Ｒ３　群馬県(後)　公立　数学　問題

数-21-公-群馬(後)-問-01

1　次の**問１**～**問９**に答えなさい。

問１　次の(1)～(3)の計算をしなさい。

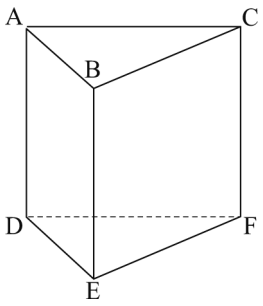
(1)　$2-(-5)$

(2)　$4x-2x\times\frac{1}{2}$

(3)　$-6a^3b^2\div(-4ab)$

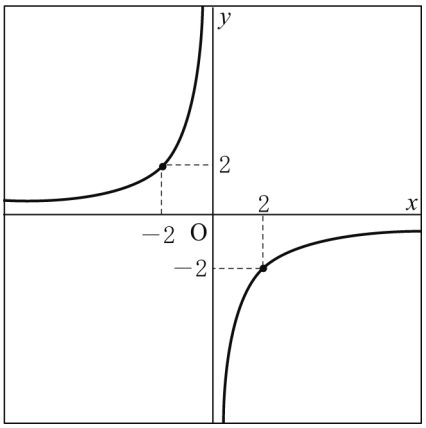
問２　$x=-2$，$y=3$ のとき，$(2x-y-6)+3(x+y+2)$ の値を求めなさい。

問３　右の図の三角柱 ABC－DEF において，辺 AB とねじれの位置にある辺を，すべて答えなさい。

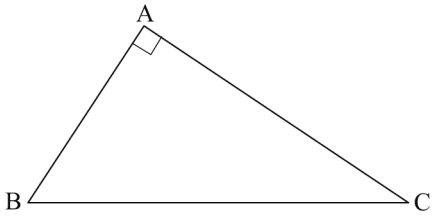


問４　n を自然数とする。$\sqrt{24n}$が自然数となるような n のうち，最も小さい数を求めなさい。

問５　右の図の双曲線は，ある反比例のグラフである。この反比例について，y を x の式で表しなさい。



問６　右の図のような∠A＝90°の直角三角形 ABC において，AB＝2 cm, CA＝3 cm である。辺 BC の長さを求めなさい。



問７　あるクラスの女子生徒 20 人が体力テストで反復横とびを行い，その記録を整理したところ，20 人の記録の中央値は 50 回であった。この 20 人の記録について，次の**ア**～**エ**のうち，必ず正しいといえるものを 1 つ選び，記号で答えなさい。

ア　20 人の記録の合計は，1000 回である。

イ　20 人のうち，記録が 50 回であった生徒が最も多い。

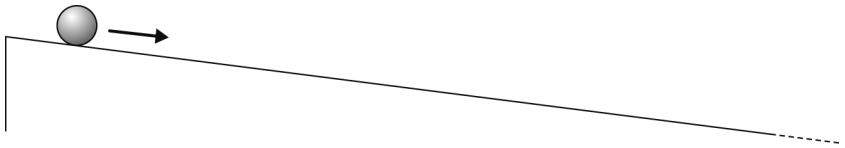
ウ　20 人のうち，記録が 60 回以上であった生徒は 1 人もいない。

エ　20 人のうち，記録が 50 回以上であった生徒が少なくとも 10 人いる。

問８　2 つの容器 A，B に牛乳が入っており，容器 B に入っている牛乳の量は，容器 A に入っている牛乳の量の 2 倍である。容器 A に 140 mL の牛乳を加えたところ，容器 A の牛乳の量と容器 B の牛乳の量の比が 5 : 3 となった。はじめに容器 A に入っていた牛乳の量は何 mL であったか，求めなさい。

ただし，解答用紙の（解）には，答えを求める過程を書くこと。

問９　次の図のように，長い斜面にボールをそっと置いたところ，ボールは斜面に沿って転がり始めた。ボールが斜面上にあるとき，転がり始めてから x 秒後までにボールが進んだ距離を y m とすると，x と y の間には，$y=\frac{1}{2}x^2$ という関係が成り立っていることが分かった。



この関数について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を調べて分かることとして，次の**ア**～**エ**のうち正しいものを 1 つ選び，記号で答えなさい。

ア　変化の割合は$\frac{1}{2}$なので，1 秒後から 3 秒後までの間にボールが進んだ距離は$\frac{1}{2}$ m である。

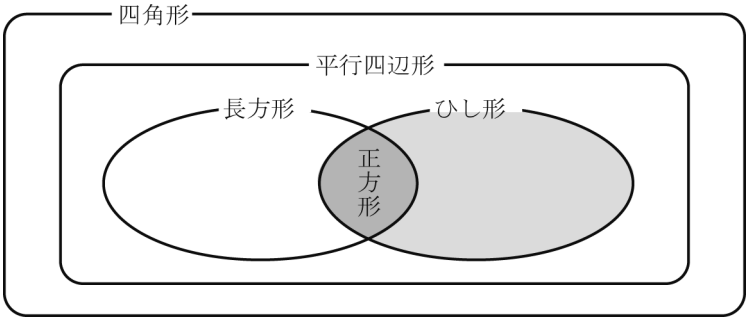
イ　変化の割合は$\frac{1}{2}$なので，1 秒後から 3 秒後までの間のボールの平均の速さは秒速$\frac{1}{2}$ m である。

ウ　変化の割合は 2 なので，1 秒後から 3 秒後までの間にボールが進んだ距離は 2 m である。

エ　変化の割合は 2 なので，1 秒後から 3 秒後までの間のボールの平均の速さは秒速 2 m である。

数-21-公-群馬(後)-問-02

2 次の図は，四角形，平行四辺形，長方形，ひし形，正方形の関係を表したものである。例えば，四角形に「1 組の対辺が平行でその長さが等しい」という条件が加わると，平行四辺形になるといえる。後の**問１**，**問２**に答えなさい。



問１　平行四辺形に，ある条件が加わると，長方形やひし形になる。次の［　①　］，［　②　］に当てはまる条件として正しいものを，後の**ア**～**オ**からそれぞれ１つずつ選び，記号で答えなさい。

平行四辺形に「［　①　］」という条件が加わると，長方形になる。
平行四辺形に「［　②　］」という条件が加わると，ひし形になる。

ア　対角線がそれぞれの中点で交わる
イ　１組の隣り合う辺の長さが等しい
ウ　１組の隣り合う角の大きさが等しい
エ　２組の対辺の長さがそれぞれ等しい
オ　２組の対角の大きさがそれぞれ等しい

問２　長方形に，対角線に関するある条件が加わると，正方形になる。その「対角線に関する条件」を，簡潔に書きなさい。

数-21-公-群馬(後)-問-03

3 一の位が 0 でない 2 けたの整数 A がある。次の**問１**，**問２**に答えなさい。

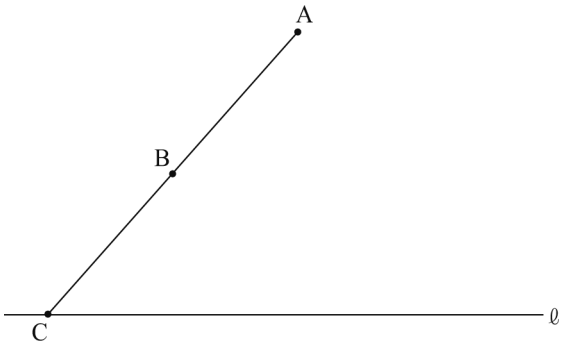
問１　整数 A の十の位の数を a，一の位の数を b として，A を a，b を用いた式で表しなさい。

問２　整数 A が，次の㋐，㋑をともに満たしている。このとき，㋐，㋑をもとに整数 A を求めなさい。ただし，解答用紙の (解) には，答えを求める過程を書くこと。

㋐　A の十の位の数と一の位の数を入れ替えてできた 2 けたの整数を 2 で割ると，A より 1 だけ大きくなる。
㋑　A の十の位の数と一の位の数を加えて 3 倍すると，A より 4 だけ小さくなる。

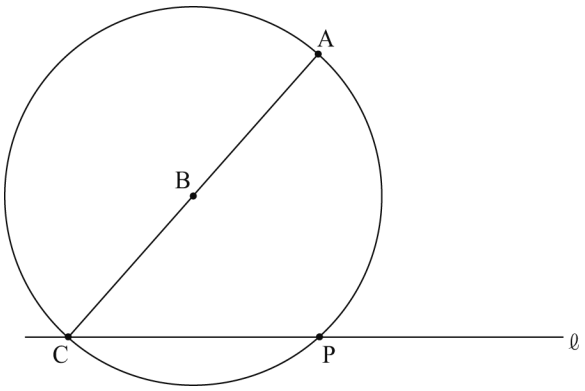
4 **図１**のように，線分 AC と，点 C を通る直線ℓがあり，点 B は線分 AC の中点である。**図１**において，2 点 A，B と直線ℓ上の点 P によってできる三角形 ABP が二等辺三角形となるような点 P について考える。亜衣さんのクラスでは，このような点 P を作図し，なぜ三角形 ABP が二等辺三角形であるといえるのかについて説明し合う活動を行った。次の**問１**，**問２**に答えなさい。

図１



問１　亜衣さんは，**図２**のように，点 B を中心とし点 A を通る円を用いて点 P を作図して，なぜ三角形 ABP が二等辺三角形であるといえるのかを，次のように説明した。［ア］～［ウ］に適する記号をそれぞれ入れなさい。

図２



亜衣さんの説明

作図した円の周上の点は，点［ア］からの距離がすべて等しいので，［イ］＝［ウ］となります。したがって，△ABP は二等辺三角形であるといえます。

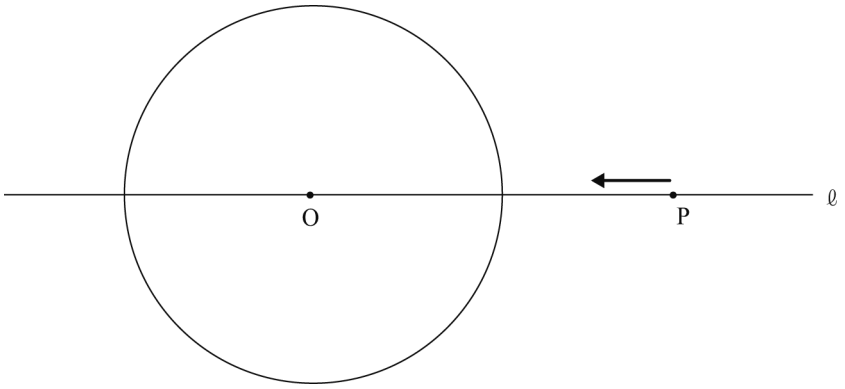
問２　次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) **図１**において，**問１**で亜衣さんが作図した点 P 以外で，三角形 ABP が二等辺三角形となるような直線ℓ上の点 P を，コンパスと定規を用いて作図しなさい。

ただし，作図に用いた線は消さないこと。

(2) (1)のような作図によって点 P をとったことで，なぜ三角形 ABP が二等辺三角形であるといえるのか，作図に用いた図形の性質を根拠にして，その理由を説明しなさい。

5 図のように，円の中心 O と点 P が直線ℓ上にあり，円 O の半径は 10 cm，OP 間の距離は 20 cm である。点 O が固定されたまま，点 P は毎秒 3 cm の速さで直線ℓ上を図の矢印の向きに進み，出発してから 10 秒後に停止する。点 P が出発してから x 秒後の OP 間の距離を y cm として，後の**問１**，**問２**に答えなさい。



問１　次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1) 点 P が出発してから点 O と重なるまでの間について，y を x の式で表しなさい。

(2) 点 P が点 O と重なってから停止するまでの間について，y を x の式で表しなさい。

(3) 点 P が出発してから停止するまでの間において，点 P が円 O の周上または内部にある時間は何秒間か，求めなさい。

問２　点 P が出発するのと同時に，毎秒 1 cm の一定の割合で円 O の半径が小さくなり始め，点 P が停止するまでの間，円 O は中心が固定されたまま徐々に小さくなっていくものとする。点 P が出発してから停止するまでの間において，点 P が円 O の周上または内部にある時間は何秒間か，求めなさい。

6 **図１**のように，点 O を中心とする円と，点 O を１つの頂点とし，１辺の長さが円 O の半径と等しい正方形 OABC が重なっている。

この図において，**図２**のように円 O の弧 AC 上に点 D をとり，D における接線ℓと辺 AB，BC との交点をそれぞれ E，F とする。また，C を通りℓに垂直な直線とℓとの交点を G とし，D を通り辺 OC に垂直な直線と OC との交点を H とする。次の**問１**～**問３**に答えなさい。

図１

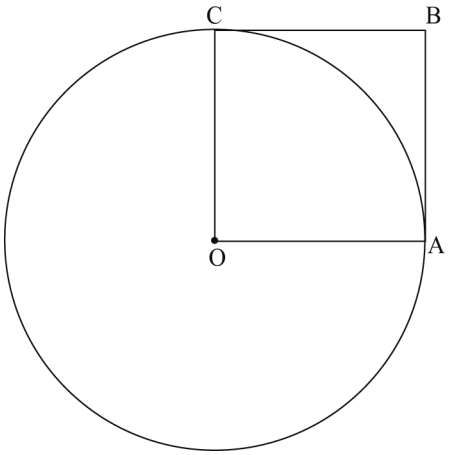
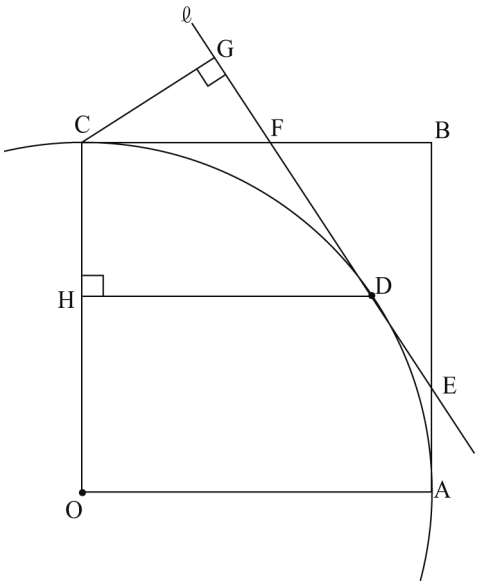


図２



問１　**図２**における次の**ア**～**オ**の直線のうち，ℓ以外に円 O の接線となっているものを２つ選び，記号で答えなさい。

ア　直線 OA　　**イ**　直線 OC　　**ウ**　直線 AB

エ　直線 BC　　**オ**　直線 CG

問２　三角形 CDG と三角形 CDH が合同であることを証明しなさい。

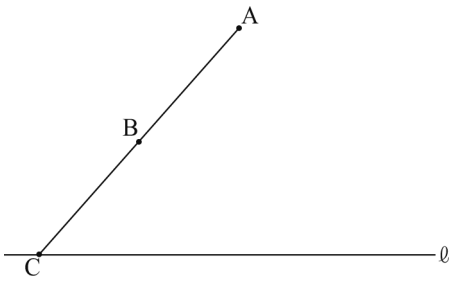
問３　BE＝8 cm，BF＝6 cm とする。次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) 正方形 OABC の１辺の長さを求めなさい。

(2) 三角形 ODH の面積を求めなさい。

Ｒ３　群馬県(後)　公立　数学　解答用紙

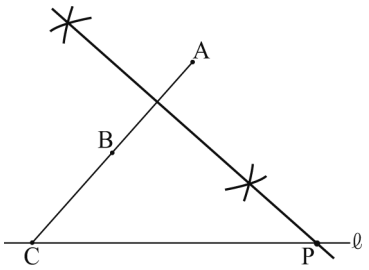
	問題番号		解答		配点	備考
数-21-公-群馬(後)-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
		問２				
		問３				
		問４	$n=$			
		問５				
		問６		cm		
		問７				
		問８				
		問９				
数-21-公-群馬(後)-KY-02	2	問１	(1)			
			(2)			
		問２				

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="6">解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="2">数-21-公-群馬(後)-KY-03</td><td rowspan="2">3</td><td>問１</td><td colspan="6">A＝</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="6"></td></tr>
<tr><td rowspan="3">数-21-公-群馬(後)-KY-04</td><td rowspan="3">4</td><td>問１</td><td>ア</td><td></td><td>イ</td><td></td><td>ウ</td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問２</td><td>(1)</td><td colspan="5">
</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="5">〔説明〕</td></tr>
</table>

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-群馬(後)-KY-05	5	問１	(1)			
			(2)			
			(3)	秒間		
		問２	秒間			
数-21-公-群馬(後)-KY-06	6	問１				
		問２	〔証明〕			
		問３	(1)	cm		
			(2)	cm^2		

Ｒ３　群馬県(後)　公立　数学　解答

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-21-公-群馬(後)-K-01	1	問１	(1)	7	36	
			(2)	$3x$		
			(3)	$\frac{3}{2}a^2b$		
		問２		-4		
		問３		辺 CF，辺 DF，辺 EF		
		問４		$(n=)$　6		
		問５		$y=-\frac{4}{x}$		
		問６		$\sqrt{13}$　(cm)		
		問７		エ		
		問８		(例) はじめに容器Ａに入っていた牛乳の量を x mL とすると $(x+140):2x=5:3$ $(x+140)\times 3=2x\times 5$ $7x=420$ $x=60$ $x=60$ は問題に適している。 60　(mL)		
		問９		エ		
数-21-公-群馬(後)-K-02	2	問１	(1)	ウ	10	
			(2)	イ		
		問２		(例) 対角線が垂直に交わる		

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="6">解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="2">数-21-公-群馬(後)-K-03</td><td rowspan="2">3</td><td>問１</td><td colspan="6">(A＝)　$10a+b$</td><td rowspan="2">9</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="6">(例)
整数 A の十の位の数を a，一の位の数を b とおくと，
㋐より
$(10b+a)\div 2=(10a+b)+1$　……①
㋑より
$(a+b)\times 3=(10a+b)-4$　……②
①より，$19a-8b=-2$　……③
②より，$7a-2b=4$　……④
③－④×4 より
$-9a=-18$　よって，$a=2$
③に代入して，$b=5$
$a=2$，$b=5$ は問題に適している。
(A＝)　25</td></tr>
<tr><td rowspan="3">数-21-公-群馬(後)-K-04</td><td rowspan="3">4</td><td>問１</td><td>ア</td><td>B</td><td>イ</td><td>BA</td><td>ウ</td><td>BP</td><td rowspan="3">11</td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問２</td><td>(1)</td><td colspan="5">(例)

</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="5">〔説明〕
(例)
線分 AB の垂直二等分線上のすべての点は，
2 点 A，B からの距離が等しいので，AP＝BP
となる。したがって，△ABP は二等辺三角形で
あるといえる。</td></tr>
</table>

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-群馬(後)-K-05	5	問１	(1)	$y=-3x+20$	16	
			(2)	$y=3x-20$		
			(3)	$\frac{20}{3}$ (秒間)		
		問２	$\frac{5}{2}$ (秒間)			
数-21-公-群馬(後)-K-06	6	問１	ウ，エ		18	
		問２	〔証明〕 (例) △CDG と△CDH において ∠CGD＝∠CHD＝90°　……① CD は共通　……② FC，FD は円 O の接線より，FC＝FD となるので， △FCD は二等辺三角形であるから ∠FCD＝∠FDC　……③ CF // HD より，平行線の錯角は等しいので ∠FCD＝∠HDC　……④ ③，④より，∠FDC＝∠HDC となるので ∠GDC＝∠HDC　……⑤ ①，②，⑤より，直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいので △CDG≡△CDH			
		問３	(1)	12 (cm)		
			(2)	$\frac{864}{25}$ (cm^2)		

Ｒ３　群馬県(後)　公立　数学　解説

数-21-公-群馬(後)-KS-01

1

問２　先に式を整理する。$(2x-y-6)+3(x+y+2)=2x-y-6+3x+3y+6=5x+2y$
これに，$x=-2$，$y=3$ を代入すると，$5\times(-2)+2\times3=-4$

問４　$\sqrt{24n}=2\sqrt{6n}$　$n=6k^2$(k＝1，2，3，…) の形の場合に限り$\sqrt{24n}=12k$ で，最小の n は，$k=1$ のときの 6

問５　求める関数を $y=\frac{a}{x}$として，点（−2，2）を代入。$2=\frac{a}{-2}$　$a=-4$ となり，$y=-\frac{4}{x}$

ポイント》【関数の式と定数のまとめ】

・y は x に比例する　→　式は $y=ax$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x に反比例する　→　式は $y=\frac{a}{x}$ ，定数 a を「比例定数」という。

・y は x の 1 次関数である　→　式は $y=ax+b$，定数 a は「変化の割合」でグラフの「傾き」，定数 b はグラフの「切片」をそれぞれ表す。

・y は x の 2 乗に比例する　→　式は $y=ax^2$，定数 a を「比例定数」という。

問７　20 人のデータの中央値は小さい方から数えて 10 番目の記録(＝N_{10})と 11 番目の記録(＝N_{11})の平均値である。よって，$N_{10}=N_{11}=50$ か，$N_{10}=48$，$N_{11}=52$ のように，$50\pm k$（k は整数）の 2 数である。したがって，記録が 50 回以上の人は少なくとも 10 人いるといえる。**ア**：平均値が 50 であれば，20 人の記録の合計が 1000 回であるといえる。　**イ**：最頻値が 50 であれば，記録が 50 回であった生徒が最も多いと考えられる。　**ウ**：データの最大値が分かれば，記録が 60 回以上であった生徒がいたかいなかったかを知ることができる。

ポイント》【代表値】

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用。

①　平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

②　中央値（メジアン）…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値
　⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均＝中央値

③　最頻値（モード）…資料中で，最も多く出てくる値

問９　$x=1$ のとき $y=\frac{1}{2}$，$x=3$ のとき $y=\frac{9}{2}$である。y の増加量が$\frac{9}{2}-\frac{1}{2}=\frac{8}{2}=4$，$x$ の増加量が $3-1=2$ だから，変化の割合＝$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$より，$\frac{4}{2}=2$　これは$\frac{\text{距離}}{\text{時間}}$を計算しているので，平均の速さを表す。よって，答えは**エ**

数-21-公-群馬(後)-KS-02

2

問１　ひし形…4つの辺の長さが全て等しい四角形。対角線が垂直に交わる。　長方形…4つの角の大きさが全て等しい四角形。対角線の長さが等しい。**エ**と**オ**の条件は平行四辺形の性質にすでに含まれている。

数-21-公-群馬(後)-KS-03

3

問１　$\underline{3}\underline{2}=30+2=\underline{3}\times10+\underline{2}$ のように，十の位が $\underline{a}$，一の位が $\underline{b}$ である整数 A は，$\underline{a}\times10+\underline{b}=10a+b$

数-21-公-群馬(後)-KS-04

4

問２　(2) この大問全体を通して，ある点からの距離が等しい点を考えていることに注目する。円周上のすべての点は中心からの距離が，また，ある線分の垂直二等分線上のすべての点は線分の両端の 2 点からの距離が，それぞれ等しい性質をもつ。なお同じように，ある角の二等分線上のすべての点は，その角をなす 2 直線からの距離が等しい性質をもつ。作図の方法をおぼえるのと合わせ，「なぜこの通りに作図をすれば正しい作図をできていることになるのか」を日頃から考える習慣を身に付けておくとよい。

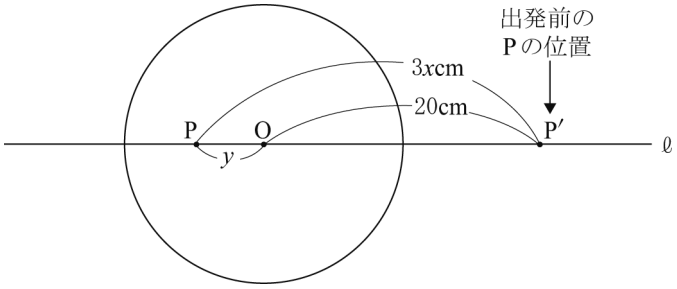
数-21-公-群馬(後)-KS-05

5

問１　(1) 点 P は x 秒間に $3x$ cm 進み，もともと 20cm 離れていた点 P と点 O の距離は徐々に小さくなっていく。よって，$y=20-3x$（…式 i ）

(2) **図１**を参照。動き出す前の点 P の位置を P′ とする。x 秒後，点 P は $3x$ cm 進んでいるので，PP′＝$3x$ cm
P′O＝20cm であることを考えると，
$y=3x-20$（…式 ii ）

図１



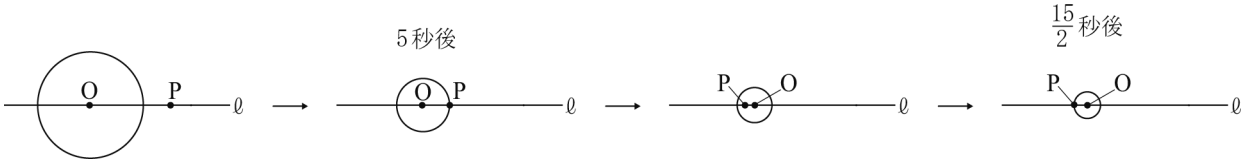
(3) 点 P は，10cm 進んだ$\frac{10}{3}$秒後に初めて円の周上に到達する。その後，円の内部を移動して，10 秒後に反対側の円周上に到達するので，求める時間は $10-\frac{10}{3}=\frac{20}{3}$(秒間)

問２　点 P と円 O は下の**図２**のように変化する。円の半径は 1 秒に 1cm ずつ小さくなるので，x 秒後の円の半径は $10-x$ cm である。条件を満たすのは，（OP 間の距離）≦（円の半径）の場合だから，（OP 間の距離）＝（円の半径）となる時間を見つける。（ア）点 P が点 O と重なるまでの間，つまり，$0\leqq x\leqq\frac{20}{3}$のときについて考える。OP 間の距離と円の半径が等しくなるのは，式 i より，

$20-3x=10-x$　$x=5$　これは $0\leqq x\leqq\frac{20}{3}$を満たすので，適する。よって，5 秒後から点 P は円の内部に存在する。（イ）点 P が点 O と重なってから停止するまで，つまり，$\frac{20}{3}<x\leqq10$ のときについて考える。OP 間の距離と円の半径が等しくなるのは，式 ii より，$3x-20=10-x$　$x=\frac{15}{2}$　これは$\frac{20}{3}<x\leqq10$ を満たすので，適する。つまり，$\frac{15}{2}$秒後に，点 P は円の内部を通過し終えて，円 O の周上に存在する。

（ア）（イ）より，点 P が円 O の周上または内部にある時間は，$\frac{15}{2}-5=\frac{5}{2}$(秒間)である。

図２



数-21-公-群馬(後)-KS-06

6

問１　円の接線は半径と垂直に交わる。OA と OC はともに円の半径で，OA⊥AB，OC⊥BC であることに注目する。

問３　(1) **図１**において，△BFE で三平方の定理を用いると，EF＝10cm である。ここで，正方形の一辺の長さを r cm とすると，CF＝$(r-6)$ cm である。
FC，FD は円 O の接線より，FD＝FC＝$r-6$(cm)
同様にして，ED＝EA＝$r-8$(cm)
ED＋FD＝EF より，$(r-8)+(r-6)=10$　$2r=24$
$r=12$(cm)

(2) △FBE と△OHD において，
∠EBF＝∠DHO＝90°…①
∠BOC＝90°，DH⊥OC より，BC∥DH だから，平行線の錯角は等しく，
∠BFE＝∠HDF …②
円の接線は接点を通る半径に垂直だから，
∠ODG＝90°…③
①，②，③より，
∠BEF＝∠HDO …④
①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので，
△FBE∽△OHD
ここで，(1)より，EF＝10cm，OD＝OA＝12cm だから，相似比は 10：12＝5：6
よって，面積比は，△FBE：△OHD＝5^2：6^2
＝25：36
したがって，$\triangle OHD=\triangle FBE\times\frac{36}{25}=\frac{1}{2}\times6\times8\times\frac{36}{25}$
$=\frac{864}{25}(cm^2)$
なお，最後の計算を行う際，
$24\times36=(30-6)\times(30+6)=900-36=864$
のようにすると，計算をすばやく進められる。

図１

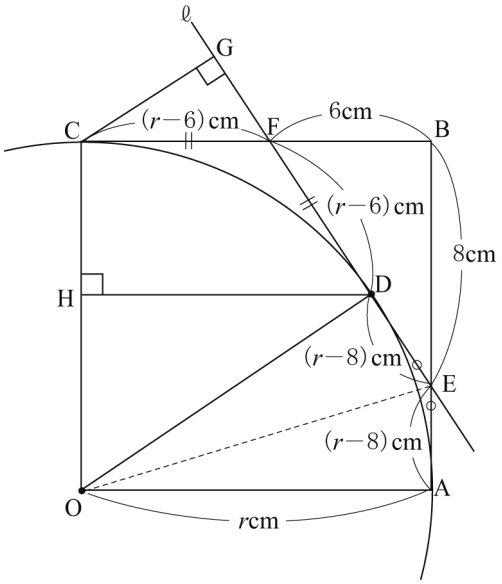
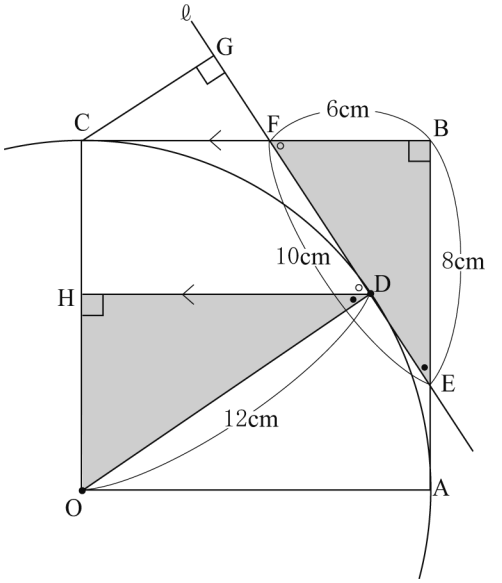


図２



ポイント》【図形問題突破のポイント】
① 問題文中から，条件となる情報をさがす！
② ①からわかることを発想として広げておく！
③ 問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！
④ 前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）