H29　群馬県(後)　公立　数学　問題

数-17-公-群馬(後)-問-01

1　次の**問１**～**問８**に答えなさい。

問１　次の(1)～(3)の計算をしなさい。

(1)　$3-(-4)$

(2)　$\sqrt{6} \div \sqrt{2}$

(3)　$\dfrac{2x-y}{3} - \dfrac{3x+2y}{6}$

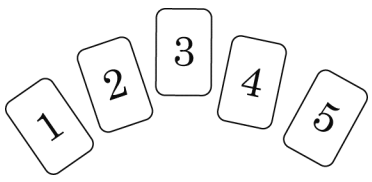
問２　絶対値が 2 以下である整数をすべて書きなさい。

問３　$(a-3)^2$ を展開しなさい。

問４　x^2-25 を因数分解しなさい。

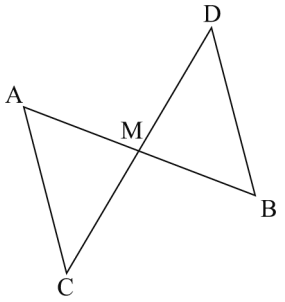
問５　ある長さを測定して得た値 7.3 cm が，小数第 2 位を四捨五入した近似値であるとする。この長さの真の値を a cm とするとき，a の範囲を不等号を使って表しなさい。

問６　1 から 5 までの数が 1 つずつ書かれた 5 枚のカードがある。この中から同時に 2 枚のカードを取り出すとき，取り出したカードに書かれた数の和が奇数となる確率を求めなさい。



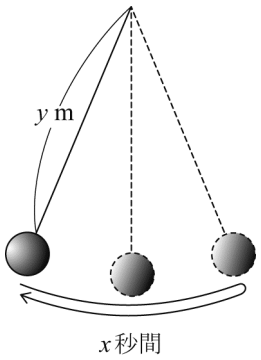
問７　y が x の１次関数で，$x=-1$ のとき $y=5$，$x=3$ のとき $y=-7$ である。この１次関数の式を求めなさい。

問８　右の図の線分 AB，CD は，それぞれの中点 M で交わっている。この図において，三角形 ACM と合同な三角形をみつけ，記号を用いて表しなさい。また，そのときに使った合同条件を書きなさい。



数-17-公-群馬(後)-問-02

2　１往復するのに x 秒かかる振り子の長さを y m とすると，$y=\frac{1}{4}x^2$ という関係が成り立つものとする。１往復するのに２秒かかる振り子を振り子Ａとするとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。



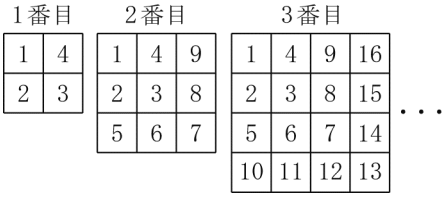
問１　振り子Ａの長さを求めなさい。

問２　長さが $\frac{1}{4}$ m の振り子Ｂは，振り子Ａが１往復する間に何往復するか，答えなさい。

ただし，答をどのように導いたかを，答の根拠がわかるように説明すること。

数-17-公-群馬(後)-問-03

3　右の図のように，連続する自然数をある規則にしたがって，１番目，２番目，３番目，…と並べていく。このとき，３番目の右上すみにある自然数は 16，左下すみにある自然数は 10 となっている。次の**問１～問３**に答えなさい。



問１　４番目の右上すみにある自然数を答えなさい。

問２　n 番目の右上すみにある自然数を，n を用いて表しなさい。

問３　右上すみにある自然数と左下すみにある自然数の和が 146 となるのは何番目のときか，求めなさい。

数-17-公-群馬(後)-問-04

4 1つの直線上にない3点A，B，Cについて，次の**問1**，**問2**に答えなさい。

問1　下の図のように3点A，B，Cがある。この3点からの距離が等しい点Oを，コンパスと定規を用いて作図しなさい。

ただし，作図に用いた線は消さないこと。

問2　**問1**のような方法で作図した点Oは，なぜ3点A，B，Cからの距離が等しいといえるのか，作図に用いた図形の性質を根拠にして，説明しなさい。

A
・

・C

B・

数-17-公-群馬(後)-問-05

5 **図1**において，4点A，B，C，Dは円Oの周上にあり，四角形ABCDは正方形となっている。**図2**は，**図1**の正方形を点Oを中心として回転させたものであり，正方形の頂点はそれぞれ点E，F，G，Hの位置に移動している。**図2**において，EAとBHが平行となることを次のように証明した。［ア］には適する数値を，［イ］，［ウ］には適する記号をそれぞれ入れなさい。また，［　　］には証明の続きを書き，証明を完成させなさい。

ただし，$\overset{\frown}{AB}$は，円周上の2点A，Bを両端とする弧のうち長くない方を表すものとし，その他の弧についても同様とする。

図1

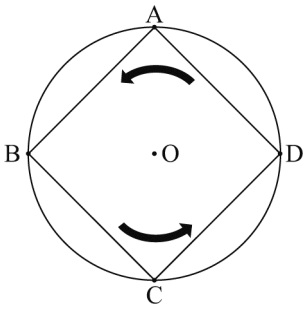
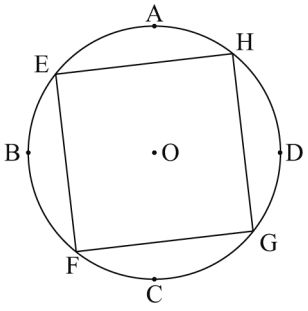


図2



証　明

線分EAと線分BHをひく。

$\overset{\frown}{AB}$と$\overset{\frown}{EH}$に対する中心角はともに［ア］°であるから

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{EH}$

また，$\overset{\frown}{AB}$と$\overset{\frown}{EH}$において［イ］が共通であるから

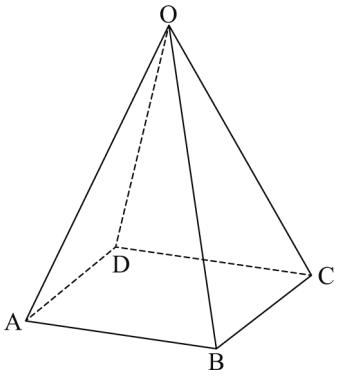
$\overset{\frown}{EB}=$［ウ］

［　　］

6 図１の正四角すい OABCD は，OA＝$6\sqrt{3}$ cm，AB＝6 cm である。図２は，この正四角すいの側面に，点 A から辺 OB と辺 OC を通って点 D まで，1 本の糸を巻きつけたものである。糸と辺 OB，OC との交点をそれぞれ P，Q とする。次の**問１～問３**に答えなさい。

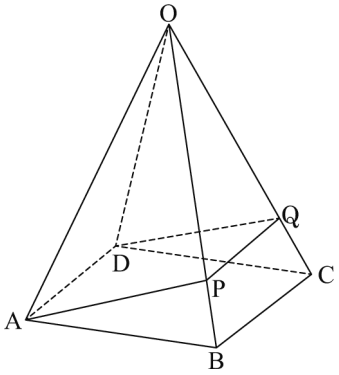
ただし，糸はそれぞれの側面でたるむことなく巻きつけられているものとする。

図１



問１　P，Q がそれぞれ辺 OB，OC の中点となるように糸を巻きつけたとき，PQ の長さを求めなさい。

図２



問２　AP⊥OB，DQ⊥OC となるように糸を巻きつけたとき，

(1) OP と PB の長さの比 OP : PB を，最も簡単な整数比で表しなさい。

(2) 巻きつけた糸の A から D までの長さを求めなさい。

問３　A から D までの糸の長さが最も短くなるように巻きつけたとき，巻きつけた糸の A から D までの長さを求めなさい。

数学　解答用紙

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-17-公-群馬(後)-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
		問２				
		問３				
		問４				
		問５				
		問６				
		問７	〔解〕 答＿＿＿＿＿＿＿＿			
		問８	△ACM≡ 〔使った合同条件〕			

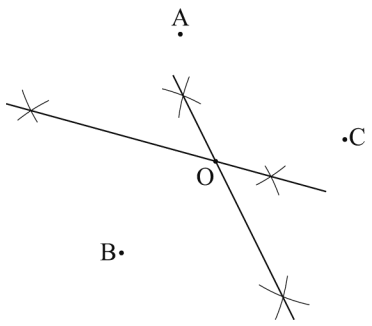
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−17−公−群馬(後)−KY−02	2	問１	m		
		問２	〔説明〕 答　　往復		
数−17−公−群馬(後)−KY−03	3	問１			
		問２			
		問３	〔解〕 答　　番目		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−17−公−群馬(後)−KY−04	4	問１	A ・C B・		
		問２	〔説明〕		
数−17−公−群馬(後)−KY−05	5	ア	イ	ウ			
		〔証明の続き〕					
数−17−公−群馬(後)−KY−06	6	問１	cm		
		問２	(1)	OP : PB＝　　:		
			(2)	cm		
		問３	cm		

数学　解答

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数−17−公−群馬(後)−K−01	1	問１	(1)	7	40	
			(2)	$\sqrt{3}$		
			(3)	$\dfrac{x-4y}{6}$		
		問２		$-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$		
		問３		a^2-6a+9		
		問４		$(x+5)(x-5)$		
		問５		$7.25 \leqq a < 7.35$		
		問６		$\dfrac{3}{5}$		
		問７		〔解〕 (例) 求める１次関数の式を $y=ax+b$ とすると $\begin{cases} 5=-a+b & \cdots① \\ -7=3a+b & \cdots② \end{cases}$ ①−②より，$-4a=12$ $a=-3$ ①に代入して，$b=2$ よって，$y=-3x+2$ 答　$y=-3x+2$		
		問８		(△ACM≡)　△BDM 〔使った合同条件〕 ２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−17−公−群馬（後）−K−02	2	問１	1　(m)	10	
		問２	〔説明〕 (例) 振り子 B について，$y=\frac{1}{4}$ を $y=\frac{1}{4}x^2$ に代入すると $\frac{1}{4}=\frac{1}{4}x^2$ $x^2=1$ $x>0$ より，$x=1$ よって，振り子 B は 1 往復するのに 1 秒かかることがわかる。 一方，振り子 A は 1 往復するのに 2 秒かかるので，振り子 B は，振り子 A が 1 往復する間に 2 往復する。 答　　2　　(往復)		
数−17−公−群馬（後）−K−03	3	問１	25	13	
		問２	$(n+1)^2$		
		問３	〔解〕 (例) n 番目の右上すみにある自然数は**問２**より $(n+1)^2$ また，n 番目の左下すみにある自然数は n^2+1 と表せる。よって $(n+1)^2+n^2+1=146$ $2n^2+2n-144=0$ $n^2+n-72=0$ $(n+9)(n-8)=0$ $n=-9,\ 8$ n は自然数であるから，$n=8$ 答　　8　　(番目)		

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="6">解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="2">数−17−公−群馬(後)−K−04</td><td rowspan="2">4</td><td>問１</td><td colspan="6">(例)

</td><td rowspan="2">10</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="6">〔説明〕
(例)
点 O は線分 AB の垂直二等分線上にあるから，2 点 A，B からの距離が等しい。よって
AO＝BO　　…①
同様に，点 O は線分 BC の垂直二等分線上にあるから
BO＝CO　　…②
①，②より
AO＝BO＝CO
となるから，点 O は，3 点 A，B，C からの距離が等しいといえる。</td></tr>
<tr><td rowspan="2">数−17−公−群馬(後)−K−05</td><td rowspan="2">5</td><td>ア</td><td>90</td><td>イ</td><td>AE</td><td>ウ</td><td>AH</td><td rowspan="2">11</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="6">〔証明の続き〕
(例)
同じ長さの弧に対する円周角の大きさは等しいから
∠AEH＝∠BHE
錯角が等しいので
EA // BH</td></tr>
<tr><td rowspan="4">数−17−公−群馬(後)−K−06</td><td rowspan="4">6</td><td>問１</td><td colspan="5">3　(cm)</td><td rowspan="4">16</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問２</td><td>(1)</td><td colspan="4">(OP : PB＝)　5　(:)　1</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="4">$5+2\sqrt{33}$　(cm)</td></tr>
<tr><td>問３</td><td colspan="5">16　(cm)</td></tr>
</table>

H29　群馬県(後)　公立　数学　解説

数-17-公-群馬(後)-KS-01

1　**問1**　(1) $3-(-4)=3+4=7$

(2) $\sqrt{6}\div\sqrt{2}=\sqrt{6\div2}=\sqrt{3}$

(3) $\dfrac{2x-y}{3}-\dfrac{3x+2y}{6}=\dfrac{2(2x-y)-(3x+2y)}{6}=\dfrac{4x-2y-3x-2y}{6}=\dfrac{x-4y}{6}$

問2　絶対値が 0 である数は 0，絶対値が 1 である数は−1 と 1，絶対値が 2 である数は−2 と 2
よって，絶対値が 2 以下である整数は，小さい順に，−2，−1，0，1，2

問3　$(a-3)^2=a^2-2\times a\times3+3^2=a^2-6a+9$

問4　$x^2-25=x^2-5^2=(x+5)(x-5)$

問5　小数第 2 位を四捨五入して 7.3 になる数の範囲は，7.25 以上 7.35 未満である。
よって，a の範囲を不等号を使って表すと，$7.25\leqq a<7.35$ となる。

問6　2 枚のカードの取り出し方は，全部で
(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5) の 10 通り。
このうち，和が奇数となる場合は，下線をひいた 6 通り。よって，求める確率は，$\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$

問7　x の増加量が $3-(-1)=4$，y の増加量が $-7-5=-12$ だから，この 1 次関数の変化の割合は，
$\dfrac{-12}{4}=-3$　求める式を $y=-3x+b$ として，$x=-1$，$y=5$ を代入すると，
$5=-3\times(-1)+b$　$b=2$　よって，$y=-3x+2$
〔別解〕求める式を $y=ax+b$ とする。
$y=ax+b$ に $x=-1$，$y=5$ を代入すると，$5=a\times(-1)+b$　$5=-a+b$…①
$y=ax+b$ に $x=3$，$y=-7$ を代入すると，$-7=a\times3+b$　$-7=3a+b$…②
この①と②を，a，b についての連立方程式とみて解くと，$a=-3$，$b=2$　よって，$y=-3x+2$

問8　点 M は線分 AB の中点だから AM＝BM，同様に線分 CD の中点でもあるから CM＝DM がいえるので，2 組の辺が等しくなる。また，対頂角が等しくなることより∠AMC＝∠BMD だから，等しい 2 組の辺の間の角の大きさも等しくなるので，△BDM が合同な三角形であることがわかる。
合同条件は，「2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」。

数-17-公-群馬(後)-KS-02

2　**問1**　振り子 A は 1 往復するのに 2 秒かかるから，$y=\dfrac{1}{4}x^2$ に $x=2$ を代入したときの y の値が振り子 A の長さを表す。よって，$y=\dfrac{1}{4}\times2^2=1$ より，1 m

問2　振り子 B が 1 往復するのに何秒かかるかを求め，(振り子 A の 1 往復にかかる時間)÷(振り子 B の 1 往復にかかる時間) を計算して求める。

数-17-公-群馬(後)-KS-03

3　**問1**　4 番目は，縦に 5 個，横に 5 個マス目（自然数）が並ぶ。
右上すみにある自然数は，マス目の個数に一致する。よって，$5^2=25$

問2　n 番目は，縦に $(n+1)$ 個，横に $(n+1)$ 個マス目が並ぶ。
右上すみにある自然数は，マス目の個数に一致するから，$(n+1)^2$

問３　右上すみにある自然数は，**問２**より求めたので，左下すみにある自然数は，1 番目が 2，2 番目が 5，3 番目が 10，…となっている。

左下すみにある自然数は，右上すみにある自然数の左隣にある自然数より 1 大きい。

つまり，1 番目は $2=1^2+1$，2 番目は $5=2^2+1$，3 番目は $10=3^2+1$，…となるから，

n 番目は，n^2+1 と表される。

よって，右上すみにある自然数と左下すみにある自然数の和が 146 となるので，

$(n^2+2n+1)+(n^2+1)=146$ より，　$(n-8)(n+9)=0$　$n=8$，-9

$n>0$ だから，$n=8$ は問題にあっている。$n=-9$ は問題にあっていない。よって，8 番目。

数-17-公-群馬(後)-KS-04

4

問１　次のような手順で作図する。

①　線分 AB の垂直二等分線をひく。(線分 AB はかかなくても可)

②　線分 BC の垂直二等分線をひく。(線分 BC はかかなくても可)

③　①でかいた垂直二等分線と②でかいた垂直二等分線との交点を O とする。

※①または②の代わりに，線分 AC の垂直二等分線をひいてもよい。(線分 AC はかかなくても可)

問２　2 点から等しい距離にある点は，その 2 点を結んだ線分の垂直二等分線上にある。

点 O は線分 AB の垂直二等分線上にあるから，AO＝BO

同様に，点 O は線分 BC の垂直二等分線上にあるから，BO＝CO

よって，AO＝BO＝CO となるから，点 O は，3 点 A，B，C からの距離が等しいといえる。

※**問１**で，線分 AC の垂直二等分線をひいた場合も，同様に考えることができる。

数-17-公-群馬(後)-KS-05

5

ア…**図１**において，4 点 A，B，C，D は円 O の周上にあり，四角形 ABCD は正方形だから，

$\angle AOB=\angle BOC=\angle COD=\angle DOA=360^\circ\div4=90^\circ$

図２の正方形 EFGH は，**図１**の正方形 ABCD を点 O を中心として回転させたものだから，

$\angle EOH=90^\circ$　よって，$\overset{\frown}{AB}$に対する中心角，$\overset{\frown}{EH}$に対する中心角はともに 90° である。

イ…$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AE}+\overset{\frown}{EB}$，$\overset{\frown}{EH}=\overset{\frown}{AE}+\overset{\frown}{AH}$より，$\overset{\frown}{AB}$と$\overset{\frown}{EH}$において，$\overset{\frown}{AE}$が共通である。

ウ…等しい中心角に対する弧の長さは等しいから，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{EH}$

よって，$\overset{\frown}{EB}=\overset{\frown}{AB}-\overset{\frown}{AE}$，$\overset{\frown}{AH}=\overset{\frown}{EH}-\overset{\frown}{AE}$より，$\overset{\frown}{EB}=\overset{\frown}{AH}$

証明の続きは，円周角の定理より，$\angle EHB=\angle AEH$ を導き，錯角が等しくなることを証明する。

数-17-公-群馬(後)-KS-06

6

問１　△OBC において，中点連結定理より，$PQ=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times6=3$ (cm)

問２　(1) $OP=x$ cm とすると，$PB=6\sqrt{3}-x$(cm)

△AOP において，三平方の定理より，$AP^2=AO^2-OP^2=(6\sqrt{3})^2-x^2=108-x^2$

△ABP において，三平方の定理より，$AP^2=AB^2-BP^2=6^2-(6\sqrt{3}-x)^2=-72+12\sqrt{3}x-x^2$

よって，$108-x^2=-72+12\sqrt{3}x-x^2$　整理すると，$x=5\sqrt{3}$ となるから，

$OP:PB=5\sqrt{3}:(6\sqrt{3}-5\sqrt{3})=5\sqrt{3}:\sqrt{3}=5:1$

(2) (1)より，$AP^2=AO^2-OP^2=(6\sqrt{3})^2-(5\sqrt{3})^2=108-75=33$　$AP>0$ より，$AP=\sqrt{33}$ cm

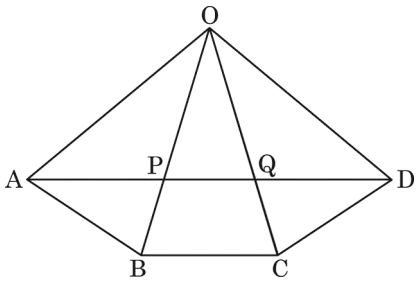
△OAB≡△ODC，AP⊥OB，DQ⊥OC より，△OAP≡△ODQ だから，$DQ=AP=\sqrt{33}$ cm

また，$OQ:QC=OP:PB=5:1$ だから，PQ // BC

よって，$PQ:BC=OP:OB=5:(5+1)=5:6$ だから，$PQ=\frac{5}{6}BC=\frac{5}{6}\times6=5$ (cm)

したがって，求める糸の長さは，$\sqrt{33}+5+\sqrt{33}=5+2\sqrt{33}$ (cm)

問３　右の図のように，正四角すいの展開図の一部をかいて考える。糸の長さが最も短くなるように巻きつけたとき，その糸は，右の図の線分 AD で表され，一直線になる。



さて，△OBC は OB＝OC の二等辺三角形，△OAD も OA＝OD の二等辺三角形だから，点 O から辺 BC に引いた垂線は辺 AD とも垂直に交わるので，BC // AD となることがわかる。ここで，平行線の錯角は等しいので，

∠APB＝∠OBC　また，△OAB≡△OBC≡△OCD より，

∠OBA＝∠OCB　△OBC は二等辺三角形だから，∠OCB＝∠OBC

よって，∠OBA＝∠OBC となる。したがって，△ABP は，∠APB＝∠ABP となるので二等辺三角形になり，AP＝AB＝6 cm　同様に，DQ＝6 cm となる。

また，△ABP∽△OBC なので，AB : OB＝BP : BC で，$6 : 6\sqrt{3} = BP : 6$ となり，$BP = 2\sqrt{3}$ (cm)

$OP = 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ (cm) だから，平行線と線分の比の関係より，OP : OB＝PQ : BC で，

$4\sqrt{3} : 6\sqrt{3} = PQ : 6$ となり，PQ＝4 (cm)

したがって，巻き付けた糸の A から D までの長さは，AP＋PQ＋QD＝6＋4＋6＝16 (cm)