H27　北海道　公立　数学　問題

※「一般問題と学校裁量問題を掲載」

数-15-公-北海道--一般 01-問-01

1 **【一般 01】** 次の問いに答えなさい。

問１　(1)～(3)の計算をしなさい。

(1)　$7\times(-9)$

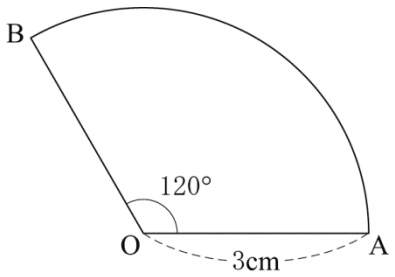
(2)　$-5-8\times\dfrac{1}{4}$

(3)　$\sqrt{6}\div\sqrt{3}+\sqrt{2}$

問２　y は x に比例し，$x=3$ のとき $y=-6$ となります。$x=-5$ のとき，y の値を求めなさい。

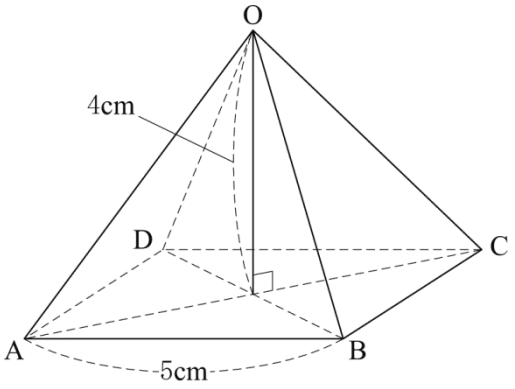
問３　下の図のように，半径 3 cm，中心角 120° のおうぎ形 OAB があります。このおうぎ形の面積を求めなさい。

ただし，円周率は π を用いなさい。



問４　3 枚の硬貨 A，B，C を同時に投げるとき，1 枚が表で，2 枚が裏になる確率を求めなさい。

問５　下の図のように，1 辺の長さが 5 cm の正方形 ABCD を底面とし，高さが 4 cm の正四角錐 OABCD があります。この正四角錐の体積を求めなさい。



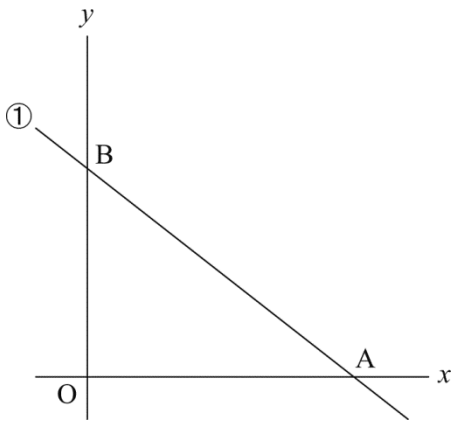
数-15-公-北海道--一般 02 裁量 01-問-02

2　**【一般 02/裁量 01】**　次の問いに答えなさい。

問１　$a=3$，$b=-2$ のとき，$16a^2b\div(-4a)$　の値を求めなさい。

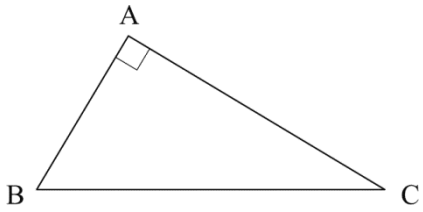
問２　方程式　$6x+5y=2x+3y=4$　を解きなさい。

問３　下の図のように，x 軸，y 軸とそれぞれ点 A，B で交わる直線①があります。点 O は原点とします。点 B の y 座標が 4，△OAB の面積が 10 のとき，直線①の式を求めなさい。



問４　下の図のように，∠A＝90°の直角三角形 ABC があります。辺 BC 上に，点 B と異なる点 P をとり，△ABC と△PAC が相似となるようにします。点 P を定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし，点を示す記号 P をかき入れ，作図に用いた線は消さないこと。



問５　下の表は，A 中学校の野球部員全員の 50 m 走の記録を調査し，度数分布表にまとめたものです。表の［ア］，［イ］に当てはまる数を，それぞれ書きなさい。

また，この度数分布表から，野球部員全員の 50 m 走の記録の平均値を求めなさい。

階級（秒）	階級値（秒）	度数（人）	（階級値）×（度数）
以上　未満 6.0 ～ 6.4	6.2	2	12.4
6.4 ～ 6.8	6.6	5	33.0
6.8 ～ 7.2	7.0	13	91.0
7.2 ～ 7.6	7.4	［ア］	［イ］
7.6 ～ 8.0	7.8	10	78.0
8.0 ～ 8.4	8.2	5	41.0
8.4 ～ 8.8	8.6	3	25.8
計		50	370.0

3 **【一般 03/裁量 02】** 次の問いに答えなさい。

問１ 右の図のようなカレンダーがあります。二重線で囲んだ数のように，右上から左ななめ下に並んだ 3 つの数を考えます。この 3 つの数のうち，真ん中の数の 2 乗から他の 2 つの数の積をひくと，常に一定の値となることを，次のように説明するとき，［ア］～［ウ］に当てはまる式を，［エ］に当てはまる数を，それぞれ書きなさい。

日	月	火	水	木	金	土
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

(説明)

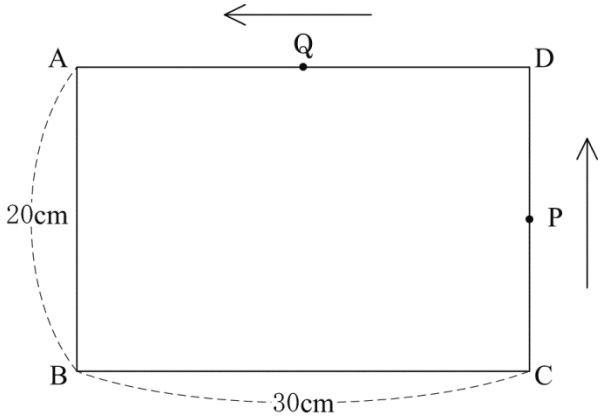
右上から左ななめ下に並んだ 3 つの数のうち，真ん中の数を n とすると，
他の 2 つの数は，それぞれ n を使って，
［ア］，［イ］
と表すことができる。

真ん中の数の 2 乗から他の 2 つの数の積をひいた式を，n を使って表すと，
［ウ］
となり，これを計算すると［エ］となる。

したがって，真ん中の数の 2 乗から他の 2 つの数の積をひくと，
常に一定の値［エ］となる。

問２ 下の図のように，AB＝20 cm，BC＝30 cm の長方形 ABCD があります。点 P，Q はそれぞれ頂点 C，D を同時に出発し，P は毎秒 2 cm の速さで辺 CD 上を D まで，Q は毎秒 3 cm の速さで辺 DA 上を A まで，矢印の方向に移動します。△PDQ の面積が 48 cm^2 になるのは，点 P，Q がそれぞれ頂点 C，D を同時に出発してから，何秒後と何秒後ですか。

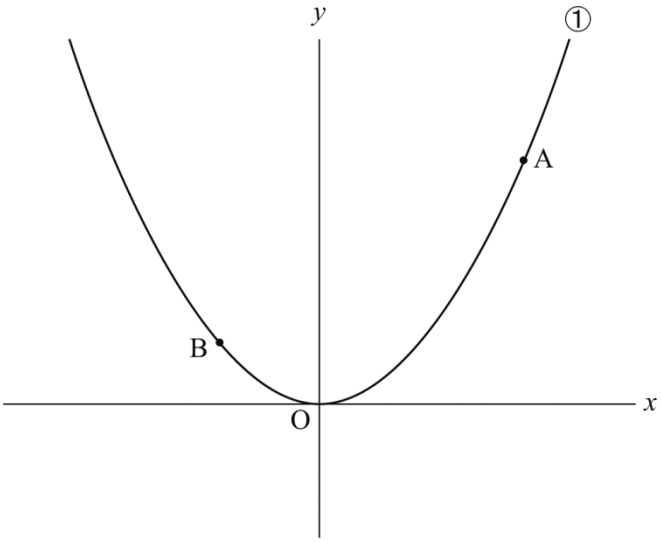
出発してからの時間を x 秒として方程式をつくり，求めなさい。ただし，$0<x<10$ とします。



数-15-公--一般 04 裁量 03-問-04

4 **【一般 04/裁量 03】**　下の図のように，関数　$y=ax^2$ (a は正の定数)……①　のグラフ上に，2 点 A，B があります。点 A の x 座標を 2，点 B の x 座標を -1 とします。点 O は原点とします。

次の問いに答えなさい。



問１　点 A の y 座標と点 B の y 座標との差が 6 のとき，a の値を求めなさい。

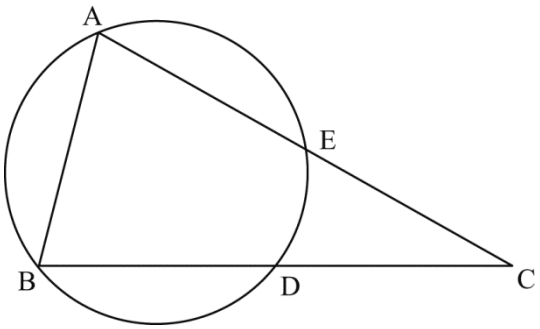
問２　$a=\frac{1}{4}$ とします。線分 OA の長さを求めなさい。

問３　$a=1$ とします。点 A と x 座標が等しい x 軸上の点を C とします。△ABC と△OAB において，線分 AB を底辺としたときのそれぞれの高さの比を，もっとも簡単な整数の比で求めなさい。

数-15-公-北海道--一般 05 裁量 04-問-05

5 **【一般 05/裁量 04】**　下の図のように，△ABC の辺 BC 上に点 D があります。3 点 A，B，D を通る円と，辺 AC との交点を E とします。

次の問いに答えなさい。



問１　∠ADB＝50°のとき，∠BEC の大きさを求めなさい。

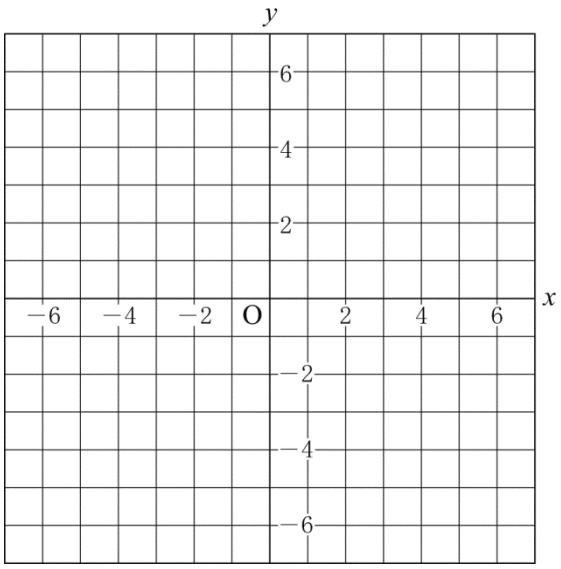
問２　AE＝BD のとき，△ACD≡△BCE を証明しなさい。

数-15-公-北海道-裁量 05-問-06

6　**【裁量 05】**　次の問いに答えなさい。

問１　大小 2 つのさいころを同時に投げ，下の図に，**ルールⅠ**または**ルールⅡ**にしたがって点 P をとります。点 O は原点とします。

次の(1)，(2)に答えなさい。



（**ルールⅠ**）

点 P の x 座標は，大きいさいころの出た目の数とし，点 P の y 座標は，小さいさいころの出た目の数とします。 例えば，大きいさいころの出た目の数が 1，小さいさいころの出た目の数が 2 のとき，点 P は(1，2) となります。

（**ルールⅡ**）

点 P の x 座標は，大きいさいころの出た目の数が偶数ならばその数とし，奇数ならばその数の符号を負とした数とします。また，点 P の y 座標は，小さいさいころの出た目の数が偶数ならばその数とし，奇数ならばその数の符号を負とした数とします。 例えば，大きいさいころの出た目の数が 1，小さいさいころの出た目の数が 2 のとき，点 P は(−1，2) となります。

(1)　**ルールⅠ**にしたがうとき，点 P が関数 $y=\dfrac{6}{x}$ のグラフ上の点になる確率を求めなさい。

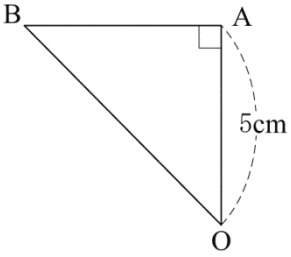
(2)　**ルールⅡ**にしたがうとき，点 P と点 $\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{2}\right)$ との距離が 5 以下になる確率を求めなさい。

問２　**図１**のように，OA＝5 cm の直角二等辺三角形 OAB があります。

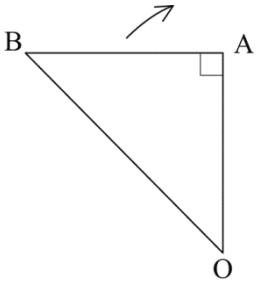
次の(1)～(3)に答えなさい。

ただし，円周率はπを用いなさい。

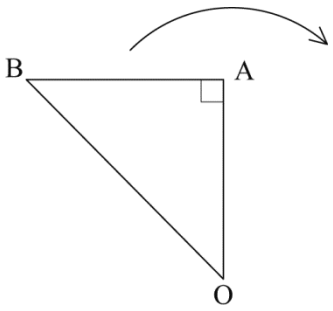
図１



(1)　**図１**の△OAB を，点 O を中心として矢印の方向に 20°回転させるとき，点 B が動いてできる弧の長さを求めなさい。



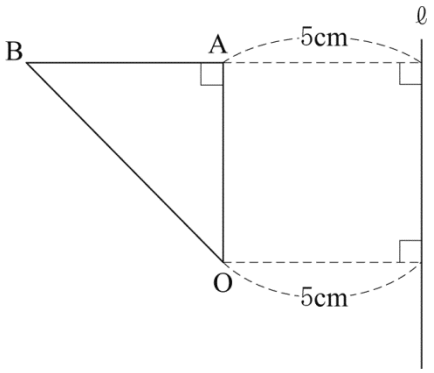
(2)　**図１**の△OAB を，点 O を中心として矢印の方向に 90°回転させるとき，辺 AB が動いてできる図形の面積を求めなさい。



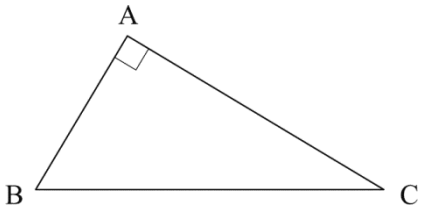
(3) **図２**のように，**図１**の△OAB の辺 OA と平行で，距離が 5 cm の直線 ℓ があります。△OAB を，辺 OA を軸として１回転させてできる立体を P，直線 ℓ を軸として１回転させてできる立体を Q とします。立体 P の体積を求めなさい。

また，立体 P の体積は，立体 Q の体積の何倍ですか，求めなさい。

図２



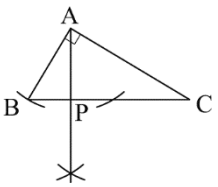
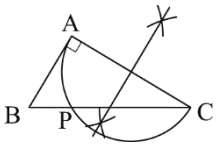
数学　解答用紙

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-15-公-北海道-一般01-KY-01	1 一般01	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
		問２	$y=$			
		問３		cm^2		
		問４				
		問５		cm^3		
数-15-公-北海道-一般02-裁量01-KY-02	2 一般02 ／ 裁量01	問１				
		問２	$x=$　　，$y=$			
		問３				
		問４				
		問５	ア	イ		
			(平均値)　　秒			

	問題番号		解　　答				配点	備　　考
数−15−公−北海道−一般 03 裁量 02−KY−03	3 一般 03 ／ 裁量 02	問１	ア		イ			
			ウ					
			エ					
		問２	〔方程式〕 〔計　算〕 (答)　　秒後，　　秒後					
数−15−公−北海道−一般 04 裁量 03−KY−04	4 一般 04 ／ 裁量 03	問１	a＝					
		問２						
		問３	〔計　算〕 (答)　△ABC の高さ：△OAB の高さ＝　　：					

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−15−公−北海道−一般 05 裁量 04−KY−05	5 一般 05 ／ 裁量 04	問１	度			
		問２	〔証　明〕			
数−15−公−北海道−裁量 05−KY−06	6 裁量 05	問１	(1)			
			(2)			
		問２	(1)	cm		
			(2)	〔計　算〕 (答)　　cm^2		
			(3)	cm^3		
				倍		

数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-15-公-北海道-一般 01-K-01	1 一般 01	問１	(1)	-63	2	
			(2)	-7	2	
			(3)	$2\sqrt{2}$	2	
		問２	$y=10$		3	
		問３	3π　cm^2		3	
		問４	$\frac{3}{8}$		3	
		問５	$\frac{100}{3}$　cm^3		3	
数-15-公-北海道-一般 02 裁量 01-K-02	2 一般 02 ／ 裁量 01	問１	24		3	
		問２	$x=-1,\ y=2$		3	
		問３	$y=-\frac{4}{5}x+4$		3	
		問４	(正答例)   		3	
		問５	ア　12　イ　88.8		各 1	
			(平均値)　7.4 秒		3	

	問題番号		解　　答				配点	備　　考
数−I−5−公−北海道−一般 03 裁量 02−K−03	3 一般 03 ／ 裁量 02	問１	ア	$n-6$	イ	$n+6$	1	順不同，完全解答
			ウ	(正答例)　$n^2-(n-6)(n+6)$			1	
			エ	36			1	
		問２	(正答例) 〔方程式〕　$\frac{1}{2}\times 3x\times(20-2x)=48$ 〔計　算〕　$x^2-10x+16=0$　……① $(x-2)(x-8)=0$　$x=2,\ 8$ $0<x<10$ より，$x=2,\ 8$ (答)　2 秒後，8 秒後				4	・方程式が導かれている場合は 2 点とする。 ・①まで正しく導かれている場合は 3 点とする。
数−I−5−公−北海道−一般 04 裁量 03−K−04	4 一般 04 ／ 裁量 03	問１	$a=2$				3	
		問２	$\sqrt{5}$				3	
		問３	(正答例) 〔計　算〕 底辺 AB が共通なので，△ABC と△OAB の高さの比は，それぞれの面積の比に等しくなる。 △ABC の面積は，$\frac{1}{2}\times 4\times 3=6$　……① 点 B と x 座標が等しい x 軸上の点を D とすると， △OAB の面積は，台形 ABDC の面積から△OAC と△OBD の面積をひいたものである。 △OAB の面積は， $\left(\frac{1}{2}\times 1\times 3+\frac{1}{2}\times 4\times 3\right)-\frac{1}{2}\times 2\times 4-\frac{1}{2}\times 1\times 1=3$ ……② ①，②より， △ABC の面積：△OAB の面積＝2：1　……③ (答)　△ABC の高さ：△OAB の高さ＝2：1				4	・①，②が導かれている場合はそれぞれ 1 点とする。 ・③まで導かれている場合は 3 点とする。

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-15-公-北海道-一般 05 裁量 04-K-05	5 一般 05 ／ 裁量 04	問１	130　度		3	
		問２	(正答例) 〔証明〕　△ACD と△BCE において， ∠ACD＝∠BCE　……① ∠CAD＝∠CBE (円周角)　……② 仮定より，∠BAD＝∠ABE　……③ ②，③から，△CAB は，∠CAB＝∠CBA の二等辺三角形なので，AC＝BC　……④ ①，②，④より，一組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので， △ACD≡△BCE		5	・論理的に正しい場合は正答とする。 ・①，②，③，④が導かれている場合はそれぞれ１点とする。
数-15-公-北海道-裁量 05-K-06	6 裁量 05	問１	(1)	$\frac{1}{9}$	3	
			(2)	$\frac{4}{9}$	4	
		問２	(1)	$\frac{5\sqrt{2}}{9}\pi$　cm	3	
			(2)	(正答例) 〔計算〕 △OAB は直角二等辺三角形より， OB＝$5\sqrt{2}$ となる。　……① △OAB を 90° 回転させた三角形を△OCD とすると，求める図形の面積のうち，線分 BD より上方部分の面積は， $\frac{1}{4}\times 5\sqrt{2}\times 5\sqrt{2}\times\pi-\frac{1}{2}\times 5\times 5\times 2$ $=\frac{25}{2}\pi-25$　……② 求める図形の面積のうち，線分 AD より下方部分の面積は， $5\times 5-\frac{1}{4}\times 5\times 5\times\pi=25-\frac{25}{4}\pi$　……③ ②，③より $\left(\frac{25}{2}\pi-25\right)+\left(25-\frac{25}{4}\pi\right)=\frac{25}{4}\pi$ (答)　$\frac{25}{4}\pi$　cm^2	4	・①，②，③が導かれている場合はそれぞれ 1 点とする。
			(3)	$\frac{125}{3}\pi$　cm^3	2	
				$\frac{1}{4}$　倍	2	

(注) 正答表に示された事項以外のものについては，学校の判断による。ただし，中間点の配点は，上記の採点基準以外は認めない。

数-15-公-北海道-一般 01-KS-01

1 【一般 01】 問１　(1)　$7\times(-9)=-7\times9=-63$

(2)　$-5-8\times\dfrac{1}{4}=-5-2=-7$

(3)　$\sqrt{6}\div\sqrt{3}+\sqrt{2}=\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

問２　y は x に比例するので，$y=ax$ とおく。$x=3$ のとき $y=-6$ より，$-6=a\times3$　$3a=-6$　$a=-2$　$y=-2x$ となるから $x=-5$ のとき，$y=-2\times(-5)=10$

問３　おうぎ形の面積は，$\pi\times3^2\times\dfrac{120}{360}=3\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

問４　3 枚の硬貨の表裏の出方は，(表，表，表)，(表，表，裏)，(表，裏，表)，(表，裏，裏)，(裏，表，表)，(裏，表，裏)，(裏，裏，表)，(裏，裏，裏) の 8 通り。そのうち，1 枚が表で 2 枚が裏になるのは下線の 3 通り。よって，求める確率は，$\dfrac{3}{8}$

問５　正四角錐 OABCD の体積は，$\dfrac{1}{3}\times5^2\times4=\dfrac{100}{3}\,(\mathrm{cm}^3)$

数-15-公-北海道-一般 02 裁量 01-KS-02

2 【一般 02／裁量 01】 問１　$16a^2b\div(-4a)=-4ab$　これに，$a=3$，$b=-2$ を代入して，$-4\times3\times(-2)=24$

問２　$6x+5y=4$…①　$2x+3y=4$…②とする。①－②×3 より，$-4y=-8$　$y=2$　これを②に代入して，$2x+6=4$　$2x=-2$　$x=-1$

問３　△OAB＝10 より，$\dfrac{1}{2}\times\mathrm{OA}\times4=10$　$2\mathrm{OA}=10$　$\mathrm{OA}=5$　よって，直線①の式は，$y=-\dfrac{4}{5}x+4$

問４　△ABC と△PAC において，共通なので，∠ACB＝∠PCA　∠APC＝90°となるように P をとると，∠BAC＝∠APC となって 2 組の角がそれぞれ等しくなり相似になる。

問５　ア＝50－(2＋5＋13＋10＋5＋3)＝50－38＝12　イ＝7.4×12＝88.8　平均値は，370.0÷50＝7.4(秒)

数-15-公-北海道-一般 03 裁量 02-KS-03

3 【一般 03／裁量 02】問１　右上から左ななめ下に並んだ 3 つの数のうち，真ん中の数を n とすると，他の 2 つの数は，$n-6$，$n+6$ と表せる。よって，真ん中の数の 2 乗から他の 2 つの数の積をひいた式を n を使って表すと，$n^2-(n-6)(n+6)=n^2-(n^2-36)=36$　したがって，真ん中の数の 2 乗から他の 2 つの数の積をひくと，一定の値 36 になる。

問２　点 P，Q が出発してから x 秒後の $\mathrm{CP}=2x$ cm，$\mathrm{DQ}=3x$ cm　$\triangle\mathrm{PDQ}=\dfrac{1}{2}\times(20-2x)\times3x=30x-3x^2$

$\triangle\mathrm{PDQ}=48\ \mathrm{cm}^2$ より，$30x-3x^2=48$　$3x^2-30x+48=0$　$x^2-10x+16=0$　$(x-2)(x-8)=0$

$x=2$，8　$0<x<10$ より，$x=2$ も $x=8$ も問題に合う。よって，2 秒後と 8 秒後。

数-15-公-北海道-一般 04 裁量 03-KS-04

4 【一般 04／裁量 03】 問１　点 A は $y=ax^2$ 上の点で，x 座標は 2 より，$y=a\times2^2=4a$　A(2，4 a)

点 B も $y=ax^2$ 上の点で，x 座標は－1 より，$y=a\times(-1)^2=a$　B(－1，a)　$4a-a=6$ より，$3a=6$　$a=2$

問２　$a=\dfrac{1}{4}$ のとき，A(2，1)　三平方の定理を利用して，$\mathrm{OA}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

問３　$a=1$ のとき，A(2，4)，B(−1，1)　また，C(2，0)　$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 3=6$　B から x 軸に垂線をひき，交点を D とする。$\triangle OAB=$(台形 ABDC)$-\triangle OBD-\triangle OAC$

$=\frac{1}{2}\times(1+4)\times 3-\frac{1}{2}\times 1\times 1-\frac{1}{2}\times 2\times 4=\frac{15}{2}-\frac{1}{2}-4=3$　$\triangle ABC$ と$\triangle OAB$ の底辺を共通な AB とすると，その高さの比は 6：3＝2：1

数-15-公-北海道--一般 05 裁量 04-KS-05

5　**【一般 05／裁量 04】　問１**　円周角の定理より，$\angle AEB=\angle ADB=50^\circ$

よって，$\angle BEC=180^\circ-50^\circ=130^\circ$

問２　$\triangle CAB$ において，$\angle CAB=\angle CBA$ であることを導いて，CA＝CB を示す。$\triangle ACD$ と$\triangle BCE$ において，この 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいことを示し，$\triangle ACD\equiv\triangle BCE$ を導く。

数-15-公-北海道-裁量 05-KS-06

6　**【裁量 05】　問１**　(1)　さいころの目の組み合わせは全部で 36 通り。そのうち，点 P が $y=\frac{6}{x}$ 上の点になるのは $xy=6$ となるとき。**ルール I** において成り立つのは，(大，小)＝(1，6)，(2，3)，(3，2)，(6，1)の 4 通り。よって，求める確率は，$\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

(2)　**ルール II** にしたがって，P をとると，$\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$ との距離が 5 以下になるのは，点 P が，中心が $\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$ で半径が 5 の円の周上か内部にあるとき。よって，P(−3，−3)，(−3，−1)，(−3，2)，(−3，4)，(−1，−3)，(−1，−1)，(−1，2)，(−1，4)，(2，−3)，(2，−1)，(2，2)，(2，4)，(4，−3)，(4，−1)，(4，2)，(4，4) の 16 通り。求める確率は，$\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$

問２　(1) $\triangle OAB$ は，AO＝AB＝5 cm，$\angle OAB=90^\circ$ の直角二等辺三角形より，$OB=5\sqrt{2}$ cm　よって，点 B が動いた長さは，半径が $5\sqrt{2}$ cm，中心角 20° のおうぎ形の弧の長さと一致するので，

$2\pi\times 5\sqrt{2}\times\frac{20}{360}=\frac{5\sqrt{2}}{9}\pi$(cm)

(2)　$\triangle OAB$ を点 O を中心として矢印の方向に 90°　回転させたとき，A，B が移った点をそれぞれ A′，B′ とする。辺 AB が動いてできる図形の面積は，

(おうぎ形 OBB′)＋△OA′B′－△OAB－(おうぎ形 OAA′)　$\triangle OAB\equiv\triangle OA'B'$ より，

(おうぎ形 OBB′)－(おうぎ形 OAA′)$=\pi\times(5\sqrt{2})^2\times\frac{90}{360}-\pi\times 5^2\times\frac{90}{360}=\frac{25}{4}\pi$(cm^2)

(3)　立体 P は底面の半径が 5 cm，高さが 5 cm の円錐だから，その体積は，$\frac{1}{3}\times\pi\times 5^2\times 5=\frac{125}{3}\pi$(cm^3)

A から直線 ℓ に垂線をひき交点を H とし，O から直線 ℓ に垂線をひき交点を K とする。また BO の延長線と直線 ℓ との交点を I とする。△IBH を直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる円錐を立体 R とし，正方形 OAHK を直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる円柱を立体 T，△IKO を直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体を立体 U とする。立体 R は立体 P と相似で，相似比は 5：10＝1：2 より，体積比は 1：8　よって，立体 R の体積は，$\frac{125}{3}\pi\times 8=\frac{1000}{3}\pi$(cm^3)　立体 T の体積は，$\pi\times 5^2\times 5=125\pi$(cm^3)　立体 U は立体 P と合同なので，その体積は $\frac{125}{3}\pi$ cm^3　よって，立体 Q の体積は，

(立体 R の体積)－(立体 T の体積)－(立体 U の体積)$=\frac{1000}{3}\pi-125\pi-\frac{125}{3}\pi=\frac{500}{3}\pi$(cm^3)

したがって，立体 P の体積は立体 Q の体積の，$\frac{125}{3}\pi\div\frac{500}{3}\pi=\frac{1}{4}$(倍)