H30　北海道　公立　数学　問題

※「一般問題と学校裁量問題を掲載」

数-18-公-北海道--一般 01-問-01

1 【一般 01】 次の問いに答えなさい。

問１　(1)～(3)の計算をしなさい。

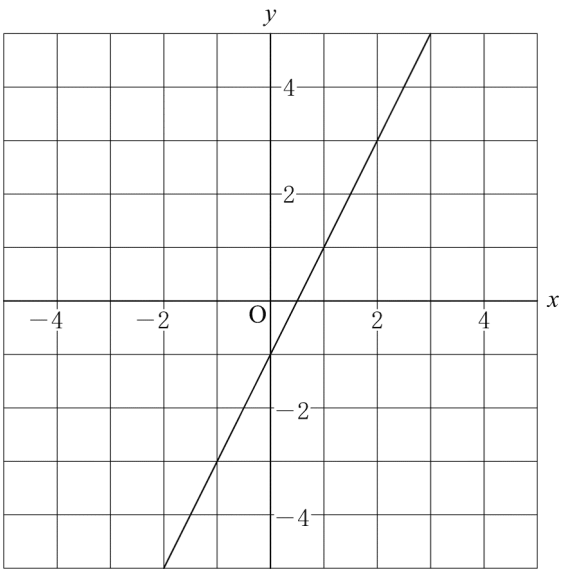
(1) $3\times(-9)$

(2) $-7+4\div\dfrac{1}{5}$

(3) $6\sqrt{2}-\sqrt{8}$

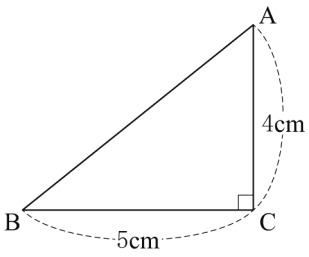
問２　$a=-3$ のとき，$2a^2$ の値を求めなさい。

問３　下の図のような関数　$y=ax+b$　のグラフがあります。点 O は原点とします。a，b の値を求めなさい。

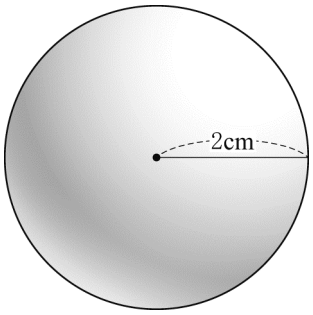


問４　連立方程式　$\begin{cases}x+y=7\\3x-y=-3\end{cases}$　を解きなさい。

問５　下の図のように，AC＝4 cm，BC＝5 cm，∠ACB＝90°の直角三角形 ABC があります。辺 AB の長さを求めなさい。



問６　下の図のように，半径が 2 cm の球があります。この球の表面積を求めなさい。
ただし，円周率はπを用いなさい。



数-18-公-北海道--一般 02 裁量 01-問-02

2　**【一般 02/裁量 01】**　次の問いに答えなさい。

問１　$x^2-4x-12$ を因数分解しなさい。

問２　2 つのさいころ A，B を同時に投げて，A のさいころの出た目の数から，B のさいころの出た目の数をひくとき，ひいた値が 2 以下の自然数となる確率を次のように求めます。

［ア］～［ウ］に当てはまる値を，それぞれ書きなさい。

（解答）

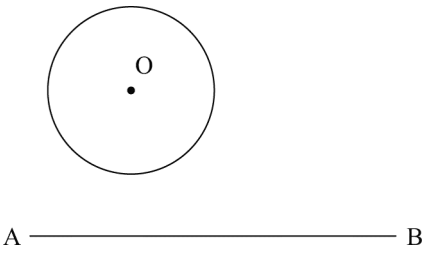
A のさいころの出た目の数を a，B のさいころの出た目の数を b とすると，$a-b$ の値が 2 となる場合は［ア］通りあり，$a-b$ の値が 1 となる場合は 5 通りある。

よって，$a-b$ の値が 2 以下の自然数となる場合は［イ］通りである。

したがって，求める確率は［ウ］となる。

問３　下の図のように，円 O と線分 AB があります。円 O の円周上に点 P をとり，△ABP の面積がもっとも小さくなるようにします。点 P を定規とコンパスを使って作図しなさい。

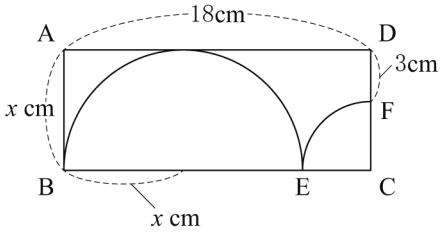
ただし，点を示す記号 P をかき入れ，作図に用いた線は消さないこと。



問４　次の問題を考えます。

（問題）

右の図のように，AD＝18 cm の長方形 ABCD，線分 BE を直径とする半円，おうぎ形 CEF があります。点 E は辺 BC 上に，点 F は辺 CD 上にあります。半円は，辺 AD に接しています。DF＝3 cm のとき，半円の半径は何 cm ですか。半円の半径を x cm として方程式をつくり，求めなさい。



この問題の答えを次のように求めるとき，［ア］に当てはまる式を，［イ］に当てはまる方程式を，［ウ］に当てはまる数を，それぞれ書きなさい。

（解答）

おうぎ形 CEF の半径は，x を使って［ア］cm と表すことができる。

方程式をつくると，

［イ］

この方程式を解くと，

$x=$［ウ］

よって，半円の半径は［ウ］cm となる。

3 **【一般 03/裁量 02】** 下の表は，北海道の農家 A と農家 B がそれぞれ収穫したトウモロコシの中から，健太さんたちが無作為に 120 本ずつ選んでその重さを調べ，度数分布表にまとめたものです。

次の問いに答えなさい。

階級(g)	度数(本)	
	農家A	農家B
以上　未満		
300 ～ 320	12	8
320 ～ 340	15	11
340 ～ 360	17	16
360 ～ 380	17	24
380 ～ 400	18	23
400 ～ 420	15	23
420 ～ 440	12	10
440 ～ 460	14	5
計	120	120

問１　農家 A の 380 g 以上 400 g 未満の階級の相対度数を求めなさい。

問２　健太さんたちは，農家 A と農家 B で収穫したトウモロコシについて，表を見て話し合っています。

健太さん　「農家 A と農家 B では，どちらが重いトウモロコシをたくさん収穫できたのかな。平均値を表から求めると，同じになるよね。」

優花さん　「440 g 以上 460 g 未満の階級の度数を比較すると，農家 A の方が重いトウモロコシをたくさん収穫できたと思うよ。」

達也さん　「でも，1 つの階級だけでなく，表全体の傾向をみて判断したらどうかな。平均値以外の代表値を使って比較すると，農家 A の方が重いトウモロコシをたくさん収穫できたとは言い切れないよ。」

達也さんのように「農家 A の方が重いトウモロコシをたくさん収穫できたとは言い切れない」と考えることもできます。そのように考える理由を代表値を使って説明するとき，［　　］に理由を書きなさい。

ただし，使う代表値が入っている階級を示して説明すること。

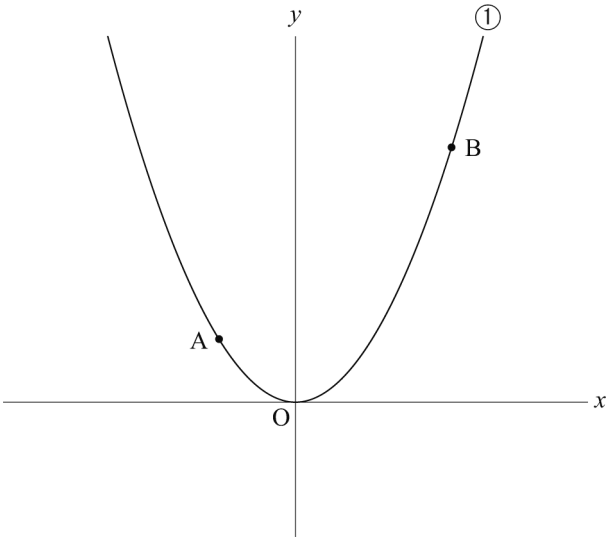
（説明）

［　　］から，
農家 A の方が重いトウモロコシをたくさん収穫できたとは言い切れない。

数-18-公-北海道-一般 04 裁量 03-問-04

4 **【一般 04/裁量 03】**　下の図のように，関数　$y=ax^2$ (a は正の定数) ……①　のグラフ上に，2 点 A，B があります。点 A の x 座標を -2，点 B の x 座標を 4 とします。点 O は原点とします。

次の問いに答えなさい。



問 1　$a=2$ とします。①について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 4$ のとき，y の変域を求めなさい。

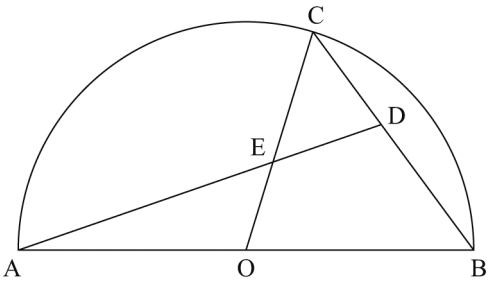
問 2　2 点 A，B を通る直線の傾きが 1 となるとき，a の値を求めなさい。

問 3　$a=1$ とします。点 B と y 座標が等しい y 軸上の点を C とします。①のグラフ上に点 P をとり，点 P の x 座標を t とします。△BCP の面積が 14 となるとき，t の値を求めなさい。ただし，$-2<t<4$ とします。

数-18-公-北海道-一般 05 裁量 04-問-05

5 **【一般 05/裁量 04】**　下の図のように，線分 AB を直径とする半円があり，線分 AB の中点を点 O とします。点 C を弧 AB 上の点とし，線分 BC 上に点 D をとります。線分 AD と線分 OC との交点を E とします。

次の問いに答えなさい。



問 1　BD＝DC，OD＝2 cm のとき，線分 AC の長さを求めなさい。

問２　∠AOC の二等分線と線分 AD との交点を F とします。このとき，△CDE∽△OFE を証明しなさい。

数-18-公-北海道-裁量 05-問-06

6　**【裁量 05】**　次の問いに答えなさい。

問１　ある 10 階建てのビルに 3 台のエレベーターA，B，C があり，それぞれを上昇，下降，停止させながら点検を行います。

次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) A の点検は次のように行います。

〔A の点検〕　1 階から n 階まで上昇させた後，1 階まで下降させる。ただし，上昇時も下降時も 2 階から n 階の各階に，7 秒ずつ停止させる。
(n は自然数とし，$3 \leqq n \leqq 10$ とします。)

A が階を 1 つ上昇または下降するのにかかる時間を 8 秒としたとき，A が上昇し始めてから，1 階に戻るまでの時間を n の式で表しなさい。

(2) B，C の点検は次のように行います。

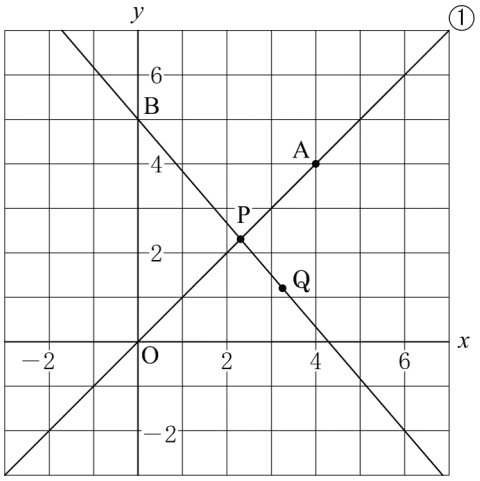
〔B の点検〕　1 階から 10 階まで上昇させる。ただし，2 階から 9 階の各階に，7 秒ずつ停止させる。
〔C の点検〕　10 階から 1 階まで下降させた後，10 階まで上昇させる。ただし，1 階にだけ 11 秒停止させ，上昇時も下降時も 2 階から 9 階には停止させない。

B，C が階を 1 つ上昇または下降するのにかかる時間は，B の方が C より 2 秒長く設定されています。B，C の点検を同時に始めたところ，10 階に同時に着きました。B，C が階を 1 つ上昇または下降するのにかかる時間は，それぞれ何秒ですか。

B，C が階を 1 つ上昇または下降するのにかかる時間を，それぞれ x 秒，y 秒として方程式をつくり，求めなさい。

問２　右の図のように，関数　$y=x$……①　のグラフがあります。①のグラフ上に点 A (4，4) をとります。点 B の座標を (0，5) とし，線分 OA 上に点 P をとり，直線 BP 上に△OAB と△OAQ の面積の比が 5 : 2 となるように点 Q をとります。ただし，点 Q の y 座標は，点 P の y 座標より小さいものとします。点 O は原点とします。

次の(1)，(2)に答えなさい。



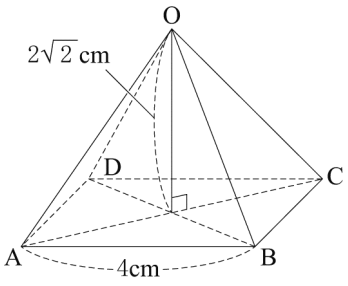
(1)　点 P が点 O の位置にあるとき，点 Q の座標を求めなさい。

(2)　点 P が線分 OA を点 O から点 A まで動くとき，線分 PQ が動いてできる図形の面積を求めなさい。

問３　**図１**のように，1 辺の長さが 4 cm の正方形 ABCD を底面とし，高さが $2\sqrt{2}$cm の正四角錐(すい)OABCD があります。

次の(1)，(2)に答えなさい。

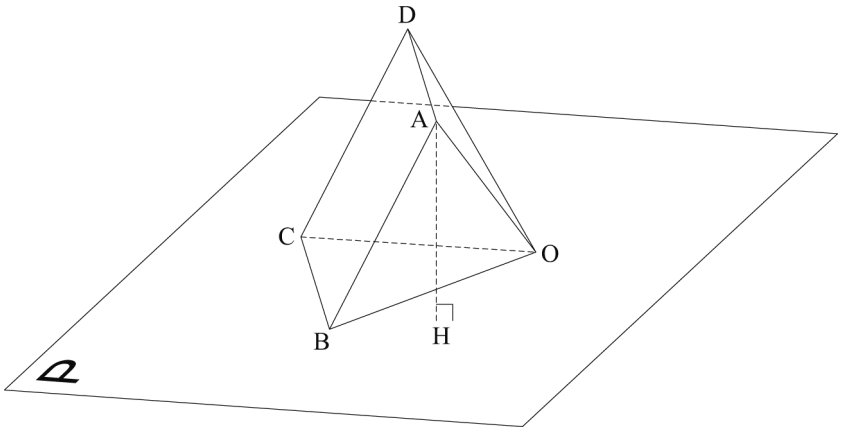
図１



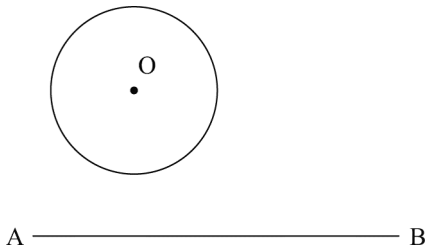
(1)　辺 OB の長さを求めなさい。

(2)　**図２**は，**図１**の正四角錐 OABCD を，△OBC が平面 P 上にくるようにしたものです。点 A から平面 P に垂線をひき，平面 P との交点を H とします。線分 AH の長さを求めなさい。

図２



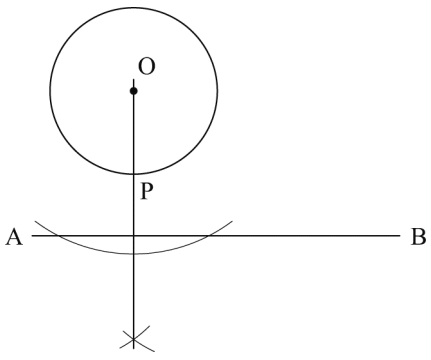
数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-18-公-北海道-一般01-KY-01	1 一般01	問1	(1)			
			(2)			
			(3)			
		問2				
		問3	$a=$　　，$b=$			
		問4	$x=$　　，$y=$			
		問5	cm			
		問6	cm^2			
数-18-公-北海道-一般02裁量01-KY-02	2 一般02 ／ 裁量01	問1				
		問2	ア			
			イ			
			ウ			
		問3				
		問4	ア			
			イ			
			ウ			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-18-公-北海道-Ⅰ般 03 裁量 02-KY-03	3 一般 03 ／ 裁量 02	問１			
		問２			
数-18-公-北海道-Ⅰ般 04 裁量 03-KY-04	4 一般 04 ／ 裁量 03	問１			
		問２	$a=$		
		問３	〔計　算〕 (答)　$t=$		
数-18-公-北海道-Ⅰ般 05 裁量 04-KY-05	5 一般 05 ／ 裁量 04	問１	cm		
		問２	〔証　明〕		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-18-公-北海道-裁量 05-KY-06	6 裁量 05	問１	(1)			
			(2)	〔方程式〕 〔計算〕 (答) B の時間　　秒, C の時間　　秒		
		問２	(1)	Q (　　,　　)		
			(2)	〔計算〕 (答)		
		問３	(1)	cm		
			(2)	cm		

数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数−18−公−北海道−一般−01−大−01	1 一般 01	問１	(1)	-27	2	
			(2)	13	2	
			(3)	$4\sqrt{2}$	2	
		問２	18		3	
		問３	$a=2,\ b=-1$		3	
		問４	$x=1,\ y=6$		3	
		問５	$\sqrt{41}$ cm		3	
		問６	16π cm^2		3	
数−18−公−北海道−一般−02−裁量−01−大−02	2 一般 02 ／ 裁量 01	問１	$(x-6)(x+2)$		3	
		問２	ア	4	1	
			イ	9	1	
			ウ	$\frac{1}{4}$	2	・既約分数でない場合は１点とする。
		問３	(正答例)  		3	
		問４	ア	(正答例 1)　$18-2x$ ／ (正答例 2)　$x-3$	1	
			イ	(正答例 1)　$18-2x=x-3$ ／ (正答例 2)　$2x+(x-3)=18$	2	
			ウ	7	1	・イが導かれている場合のみ正答とする。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−18−公−北海道−Ⅰ般 03 裁量 02−K−03	3 一般 03 ／ 裁量 02	問１	0.15	3	
		問２	(正答例) 中央値が入っている階級は，農家 A が 360 g 以上 380 g 未満，農家 B が 380 g 以上 400 g 未満であり，農家 B の方が中央値が大きい	4	・論理的に正しい場合は正答とする。
数−18−公−北海道−Ⅰ般 04 裁量 03−K−04	4 一般 04 ／ 裁量 03	問１	$0 \leqq y \leqq 32$	3	
		問２	$a=\frac{1}{2}$	3	
		問３	〔計　算〕 (正答例) B (4，16)，C (0，16)，P (t，t^2) だから，　……① △BCP の面積は，$\frac{1}{2}\times 4\times(16-t^2)=14$　……② $t^2=9$　……③ $-2<t<4$ より，$t=3$ (答)　$t=3$	4	・①が導かれている場合は1点とする。 ・②まで導かれている場合は 2 点とする。 ・③まで導かれている場合は 3 点とする。
数−18−公−北海道−Ⅰ般 05 裁量 04−K−05	5 一般 05 ／ 裁量 04	問１	4　cm	3	
		問２	〔証　明〕 (正答例) △CDE と△OFE において， ∠CED＝∠OEF (対頂角)　……① $\angle OBC=\frac{1}{2}\angle AOC$ (円周角の定理) $\angle AOF=\frac{1}{2}\angle AOC$ (仮定) よって，∠OBC＝∠AOF　……② したがって，BC // OF　……③ ③より，∠ECD＝∠EOF (錯角)　……④ ①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので， △CDE∽△OFE	5	・論理的に正しい場合は正答とする。 ・①，②，③，④が導かれている場合はそれぞれ 1 点とする。

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数−18−公−北海道−裁量 05−K−06	6 裁量 05	問１	(1)	$30n-37$	3	
			(2)	〔方程式〕 (正答例) $\begin{cases} x=y+2 \\ 9x+8\times7=2\times9y+11 \end{cases}$ 〔計算〕 $x=y+2$ ……① $x-2y=-5$ ……② ①を②に代入して，$y=7$ ……③ ③を①に代入して，$x=9$ (答) B の時間　9　秒，C の時間　7　秒	4	・方程式が導かれている場合は 2 点とする。 ・③まで正しく導かれている場合は 3 点とする。
		問２	(1)	Q (0, −2)	3	
			(2)	〔計算〕 (正答例) △OAB の面積は，$\frac{1}{2}\times5\times4=10$ ……① 点 P が点 O の位置にあるとき点 Q を点 C とし，点 P が点 A の位置にあるとき点 Q を点 D とすると， △BOA∽△BCD だから， △BOA の面積：△BCD の面積＝$5^2:7^2$ ……② よって，△BCD＝$\frac{98}{5}$ ……③ したがって，求める面積は，$\frac{98}{5}-10=\frac{48}{5}$ (答) $\frac{48}{5}$	4	・①が導かれている場合は 1 点とする。 ・②まで正しく導かれている場合は 2 点とする。 ・③まで正しく導かれている場合は 3 点とする。
		問３	(1)	4　cm	3	
			(2)	$\frac{4\sqrt{6}}{3}$　cm	4	

(注) 正答表に示された事項以外のものについては，学校の判断による。ただし，中間点の配点は，上記の採点基準以外は認めない。

数-18-公-北海道-一般 01-KS-01

1 【一般 01】 問１　(1)　$3\times(-9)=-(3\times9)=-27$

(2)　$-7+4\div\frac{1}{5}=-7+4\times5=-7+20=13$

(3)　$6\sqrt{2}-\sqrt{8}=6\sqrt{2}-2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

問２　$2a^2$ に $a=-3$ を代入して，$2\times(-3)^2=18$

問３　グラフと y 軸との交点の座標は$(0,\ -1)$だから，グラフの切片は-1　よって，$b=-1$ だから，関数は $y=ax-1$…①　グラフは点$(1,\ 1)$を通るから，①に $x=1$，$y=1$ を代入して，$1=a\times1-1$　$a=2$

問４　$x+y=7$…①，$3x-y=-3$…②とする。①＋②より，$x+3x=7-3$　$4x=4$　$x=1$…③
①に③を代入して，$1+y=7$　$y=6$

問５　△ABC において，三平方の定理より，$AB=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{25+16}=\sqrt{41}$ (cm)

問６　半径 r の球の表面積は $4\pi r^2$ で求められるから，$4\pi\times2^2=16\pi$ (cm^2)

数-18-公-北海道-一般 02 裁量 01-KS-02

2 【一般 02/裁量 01】 問１　$x^2-4x-12$ について，和が-4，積が-12 となる 2 数は，-6 と 2 だから，
$x^2-4x-12=x^2+\{(-6)+2\}x+(-6)\times2=(x-6)(x+2)$

問２　自然数は正の整数のことだから，2 以下の自然数とは 1 と 2 のみである。$a-b=2$ となる目の出方は，$(a,\ b)=(3,\ 1),\ (4,\ 2),\ (5,\ 3),\ (6,\ 4)$の 4 通りあり，$a-b=1$ となる目の出方は，$(a,\ b)=(2,\ 1),\ (3,\ 2),\ (4,\ 3),\ (5,\ 4),\ (6,\ 5)$の 5 通りある。A，B2 つのさいころの目の出方は，$6\times6=36$(通り)だから，$a-b$ の値が 2 以下の自然数となる確率は，$\frac{4+5}{36}=\frac{1}{4}$

問３　点 O から線分 AB に引いた垂線と円 O との交点のうち，線分 AB に近い方の点を P とすればよい。

問４　線分 BE を直径とする円の半径は $x$cm だから，BE＝$2x$cm であり，おうぎ形 CEF の半径は，
CE＝$18-2x$(cm)　よって，CF＝CE＝$18-2x$(cm)　また，四角形 ABCD は長方形だから，
DC＝AB＝$x$cm で，DF＝3cm だから，CF＝$x-3$(cm)　したがって，方程式 $18-2x=x-3$ が成り立つから，これを解いて，$x=7$
また，BE＝$2x$cm，CE＝CF＝$x-3$(cm)より，$2x+(x-3)=18$ としてもよい。

数-18-公-北海道-一般 03 裁量 02-KS-03

3 【一般 03／裁量 02】 問１　380g 以上 400g 未満の階級の度数は 18 本だから，求める相対度数は，
$\frac{18}{120}=0.15$

問２　それぞれの農家について，収穫したトウモロコシの重さの中央値を求めて比較する。また，120 本のトウモロコシの重さの中央値は，重さの順に並べたときの 60 本目と 61 本目の平均である。農家 A の中央値は，$12+15+17=44$(本)，$12+15+17+17=61$(本)より，360g 以上 380g 未満の階級に入っており，農家 B の中央値は，$8+11+16+24=59$(本)，$8+11+16+24+23=82$(本)より，380g 以上 400g 未満の階級に入っている。このことから，農家 B の方が中央値が大きいといえる。

数-18-公-北海道-一般 04 裁量 03-KS-04

4 【一般 04／裁量 03】 問１　x の変域が$-2\leqq x\leqq4$ だから，$x=0$ のとき $y=2\times0^2=0$，
$x=4$ のとき $y=2\times4^2=32$　よって，$0\leqq y\leqq32$

問２　2 点 A，B は関数 $y=ax^2$ のグラフ上の点だから，$A(-2,\ 4a)$，$B(4,\ 16a)$
2 点 A，B を通る直線の傾きが 1 となるから，$\frac{16a-4a}{4-(-2)}=2a$ より，$2a=1$　$a=\frac{1}{2}$

問３　$a=1$ のとき，$B(4,\ 16)$だから，$C(0,\ 16)$　点 P の x 座標を t とすると，$P(t,\ t^2)$
BC＝4 であり，辺 BC を底辺としたときの△BCP の高さは，$16-t^2$ だから，△BCP の面積について，方程式 $\frac{1}{2}\times4\times(16-t^2)=14$ が成り立ち，これを整理すると，$t^2=9$ となる。よって，$t=\pm3$ だから，$-2<t<4$ より，$t=3$ である。

数-18-公-北海道--一般 05 裁量 04-KS-05

5 **【一般 05／裁量 04】 問１** △ABC において，BO＝OA，BD＝DC が成り立つから，中点連結定理より，AC＝2OD＝2×2＝4(cm)

問２ △CDE と△OFE において，対頂角は等しいから，∠CED＝∠OEF…①

円周角の定理より，$\angle OBC=\frac{1}{2}\angle AOC$

仮定より，線分 OF は∠AOC の二等分線だから，$\angle AOF=\frac{1}{2}\angle AOC$

よって，∠OBC＝∠AOF…②となり，同位角が等しいから，BC∥OF…③がいえる。

③より，平行線の錯角は等しいから，∠ECD＝∠EOF…④

①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので，△CDE∽△OFE

(別解) ∠ECD＝∠EOF であることは，次のように導くこともできる。

円周角の定理より，$\angle OBC=\frac{1}{2}\angle AOC$

△OBC は二等辺三角形だから，∠OBC＝∠ECD

仮定より，$\angle EOF=\frac{1}{2}\angle AOC$

よって，∠ECD＝∠EOF

数-18-公-北海道-裁量 05-KS-06

6 **【裁量 05】 問１** (1) 1 階から n 階まで上昇させた後，1 回まで下降させる場合，1 階と n 階を除いた$(n-2)$階分は，各階で，7×2＝14(秒)ずつ停止し，n 階では 7 秒停止するから，停止する時間の合計は，$14\times(n-2)+7=14n-21$(秒)である。また，エレベーターは上昇を$(n-1)$階分，下降を$(n-1)$階分行うので，移動に要する時間の合計は，$8\times(n-1)\times2=16n-16$(秒)である。したがって，求める時間は，$(14n-21)+(16n-16)=30n-37$(秒)である。

(2) 階を 1 つ上昇または下降するのにかかる時間は，B の方が C より 2 秒長いので，$x=y+2$…①

また，B が 10 階に着くまでにかかる時間は，$9x+8\times7$(秒)，

C が 10 階に着くまでにかかる時間は，$2\times9y+11$(秒)だから，$9x+8\times7=2\times9y+11$

これを整理すると，$x-2y=-5$…②だから，①を②に代入して，$y+2-2y=-5$　$y=7$…③

③を①に代入して，$x=7+2=9$

問２ (1) 点 P が点 O の位置にあるとき，直線 BP は y 軸と一致するから，点 Q も y 軸上にあり，その y 座標は負の数である。よって，△OAB の底辺を OB，△OAQ の底辺を OQ とすると，高さは等しいので，OB：OQ＝△OAB：△OAQ＝5：2 だから，OQ＝2 であり，Q(0，－2)

(2) △OAB の面積は，$\frac{1}{2}\times5\times4=10$…①

点 P が点 O の位置にあるときの点 Q を点 C とし，点 P が点 A の位置にあるときの点 Q を点 D とすると，(1)より，BO：BC＝5：7　同様に考えて，BA：BD＝5：7 であり，∠OBA＝∠CBD だから，2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので，△BOA∽△BCD で，相似比は 5：7

よって，△BOA：△BCD＝5^2：7^2＝25：49 だから，$\triangle BCD=\triangle OAB\times\frac{49}{25}=10\times\frac{49}{25}=\frac{98}{5}$

線分 PQ が動いてできる図形は，四角形 OCDA なので，その面積は，$\triangle BCD-\triangle OAB=\frac{98}{5}-10=\frac{48}{5}$

問３ (1) 四角形 ABCD は正方形なので，△ABD は直角二等辺三角形だから，$BD=4\times\sqrt{2}=4\sqrt{2}$ (cm)

四角形 ABCD の対角線の交点を H とすると，$HB=4\sqrt{2}\div2=2\sqrt{2}$ (cm)

△OHB は∠OHB＝90°の直角二等辺三角形だから，$OB=2\sqrt{2}\times\sqrt{2}=4$(cm)

(2) 辺 AD の中点を M とすると，△BMC$=\frac{1}{2}\times4\times4=8$(cm^2)だから，

三角錐 O - BMC の体積は，$\frac{1}{3}\times8\times2\sqrt{2}=\frac{16\sqrt{2}}{3}$ (cm^3)

ここで，線分 AH の長さは，三角錐 O - BMC の底面を△BOC としたときの高さと等しい。

△BOC は 1 辺の長さが 4cm の正三角形なので，△BOC$=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ (cm^2)

したがって，$\frac{1}{3}\times4\sqrt{3}\times AH=\frac{16\sqrt{2}}{3}$ が成り立つので，これを解いて，AH$=\frac{4\sqrt{6}}{3}$ (cm)