H28　北海道　公立　数学　問題

※「一般問題と学校裁量問題を掲載」

数-16-公-北海道--一般 01-問-01

1　**【一般 01】**　次の問いに答えなさい。

問１　(1)～(3)の計算をしなさい。

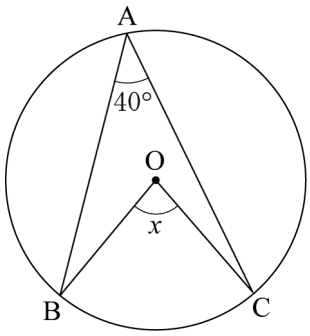
(1)　$-9+8$

(2)　$(-4)^2 \div \dfrac{1}{5}$

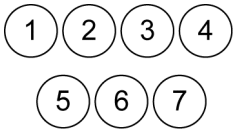
(3)　$7\sqrt{2} \times \sqrt{3} - \sqrt{6}$

問２　y は x の一次関数で，そのグラフが点 (0，3) を通り，傾き 2 の直線であるとき，この一次関数の式を求めなさい。

問３　下の図のように，円 O の円周上に 3 点 A，B，C をとります。∠BAC＝40° のとき，∠x の大きさを求めなさい。

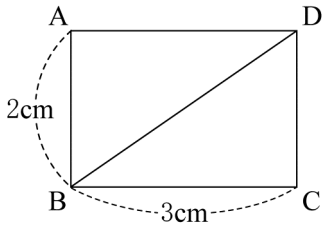


問４　右の図のように，1 から 7 までの数字を 1 つずつ書いた 7 個のボールがあります。この 7 個のボールを袋に入れ，袋の中から 1 個のボールを取り出すとき，そのボールに書かれた数が奇数である確率を求めなさい。



問５　ある工場で作った製品が 9000 個あります。この 9000 個の製品を母集団とする標本調査を行って，不良品の個数を推測します。9000 個の製品の中から 300 個の製品を無作為に抽出して調べたとき，2 個が不良品でした。この標本調査の結果から，母集団の傾向として，9000 個の製品の中には何個の不良品がふくまれていると推測されますか，求めなさい。

問６　下の図のように，AB＝2 cm，BC＝3 cm の長方形 ABCD があります。この長方形の対角線 BD の長さを求めなさい。



数-16-公-北海道--一般 02 裁量 01-問-02

2　**【一般 02/裁量 01】**　次の問いに答えなさい。

問１　次の問題を考えます。

（問題）

$(x+3)^2-2(x+3)-15$……①　を因数分解しなさい。

①を次のような 2 つの方法で因数分解するとき，［ア］～［エ］に当てはまる式を，それぞれ書きなさい。

（方法１）

(考え方)

かっこをはずし，同類項をまとめた式を，因数分解する。

(解答)

①を展開し，同類項をまとめると，［　ア　］となる。

［　ア　］を因数分解すると，［　イ　］となる。

（方法２）

(考え方)

$x+3$ を 1 つの文字におきかえて，因数分解する。

(解答)

$x+3=A$ とおくと，①は，［　ウ　］となる。

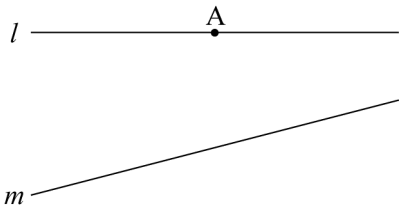
［　ウ　］を因数分解すると，［　エ　］となる。

［　エ　］の A を，$x+3$ にもどし，かっこの中を計算すると，

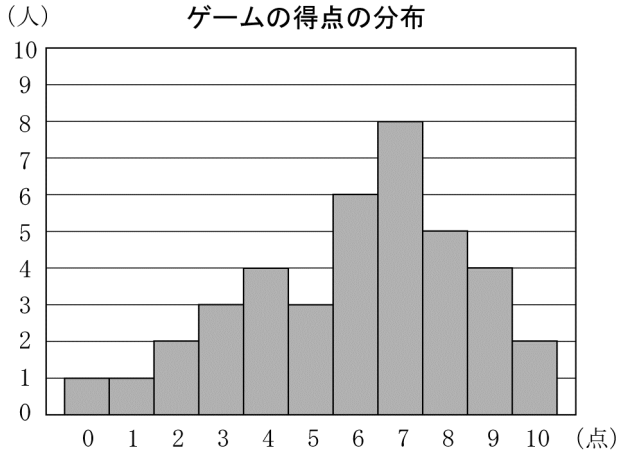
［　イ　］となる。

問２　右の図のように，2 つの直線 l，m があり，直線 l 上に点 A があります。直線 m 上に中心があり，点 A で直線 l と接する円を，定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし，作図に用いた線は消さないこと。



問３　下のヒストグラムは，あるクラスの生徒 39 人が 10 点満点のゲームを行ったときの得点をまとめたものです。このヒストグラムから，このゲームの得点の中央値を求めなさい。



問４　右の図は，ある立体の投影図です。この投影図が表す立体の名前として，正しいものを，**ア**～**エ**から 1 つ選びなさい。

また，この立体の体積を求めなさい。

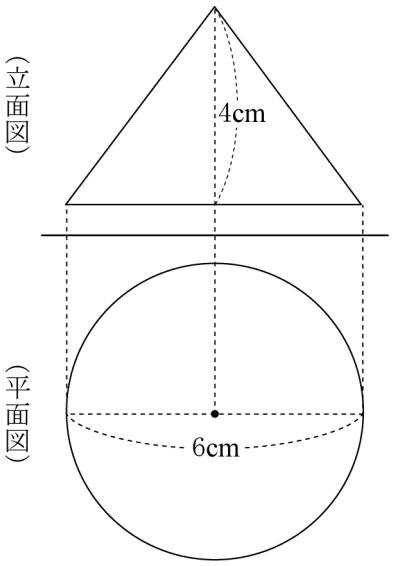
ただし，円周率は π を用いなさい。

ア　三角柱

イ　円柱

ウ　三角錐（すい）

エ　円錐



3 **【一般 03/裁量 02】** 和也さんは，2 けたの自然数の性質を調べていたときに，次のように考えました。

（和也さんの考え）

十の位と一の位の数の和が 9 になる 2 けたの自然数は，9 の倍数である。

次の問いに答えなさい。

問 1 和也さんの考えについて，和也さんと先生が話し合っています。話し合いの中の，［ア］に当てはまる 2 けたの自然数を，［イ］～［エ］に当てはまる整数を，それぞれ書きなさい。

先生　「和也さんの考えが成り立つ例は，どのようなものがありますか。」
和也さん　「例えば 72 です。十の位の 7 と一の位の 2 の和が 9 になる 72 は，9 の倍数になっています。」
先生　「72 が 9 の倍数だといえる理由を説明できますか。」
和也さん　「72 は 9×8 だから，9 の倍数です。」
先生　「そうですね。9 と整数の積で表すことができるので，72 は 9 の倍数ですね。他にも和也さんの考えが成り立つ例を 1 つあげてください。」
和也さん　「［ア］です。十の位の［イ］と一の位の［ウ］の和が 9 になる［ア］は，9×［エ］であり，9 と整数の積で表せるので，9 の倍数になります。」
先生　「そうですね。」

問 2 和也さんの考えがいつでも成り立つことを説明するとき，［オ］，［カ］に当てはまる式を，それぞれ書きなさい。

（説明）

2 けたの自然数の十の位の数を x，一の位の数を y とすると，2 けたの自然数は $10x+y$ と表せます。また，十の位と一の位の数の和は 9 なので，$x+y=9$ となります。

$10x+y$ を，一つの文字 x だけをふくむ式で表すと，［オ］となり，

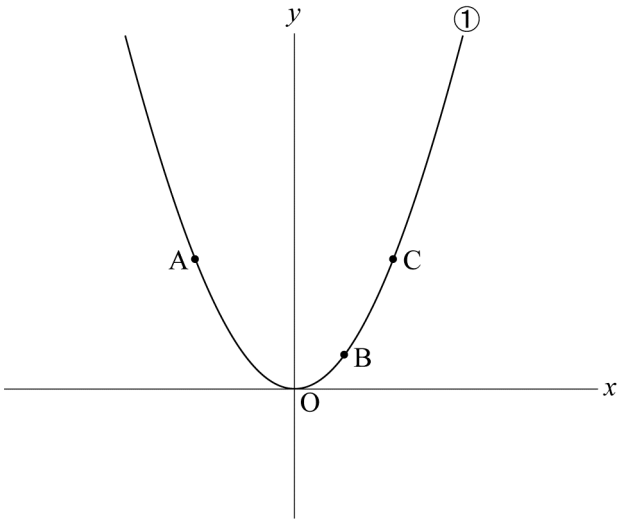
［オ］$=9\times($［カ］$)$ となります。

$9\times($［カ］$)$ は，9 と整数の積なので，9 の倍数です。

したがって，十の位と一の位の数の和が 9 になる 2 けたの自然数は，9 の倍数であるといえます。

4 **【一般 04/裁量 03】**　下の図のように, 関数　$y=ax^2$ (a は正の定数) ……①　のグラフ上に, 3 点 A, B, C があります。点 A の x 座標を-2，点 B の x 座標を 1，点 C の x 座標を正の数とします。点 O は原点とします。

次の問いに答えなさい。



問１　点 A と点 C の y 座標が等しいとき，点 C の x 座標を求めなさい。

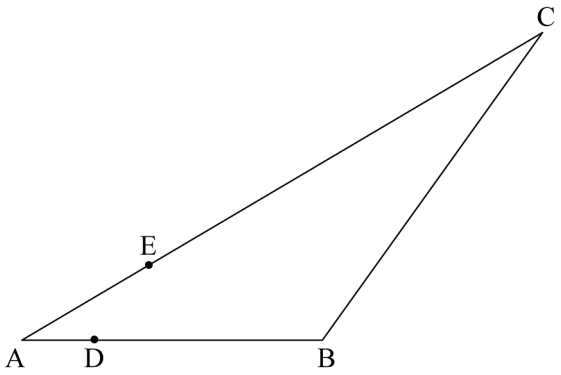
問２　①について，x の変域が$-1 \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域は $0 \leqq y \leqq 3$ となります。このとき，a の値を求めなさい。

問３　$a=1$ とします。x 軸上に点 P をとります。△OAB と△OBP の面積が等しくなるとき，点 P の座標を求めなさい。

ただし，点 P の x 座標は，負であるものとします。

5 **【一般 05/裁量 04】** 下の図のように，△ABC の辺 AB 上に点 D，辺 AC 上に点 E があり，AD：DB＝AE：EC＝1：3 とします。

次の問いに答えなさい。



問１ ∠ACB＝25° のとき，∠CED の大きさを求めなさい。

問２ ED：EB＝1：2 のとき，△BED∽△CBE を証明しなさい。

6 **【裁量 05】** 次の問いに答えなさい。

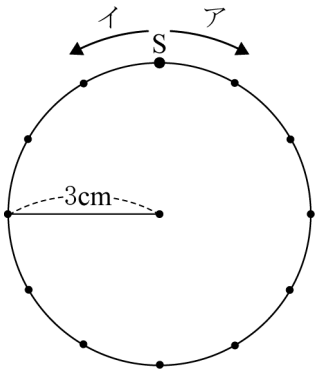
問１　**図１**のように，半径が 3 cm の円の円周を 12 等分する 12 個の点があり，そのうちの 1 つを S とします。

点 P，Q は点 S を同時に出発し，P は矢印アの方向へ，1 秒ごとに円周上の点を 1 個ずつ，Q は矢印イの方向へ，1 秒ごとに円周上の点を 2 個ずつ移動します。

例えば，1 秒後の 3 点 S，P，Q のそれぞれの位置は，**図２**のようになります。

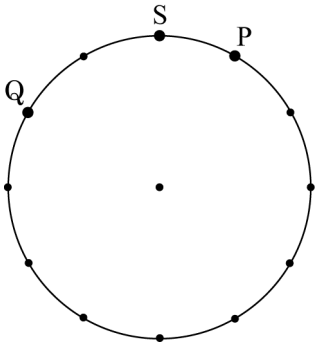
次の(1)，(2)に答えなさい。

図１



(1) 5 秒後に，3 点 S，P，Q を結んでできる三角形の∠SPQ の大きさを求めなさい。

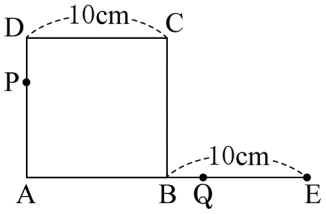
図２



(2) 155 秒後に，3 点 S，P，Q を結んでできる△SPQ をかき入れ，点 P，Q をそれぞれ示しなさい。

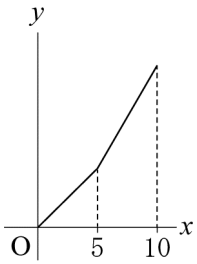
また，このときの△SPQ の面積を求めなさい。

問２　右の図のように，1 辺が 10 cm の正方形 ABCD があります。頂点 B から辺 AB を 10cm 延長したところに点 E をとり，辺 AD，線分 AE 上にそれぞれ点 P，Q を，2AP＝AQ となるようにとります。

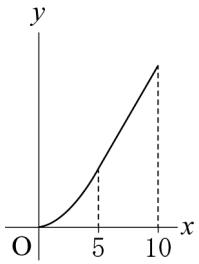


AP の長さを x cm とし，正方形 ABCD と直角三角形 APQ が重なってできる部分の面積を y cm² とします。このときの x と y の関係を表したグラフとして最も適当なものを，次の**ア**～**オ**から選びなさい。ただし，点 O は原点とします。

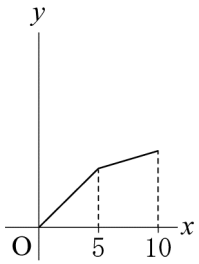
ア



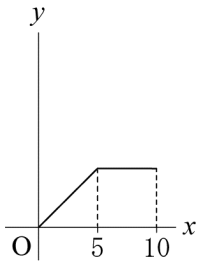
イ



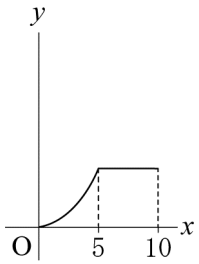
ウ



エ



オ



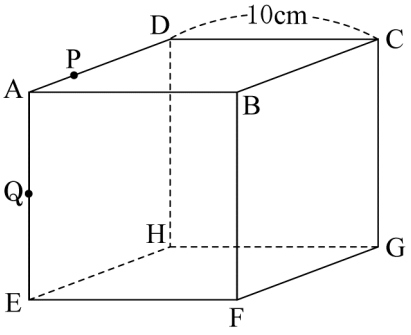
問３　**図１**のように，1 辺が 10 cm の立方体 ABCD－EFGH があります。辺 AD，AE 上にそれぞれ点 P，Q を，2AP＝AQ となるようにとります。

次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) **図１**の立方体を 3 点 B，P，Q を通る平面で切ります。頂点 A をふくむ立体の体積が 20 cm^3 のとき，AP の長さは何 cm になりますか。

AP の長さを x cm として方程式をつくり，求めなさい。

図１



(2) **図２**のように，1 から 9 までの数字を 1 つずつ書いた 9 個のボールがあります。この 9 個のボールを袋に入れ，袋の中から 1 個のボールを取り出し，そのボールに書かれた数を a とします。

図３は，**図１**の立方体で，AP＝4 cm としたものです。辺 BC 上に点 R をとり，BR の長さを a cm とします。

図３の立方体を 3 点 P，Q，R を通る平面で切るときの切り口の図形が，五角形となる確率を求めなさい。

図２

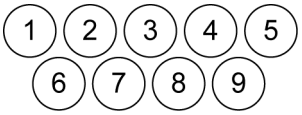
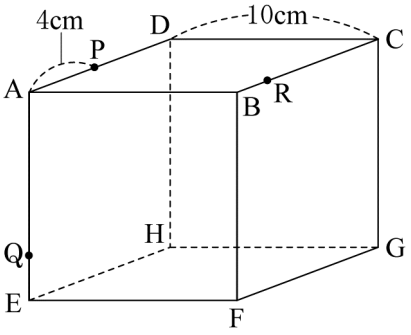
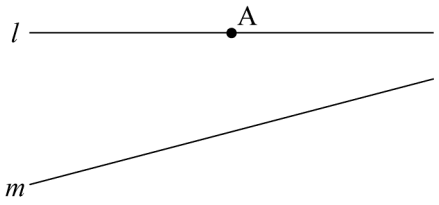


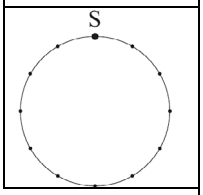
図３



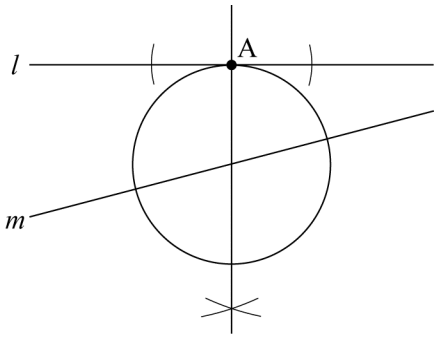
数学　解答用紙

	問題番号		解答				配点	備考
数-16-公-北海道-一般 01-KY-01	1 一般 01	問１	(1)					
			(2)					
			(3)					
		問２						
		問３	度					
		問４						
		問５	個					
		問６	cm					
数-16-公-北海道-一般 02 裁量 01-KY-02	2 一般 02 ／ 裁量 01	問１	ア		イ			
			ウ		エ			
		問２						
		問３	点					
		問４	(立体の名前)		(体積)　　cm^3			

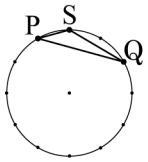
<table>
<tr><th></th><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="8">解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="2">数-16-公-北海道-Ⅰ 般 03 裁量 02-KY-03</td><td rowspan="2">3
一般 03
／
裁量 02</td><td>問１</td><td>ア</td><td></td><td>イ</td><td></td><td>ウ</td><td></td><td>エ</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>問２</td><td>オ</td><td colspan="3"></td><td>カ</td><td colspan="3"></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">数-16-公-北海道-Ⅰ 般 04 裁量 03-KY-04</td><td rowspan="3">4
一般 04
／
裁量 03</td><td>問１</td><td colspan="8"></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="8">$a=$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>問３</td><td colspan="8">(答)　P（　　,　　）</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">数-16-公-北海道-Ⅰ 般 05 裁量 04-KY-05</td><td rowspan="2">5
一般 05
／
裁量 04</td><td>問１</td><td colspan="8">度</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="8">〔証　明〕</td><td></td><td></td></tr>
</table>

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数－16－公－北海道－裁量 05－K－06	6 裁量 05	問１	(1)	度		
			(2)	△SPQ  (答)　　cm^2		
		問２				
		問３	(1)	〔方程式〕 〔計算〕 (答)　　cm		
			(2)			

数学　解答

	問題番号		解答				配点	備考
数-16-公-北海道-一般01-大-01	1 一般01	問1	(1)	-1			2	
			(2)	80			2	
			(3)	$6\sqrt{6}$			2	
		問2	$y=2x+3$				3	
		問3	80　度				3	
		問4	$\frac{4}{7}$				3	
		問5	60　個				3	
		問6	$\sqrt{13}$　cm				3	
数-16-公-北海道-一般02裁量01-大-02	2 一般02 ／ 裁量01	問1	ア	$x^2+4x-12$	イ	$(x-2)(x+6)$	各1	
			ウ	$A^2-2A-15$	エ	$(A-5)(A+3)$		
		問2	(正答例)  				3	
		問3	6　点				3	
		問4	(立体の名前)　エ		(体積)　12π　cm^3		4	・(立体の名前)の配点は2点とする。 ・(体積)は(立体の名前)が正答の場合のみ正答とする。

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">問題番号</th><th>解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="2">数−16−公−北海道−一般 03 裁量
02−K−03</td><td rowspan="2">3
一般 03
／
裁量 02</td><td>問１</td><td>(正答例)
ア　18　イ　1　ウ　8　エ　2</td><td>3</td><td>・完全解答とする。</td></tr>
<tr><td>問２</td><td>オ　$9x+9$　カ　$x+1$</td><td>4</td><td>・オの配点は 2 点とする。
・カはオが正答の場合のみ正答とする。</td></tr>
<tr><td rowspan="3">数−16−公−北海道−一般 04 裁量 03−K−04</td><td rowspan="3">4
一般 04
／
裁量 03</td><td>問１</td><td>2</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>問２</td><td>$a=\frac{1}{3}$</td><td>3</td><td>・既約分数でない場合は 2 点とする。</td></tr>
<tr><td>問３</td><td>(正答例)
△OAB と△OBP において，線分 OB (底辺) が共通で，高さが等しいとき，面積が等しくなる。
直線 OB の傾きは 1 なので，　……①
A を通り，直線 OB に平行な直線を，$y=x+b$ とする。
条件から，A (−2，4)　……②
よって，$b=6$　……③
となるので，$y=x+6$
P はこの直線と x 軸との交点であり，P (−6，0)
(答)　P (−6，0)</td><td>4</td><td>・①，②が導かれている場合はそれぞれ 1 点とする。
・③まで導かれている場合は 3 点とする。</td></tr>
<tr><td rowspan="2">数−16−公−北海道−一般 05 裁量 04−K−05</td><td rowspan="2">5
一般 05
／
裁量 04</td><td>問１</td><td>155　度</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>問２</td><td>〔証　明〕
(正答例)
△BED と△CBE において，
仮定より，DE // BC
よって，∠BED＝∠CBE (錯角)　……①
仮定より，ED : EB＝1 : 2　……②
また，DE // BC なので，仮定より，
DE : BC＝1 : 4　……③
よって，EB : BC＝2 : 4＝1 : 2　……④
②，④より，ED : EB＝EB : BC　……⑤
①，⑤より，対応する 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので，△BED∽△CBE</td><td>5</td><td>・論理的に正しい場合は正答とする。
・①，③，④，⑤が導かれている場合はそれぞれ 1 点とする。</td></tr>
</table>

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数－16－公－北海道－裁量 05－大－06	6 裁量 05	問１	(1)	30　度	3	
			(2)	(正答例) 円の中心を O とすると，△SOQ の面積は， $3\times\frac{3\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{9\sqrt{3}}{4}$ ……① △SOP の面積は， $3\times\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{9}{4}$ ……② △POQ の面積は， $3\times3\times\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$ ……③ 求める△SPQ の面積は， △SOQ＋△SOP－△POQ $=\frac{9\sqrt{3}}{4}+\frac{9}{4}-\frac{9}{2}=\frac{9\sqrt{3}-9}{4}$ (答)　$\frac{9\sqrt{3}-9}{4}$　cm^2 △SPQ  	6	・△SPQ の図の配点は2点とする。 ・△SPQ の図が正しくかかれており，①，②，③が導かれている場合はそれぞれ1点とする。
		問２	イ		4	
		問３	(1)	(正答例) 〔方程式〕　$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times x\times2x\times10=20$ 〔計算〕　$x^2=6$ ……① $x>0$ より，$x=\sqrt{6}$ (答)　$\sqrt{6}$　cm	4	・方程式が導かれている場合は 2 点とする。 ・①まで正しく導かれている場合は 3 点とする。
			(2)	$\frac{4}{9}$	4	

(注) 正答表に示された事項以外のものについては，学校の判断による。ただし，中間点の配点は，上記の採点基準以外は認めない。

数-16-公-北海道--一般 01-KS-01

1 【一般 01】 問１　(1)　$-9+8=-1$

(2)　$(-4)^2\div\frac{1}{5}=16\times5=80$

(3)　$7\sqrt{2}\times\sqrt{3}-\sqrt{6}=6\sqrt{6}$

問２　傾きが 2 で，切片が 3 なので $y=2x+3$

問３　円周角と中心角の関係で $\angle x=2\times40^\circ=80^\circ$

問４　奇数は 1，3，5，7 の 4 個あり，全体が 7 個あるので求める確率は $\frac{4}{7}$

問５　$\frac{2}{300}=\frac{1}{150}$ の確率で不良品が発生したと考えられるので，$9000\times\frac{1}{150}=60$ (個)

問６　$BD=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$ (cm)

数-16-公-北海道--一般 02 裁量 01-KS-02

2 【一般 02/裁量 01】

問１　(**方法 1**)では，

$(x+3)^2-2(x+3)-15=x^2+6x+9-2x-6-15$

$=x^2+4x-12$　…ア

$=(x-2)(x+6)$　…イ

(**方法２**)では，$A^2-2A-15$　…ウ

$=(A-5)(A+3)$　…エ

問２　直線 l が接線となるので，接点 A において l の垂線をひき，直線 m との交点が求める円の中心となる。中心を O とするとき，OA を半径に円をかけばよい。

問３　生徒が 39 人いるので，中央値は得点が低い方から 20 人目の得点となる。得点の低い方から人数を数えていくと，1＋1＋2＋3＋4＋3＋6＝20 となり，6 点が中央値となる。

問４　立体の名前は円錐…**エ**である。立体の体積は $\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4=12\pi$ (cm^3)

数-16-公-北海道--一般 03 裁量 02-KS-03

3 【一般 03／裁量 02】 問１　ア は 18　イ は 1，ウ は 8，エ は 2　(注)　ア に入る数は 2 けたの数で 9 の倍数ならよいので，9×2，9×3，9×4，…とある。

問２　$x+y=9$ より $y=9-x$　これを $10x+y$ に代入すると $10x+9-x=9x+9$…オ

$9x+9=9\times(x+1)$…カ

数-16-公-北海道--一般 04 裁量 03-KS-04

4 【一般 04／裁量 03】 問１　$y=ax^2$ のグラフは y 軸に関して対称なので，点 C の x 座標は 2

問２　x の変域が $-1\leqq x\leqq3$ なので，$x=0$ のとき最小となり 0，$x=3$ のとき最大となり $a\times3^2=3$

これより $a=\frac{1}{3}$

問３　$a=1$ より $y=x^2$，△OAB と△OBP の面積が等しいので，底辺を OB とするとき，2 つの三角形の高さが等しくなればよいので，点 P は点 A を通り直線 OB の傾きと等しい直線上にあり，この直線と x 軸との交点となる。

数-16-公-北海道--一般 05 裁量 04-KS-05

5 【一般 05／裁量 04】 問１　AE：EC＝1：3，AD：DB＝1：3 なので，ED // CB

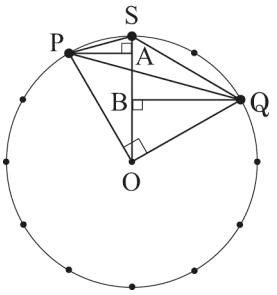
同位角が等しいことにより，$\angle AED=25^\circ$　よって，$\angle CED=180^\circ-25^\circ=155^\circ$

問２　△BED∽△CBE の証明は，ED // BC より，∠BED＝∠CBE，ED : BC＝1 : 4 で ED : EB＝1 : 2 より EB と BC の比が EB : BC＝1 : 2 と求まる。したがって，対応する 2 組の辺の比とその間の角が等しいので相似となる。

数-16-公-北海道-裁量 05-KS-06

6　**【裁量 05】**　**問１**　(1) 5 秒後に点 P は S から右へ 5 番目，Q は S から右へ 2 番目のところに移動する。12 等分した 1 つの弧の中心角は，$\frac{360}{12}=30^\circ$，円周角は中心角の半分の 15°，弧の長さが 2 倍になると中心角も 2 倍になるので 30°

(2) 155 秒後に P は，155÷12＝12 余り 11 なので，S から左へ 1 個目へ移動する。Q は，1 秒に点を 2 個移動するので，6 秒で 1 周する。
155÷6＝25 余り 5　したがって，S から左へ 5×2＝10 個目へ移動する。
よって，P，Q は右図の点となる。また，円の中心を O，OS へ点 P，Q から垂線 PA，QB を下ろすと，△OAP，△OQB ともに 1 つの角が 30° の直角三角形となり，辺の比は 1 : 2 : $\sqrt{3}$ となる。



半径が 3 なので，AP＝$\frac{3}{2}$，BQ＝$\frac{3}{2}\sqrt{3}$

四角形 OPSQ の面積＝△OPS＋△OSQ

$$=\frac{1}{2}\times3\times\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\times3\times\frac{3}{2}\sqrt{3}=\frac{9+9\sqrt{3}}{4}$$

△OPQ は直角三角形なので，$\frac{1}{2}\times3\times3=\frac{9}{2}$

よって，$\triangle SPQ=\frac{9+9\sqrt{3}}{4}-\frac{9}{2}=\frac{9\sqrt{3}-9}{4}$

問２　$0<x\leqq5$ のとき，点 Q は線分 AB 上にあるので，$y=\frac{1}{2}x\times2x=x^2$

$5<x\leqq10$ のとき，PQ と CB の交点を R とすると，△PAQ∽△RBQ より x : RB＝$2x$: $(2x-10)$

RB＝$x-5$，BQ＝$2x-10$ なので，$y=x^2-\frac{1}{2}\times(x-5)\times(2x-10)=10x-25$

よって，求めるグラフは**イ**

問３　(1) AP＝x，AQ＝$2x$　$\triangle APQ=\frac{1}{2}x\times2x=x^2$　高さは AB＝10 なので，$\frac{1}{3}\times x^2\times10=20$　$x^2=6$

$x>0$ より $x=\sqrt{6}$ (cm)

(2) 直線 PQ を軸として平面を回転させると，R が B のときは立方体の切り口は△PQB の三角形，
AP : AQ＝4 : 8＝1 : 2 なので，BR＝a のとき，平面と直線 BF との交点を T とおくと，BT＝$2a$ となる。平面が点 F を通るとき，切り口は四角形で，そのとき a＝5 のときである。a の値が 6 以上のとき，平面は辺 EF，FG と交わり，切り口は五角形となる。よって，求める確率は $\frac{4}{9}$