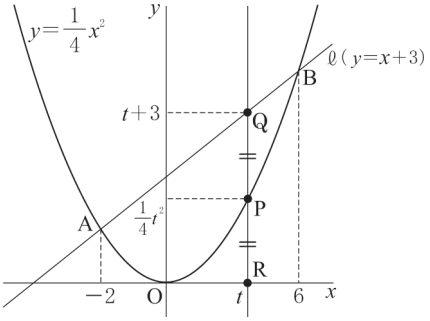
問 2　点 B は x 座標が 6 で，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点だから，y 座標は，$y=\frac{1}{4}\times6^2=9$

よって，2 点 A(－2，1)，B(6，9)を通る直線の式を $y=ax+b$ とおくと，$1=-2a+b$，$9=6a+b$ の 2 式を得る。これを連立方程式として解くと，$a=1$，$b=3$　　よって，求める直線の式は，$y=x+3$

問 3　3 点 P，Q，R の x 座標はすべて t であり，点 P は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点，点 Q は直線 $y=x+3$ 上の点，点 R は x 軸上の点だから，

$\mathrm{P}\left(t,\ \frac{1}{4}t^2\right)$，Q$(t,\ t+3)$，R$(t,\ 0)$である。

図 1



よって，QP＝PR より，$(t+3)-\frac{1}{4}t^2=\frac{1}{4}t^2$

これを整理すると，2 次方程式 $t^2-2t-6=0$ が得られる。

2 次方程式の解の公式より，

$t=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times1\times(-6)}}{2\times1}=1\pm\sqrt{7}$

ここで，$2=\sqrt{4}$，$3=\sqrt{9}$ より，$2<\sqrt{7}<3$ だから，$3<1+\sqrt{7}<4$　また，$-3<-\sqrt{7}<-2$ だから，$-2<1-\sqrt{7}<-1$　よって，$0<t<6$ を満たすのは，$t=1+\sqrt{7}$ である。

数-24-公-福島-KS-07

7 【空間図形】

問 1　△DEF で三平方の定理より，$\mathrm{EF}^2=\mathrm{DE}^2-\mathrm{DF}^2=10^2-8^2=36$　　EF＞0 より，EF＝6(cm)

問 2　(1) 四角形 ABED は長方形で，AP : PB＝DQ : QE＝1 : 2 だから，四角形 APQD も長方形である。

よって，PQ＝AD＝$3\sqrt{2}$ cm

また，PR // AC より，平行線と線分の比の性質から，

PR : AC＝PB : AB　　PR : 8＝2 : 3　　$\mathrm{PR}=\frac{16}{3}$(cm)

同様にして，$\mathrm{QS}=\frac{16}{3}$cm だから，PR＝QS であり，∠PRS＝∠QSR＝90°より，四角形 PRSQ は長方形である。よって，その面積は，$\mathrm{PR}\times\mathrm{PQ}=\frac{16}{3}\times3\sqrt{2}=16\sqrt{2}$ (cm^2)

(2) PR // AC より，平行線と線分の比の性質から，CR : CB＝AP : AB　　CR : 6＝1 : 3　　CR＝2(cm)

AC // QS より，平行線と線分の比の性質から，

$QT : TC = QS : AC = \frac{16}{3} : 8 = 2 : 3$

ここで，点 T から面 PRSQ におろした垂線を TU とすると，TU // CR より，TU : CR＝QT : QC

$TU : 2 = 2 : 5$　　$TU = \frac{4}{5}$(cm)

よって，5 点 T，P，R，S，Q を結んでできる四角錐の体積は，

(四角形 PRSQ)×TU×$\frac{1}{3}$＝$16\sqrt{2}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}$

＝$\frac{64\sqrt{2}}{15}$(cm^3)

図 1

