H31　北海道　公立　数学　問題

※「一般問題と学校裁量問題を掲載」

数-19-公-北海道-一般 01-問-01

1 **【一般 01】** 次の問いに答えなさい。

問１　**(1)**～**(3)**の計算をしなさい。

(1) $7+(-5)$

(2) $-4\div\frac{1}{9}+8$

(3) $\sqrt{6}\times\sqrt{2}-\sqrt{3}$

問２　$4(2a+b)+(a-2b)$　を計算しなさい。

問３　関数　$y=2x+1$　について，x の変域が $1\leqq x\leqq 4$ のとき，y の変域を求めなさい。

問４　下の資料は，A 中学校の生徒 15 人が上体起こしを 30 秒間行ったときのそれぞれの回数を記録したものです。最頻値を求めなさい。

(資料)

30	25	19	31	25	23	20	21
28	23	21	13	16	25	29	

(単位：回)

問５　次の長さを 3 辺とする三角形のうち，直角三角形を，**ア**～**オ**から 2 つ選びなさい。

ア　2 cm，7 cm，8 cm

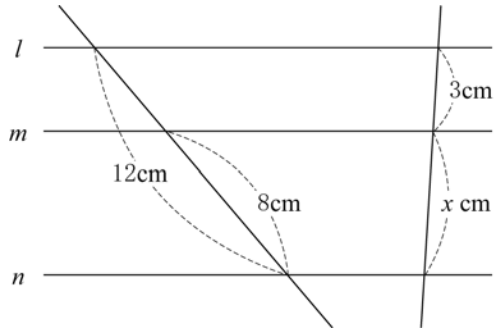
イ　3 cm，4 cm，5 cm

ウ　3 cm，5 cm，$\sqrt{30}$cm

エ　$\sqrt{2}$cm，$\sqrt{3}$cm，3 cm

オ　$\sqrt{3}$cm，$\sqrt{7}$cm，$\sqrt{10}$cm

問６　下の図のような 5 つの直線があります。直線 l，m，n が $l \parallel m$，$m \parallel n$ であるとき，x の値を求めなさい。



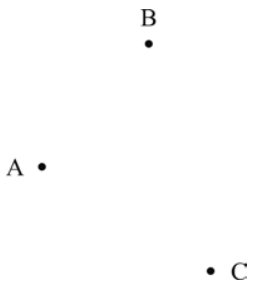
数-19-公-北海道-一般 02 裁量 01-問-02

2 【一般 02/裁量 01】　次の問いに答えなさい。

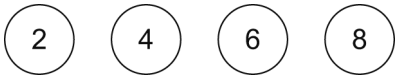
問１　$2x^2-18$ を因数分解しなさい。

問２　下の図のような 3 点 A，B，C があります。3 点 A，B，C から等しい距離にある点 P を，定規とコンパスを使って作図しなさい。

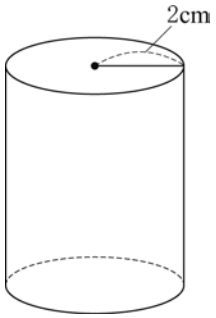
ただし，点を示す記号 P をかき入れ，作図に用いた線は消さないこと。



問３　下の図のように，**２**，**４**，**６**，**８** の数字を 1 つずつ書いた 4 個のボールがあります。この 4 個のボールを袋に入れ，袋の中から，2 個のボールを 1 個ずつ，もとにもどさずに取り出します。1 個目のボールの数字を十の位，2 個目のボールの数字を一の位として，2 けたの整数をつくるとき，この整数が 4 の倍数である確率を求めなさい。



問４　下の図のように，底面の半径が 2 cm，体積が $24\pi\,\mathrm{cm}^3$ の円柱があります。この円柱の高さを求めなさい。



数-19-公-北海道-一般 03 裁量 02-問-03

3　**【一般 03/裁量 02】**　**図１**のように，9 つのますの縦，横，斜めのどの列においても，1 列に並んだ 3 つの数の和が等しくなるよう，異なる整数を 1 つずつ入れる遊びがあります。

このような遊びについて，次の問いに答えなさい。

図１

8	1	6
3	5	7
4	9	2

問１　この遊びでは，1 列に並んだ 3 つの数の和は，どの列においても，9 つあるます全体の中央のますに入っている数の 3 倍になります。このことを，次のように説明するとき，［ア］～［ウ］に当てはまる単項式を，それぞれ書きなさい。

(説明)

ある 1 列に並んだ 3 つの数の和を a とすると，9 つのますに入っている数の和は，［ア］と表すことができる。

また，ます全体の中央のますを通る列は，縦，横，斜め，合わせて 4 列あるので，これらの列の 3 つの数の和の合計は，［イ］と表すことができる。

さらに，ます全体の中央のますに入っている数を b とすると，9 つのますに入っている数の和は，［イ］－［ウ］と表すことができる。

よって，［ア］＝［イ］－［ウ］となり，計算すると，$a=3b$ となる。

したがって，1 列に並んだ 3 つの数の和は，どの列においても，ます全体の中央のますに入っている数の 3 倍になる。

問２　この遊びで，**図２**のように，ますの一部に整数が入っているとき，x，y は，それぞれいくつになりますか。

方程式をつくり，求めなさい。

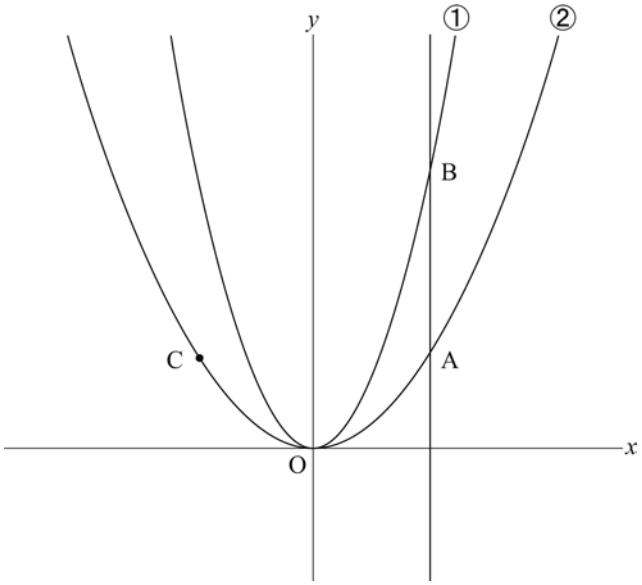
図２

	x	y
6		
−8	2	

数-19-公-北海道-一般 04 裁量 03-問-04

4 **【一般 04/裁量 03】** 下の図のように, 2 つの関数 $y=x^2$……①, $y=\frac{1}{3}x^2$……② のグラフがあります。②のグラフ上に点 A があり，点 A の x 座標を正の数とします。点 A を通り，y 軸に平行な直線と①のグラフとの交点を B とし，点 A と y 軸について対称な点を C とします。点 O は原点とします。

次の問いに答えなさい。



問 1 点 A の x 座標が 2 のとき，点 C の座標を求めなさい。

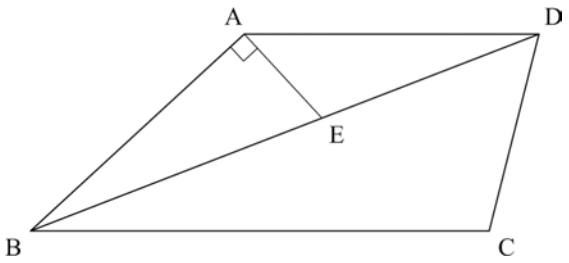
問 2 点 B の x 座標が 6 のとき，2 点 B，C を通る直線の傾きを求めなさい。

問 3 点 A の x 座標を t とします。△ABC が直角二等辺三角形となるとき，t の値を求めなさい。

数-19-公-北海道-一般 05 裁量 04-問-05

5 **【一般 05/裁量 04】** 下の図のように，AB＝AD，AD // BC，∠ABC が鋭角である台形 ABCD があります。対角線 BD 上に点 E を，∠BAE＝90° となるようにとります。

次の問いに答えなさい。



問 1 ∠ADB＝20°，∠BCD＝100° のとき，∠BDC の大きさを求めなさい。

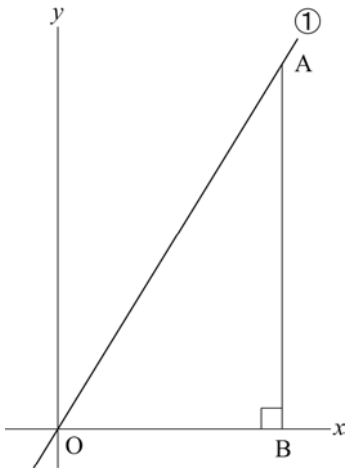
問２　頂点 A から辺 BC に垂線をひき，対角線 BD，辺 BC との交点をそれぞれ F，G とします。このとき，△ABF≡△ADE を証明しなさい。

数-19-公-北海道-裁量 05-問-06

6　**【裁量 05】**　次の問いに答えなさい。

問１　下の図のように，関数　$y=\frac{12}{5}x$……①　のグラフ上に点 A があります。点 A の x 座標を 5 とします。点 A から x 軸に垂線をひき，x 軸との交点を B とします。点 O は原点とします。

次の**(1)**，**(2)**に答えなさい。



(1) 線分 OA の長さを求めなさい。

(2) 線分 AB 上に点 C をとり，点 C を通り線分 OA に垂直な直線と線分 OA との交点を D とします。AD＝3 となるとき，2 点 O，C を通る直線の式を求めなさい。

問２　下の表は，A 中学校のバスケットボール部員 2，3 年生 24 人の握力について調査し，まとめたものです。

次の**(1)**～**(3)**に答えなさい。

階級(kg) 以上　未満	階級値(kg)	度数(人)	(階級値)×(度数)
10 ～ 20	15	3	
20 ～ 30	25	**ア**	
30 ～ 40	35	**イ**	
40 ～ 50	45	2	
50 ～ 60	55	1	
計		24	720

(1) 表から，24 人の握力の平均値を求めなさい。

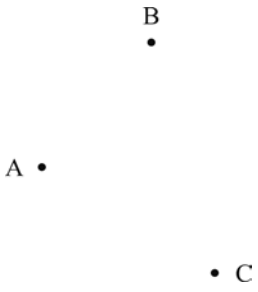
(2) 表の **ア** ，**イ** に当てはまる数を，それぞれ書きなさい。

(3) 後日，1 年生 6 人の握力を調査し，表に加えたところ，6 人の握力は同じ階級に入り，表から求めた 30 人の握力の平均値は 29 kg でした。1 年生 6 人の握力が入った階級を，次のように求めるとき，　　に解答の続きを書き入れて，解答を完成させなさい。

(解答)

30 人の握力の平均値が 29 kg であることから，30 人の (階級値) × (度数) の合計は，

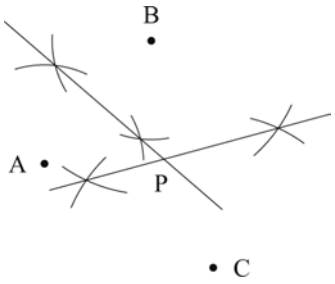
H31　北海道　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-19-公-北海道-一般01-KY-01	1 一般01	問1	(1)			
			(2)			
			(3)			
		問2				
		問3				
		問4	回			
		問5				
		問6	$x=$　　(cm)			
数-19-公-北海道-一般02裁量01-KY-02	2 一般02 ／ 裁量01	問1				
		問2				
		問3				
		問4	cm			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-北海道-一般 03裁量 02-KY-03	3 一般 03 ／ 裁量 02	問1	ア			
			イ			
			ウ			
		問2	〔方程式〕 〔計　算〕 (答)　$x=$　　，$y=$			
数-19-公-北海道-一般 04裁量 03-KY-04	4 一般 04 ／ 裁量 03	問1	C$\left(\quad\quad,\quad\quad\right)$			
		問2				
		問3	〔計　算〕 (答)　$t=$			

	問題番号		解　　答				配点	備　　考
数-19-公-北海道-一般 05 裁量 04-K-05	5 一般 05 ／ 裁量 04	問１			度			
		問２	〔証　明〕					
数-19-公-北海道-裁量 05-K-06	6 裁量 05	問１	(1)					
			(2)					
		問２	(1)		kg			
			(2)	ア		イ		
			(3)	〔解答の続き〕				

H31　北海道　公立　数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-19-公-北海道-一般01-K01	1 一般01	問1	(1)	2	2	
			(2)	-28	2	
			(3)	$\sqrt{3}$	2	
		問2	$9a+2b$		3	
		問3	$3 \leqq y \leqq 9$		3	
		問4	25　回		3	
		問5	イ	オ	3	・完全解答，順不同とする。
		問6	$x=6$　(cm)		3	
数-19-公-北海道-一般02裁量01-K02	2 一般02 ／ 裁量01	問1	$2(x+3)(x-3)$		3	・$2(x^2-9)$ は 1 点とする。
		問2	(正答例)  		3	
		問3	$\frac{1}{2}$		4	・既約分数でない場合は 3 点とする。
		問4	6　cm		4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-北海道-一般 03 裁量 02-K 03	3 一般 03 ／ 裁量 02	問１	ア	$3a$	1	・配点は各 1 点とする。
			イ	$4a$	1	
			ウ	$3b$	1	
		問２	〔方程式〕 (正答例) $\begin{cases} x+y=-2 \\ x+2=y-8 \end{cases}$ 〔計　算〕 $x+y=-2$ ……① $x-y=-10$ ……② ①＋②から　$2x=-12$，$x=-6$ ……③ ③を①に代入して，$y=4$ (答)　$x=-6$，$y=4$		4	・方程式が導かれている揚合は 2 点とする。 ・③まで正しく導かれている場合は 3 点とする。
数-19-公-北海道-一般 04 裁量 03-K 04	4 一般 04 ／ 裁量 03	問１	$\mathrm{C}\left(-2,\ \frac{4}{3}\right)$		3	
		問２	2		3	
		問３	〔計　算〕 (正答例) $\mathrm{A}\left(t,\ \frac{1}{3}t^2\right)$　だから，$\mathrm{B}(t,\ t^2)$，$\mathrm{C}\left(-t,\ \frac{1}{3}t^2\right)$ AB の長さは　$\frac{2}{3}t^2$ ……① AC の長さは　$2t$ ……② AB＝AC より，$\frac{2}{3}t^2=2t$ ……③ $t(t-3)=0$ $t>0$ より，$t=3$ (答)　$t=3$		4	・①，②が導かれている場合はそれぞれ 1 点とする。 ・③まで導かれている場合は 3 点とする。

	問題番号		解　　答				配点	備　　考
数-19-公-北海道-一般 05 裁量 04-K 05	5 一般 05 ／ 裁量 04	問1	60　度				3	
		問2	〔証　明〕 (正答例) △ABF と△ADE において, 仮定より，AB＝AD　……① ①より，△ABD は二等辺三角形なので, ∠ABF＝∠ADE　……② また，∠AGB＝∠GAD＝90°であり, ∠BAF＝90°－∠EAF，∠DAE＝90°－∠EAF ……③ よって，∠BAF＝∠DAE　……④ ①，②，④より，一組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので, △ABF≡△ADE				5	・論理的に正しい場合は正答とする。 ・②，③，④が導かれている場合はそれぞれ 1 点とする。
数-19-公-北海道-裁量 05-K 06	6 裁量 05	問1	(1)	13			3	
			(2)	$y=\frac{7}{4}x$			5	・傾きが既約分数でない場合は 4 点とする。
		問2	(1)	30　kg			3	
			(2)	ア	10	イ	8	4	・完全解答とする。
			(3)	〔解答の続き〕 (正答例) 870 であり,　……① 24 人の(階級値)×(度数)の合計との差は, 870－720＝150 である。　……② よって, 同じ階級に入る 1 年生 6 人の階級値は, 150÷6＝25 kg である。　……③ したがって，1 年生 6 人が入った階級は, 20 kg 以上 30 kg 未満となる。			6	・論理的に正しい場合は正答とする。 ・①が導かれている場合は 2 点とする。 ・②まで正しく導かれている場合は 4 点とする。 ・③まで正しく導かれている場合は 5 点とする。

(注) 正答表に示された事項以外のものについては，学校の判断による。ただし，中間点の配点は，上記の採点基準以外は認めない。

数-19-公-北海道-一般 01-KS-01

1 **【一般 01】　問１**　**(1)** $7+(-5)=7-5=2$

(2) $-4\div\frac{1}{9}+8=-4\times9+8=-36+8=-(36-8)=-28$

(3) $\sqrt{6}\times\sqrt{2}-\sqrt{3}=\sqrt{12}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{3}$

問２　$4(2a+b)+(a-2b)=8a+4b+a-2b=8a+a+4b-2b=9a+2b$

問３　関数 $y=2x+1$ において，$x=1$ のとき $y=2\times1+1=3$，$x=4$ のとき $y=2\times4+1=9$ となるから，y の変域は $3\leqq y\leqq9$

問４　最頻値とは，資料の値の中で最も多く現れる値のことである。資料を回数の順に整理すると，13，16，19，20，21，21，23，23，25，25，25，28，29，30，31 となり，25 が最も多く現れていることがわかる。よって，最頻値は 25 回

問５　3 辺の長さが a，b，c の三角形について，$a^2+b^2=c^2$ が成り立つとき，三平方の定理の逆より，その三角形は直角三角形といえる。直角三角形では斜辺が最も長い辺となるから，最も長い辺の長さを c，残りの 2 辺の長さを a，b として，a^2+b^2 の値と c^2 の値を比較する。

ア…$2^2+7^2=53$，$8^2=64$ で，$2^2+7^2<8^2$ だから直角三角形ではない。

イ…$3^2+4^2=25$，$5^2=25$ で，$3^2+4^2=5^2$ だから直角三角形である。

ウ…$3^2+5^2=34$，$(\sqrt{30})^2=30$ で，$3^2+5^2>(\sqrt{30})^2$ だから直角三角形ではない。

エ…$(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2=5$，$3^2=9$ で，$(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2<3^2$ だから直角三角形ではない。

オ…$(\sqrt{3})^2+(\sqrt{7})^2=10$，$(\sqrt{10})^2=10$ で，$(\sqrt{3})^2+(\sqrt{7})^2=(\sqrt{10})^2$ だから直角三角形である。

よって，答えは**イ**と**オ**

問６　平行線と比の定理より，$12:8=(3+x):x$　$12x=8(3+x)$　$12x=24+8x$　$4x=24$　$x=6$

数-19-公-北海道-一般 02 裁量 01-KS-02

2 **【一般 02／裁量 01】　問１**　$2x^2-18=2(x^2-9)=2(x+3)(x-3)$

問２　2 点 A，B から等しい距離にある点は，線分 AB の垂直二等分線上にあり，2 点 B，C から等しい距離にある点は，線分 BC の垂直二等分線上にある。よって，点 P は線分 AB の垂直二等分線と線分 BC の垂直二等分線との交点である。

問３　ボールの取り出し方は，(1 回目，2 回目)=(2，4)，(2，6)，(2，8)，(4，2)，(4，6)，(4，8)，(6，2)，(6，4)，(6，8)，(8，2)，(8，4)，(8，6)の 12 通りあり，できる整数はそれぞれ 24，26，28，42，46，48，62，64，68，82，84，86 である。この整数のうち，4 の倍数は下線を引いた 6 通りだから，求める確率は，$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$

問４　円柱の高さを $h$cm とすると，体積について，方程式 $\pi\times2^2\times h=24\pi$ が成り立つ。

よって，$4\pi h=24\pi$　$h=6$　したがって，求める高さは 6cm

数-19-公-北海道-一般 03 裁量 02-KS-03

3 **【一般 03／裁量 02】　問１**　ある 1 列に並んだ 3 つの数の和を a とすると，9 つのますに入っている数の和は，3 列分の数の和だから，$a\times3=\underline{3a}_{ア}$ と表すことができる。

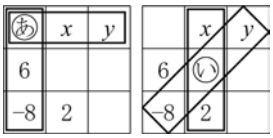
また，ます全体の中央のますを通る列は，縦，横，斜め，合わせて 4 列あるので，これらの列の 3 つの数の和の合計は，4 列分の数の和だから，$a\times4=\underline{4a}_{イ}$ と表すことができる。

さらに，ます全体の中央のますに入っている数を b とすると，**イ**で求めた和 $4a$ は b を 4 回，それ以外の 8 ますに入っている数は 1 回ずつたされた結果なので，9 つのますに入っている数の和は，$\underline{4a}_{イ}-\underline{3b}_{ウ}$ と表すことができる。

よって，$\underline{3a}_{ア}=\underline{4a}_{イ}-\underline{3b}_{ウ}$ となり，計算すると，$a=3b$ となる。

したがって，1 列に並んだ 3 つの数の和は，どの列においても，ます全体の中央のますに入っている数の 3 倍になる。

問２　右の図のように，左上のますに入っている数を㋐とすると，



㋐＋x＋y＝㋐＋6＋(−8)が成り立つから，これを整理して，

$x+y=-2$…①

また，ます全体の中央のますに入っている数を㋑とすると，

x＋㋑＋2＝y＋㋑＋(−8)が成り立つから，これを整理して，

$x+2=y-8$

よって，$x-y=-10$…②

①＋②から，$2x=-12$　$x=-6$…③

③を①に代入して，$-6+y=-2$　$y=4$

数-19-公-北海道-一般 04 裁量 03-KS-04

4　**【一般 04／裁量 03】　問１**　点 A の y 座標は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ に $x=2$ を代入して，$y=\frac{1}{3}\times 2^2=\frac{4}{3}$

よって，$A\left(2,\ \frac{4}{3}\right)$　点 C は y 軸について点 A と対称な点だから，$C\left(-2,\ \frac{4}{3}\right)$

問２　点 B の y 座標は関数 $y=x^2$ に $x=6$ を代入して，$y=6^2=36$　よって，B(6，36)

点 B の x 座標が 6 のとき，点 A の x 座標も 6 だから，関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ に $x=6$ を代入して，

$y=\frac{1}{3}\times 6^2=12$　よって，A(6，12)　よって，点 C の座標は(−6，12)

したがって，2 点 B，C を通る直線の傾きは，$\frac{36-12}{6-(-6)}=2$

問３　点 A の x 座標を $t(t>0)$とすると，点 B の x 座標も t だから，関数 $y=x^2$ に $x=t$ を代入して，$y=t^2$

よって，B(t，t^2)　点 A の y 座標は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ に $x=t$ を代入して，$y=\frac{1}{3}t^2$　したがって，$A\left(t,\ \frac{1}{3}t^2\right)$

点 C は y 軸について点 A と対称な点だから，$C\left(-t,\ \frac{1}{3}t^2\right)$であり，辺 AC は y 軸に垂直である。

辺 AB は y 軸に平行で，辺 AC は y 軸に垂直であることから，∠BAC＝90°なので，△ABC が直角二等辺三角形となるには，AB＝AC であればよい。

$AB=t^2-\frac{1}{3}t^2=\frac{2}{3}t^2$，$AC=t-(-t)=2t$ だから，$\frac{2}{3}t^2=2t$　整理すると，$t^2=3t$　$t^2-3t=0$　$t(t-3)=0$

$t=0$，3　$t>0$ だから，$t=3$ は問題に合う。$t=0$ は問題に合わない。よって，$t=3$

数-19-公-北海道-一般 05 裁量 04-KS-05

5　**【一般 05／裁量 04】　問１**　AD∥BC より，平行線の錯角は等しいから，∠DBC＝∠ADB＝20°

△BCD の内角の和は 180°だから，∠BDC＋20°＋100°＝180°　∠BDC＝60°

問２　△ABF と△ADE において，仮定より，AB＝AD…①

①より△ABD は二等辺三角形なので，∠ABF＝∠ADE…②

また，仮定より，∠AGB＝90°で，平行線の錯角は等しいから，

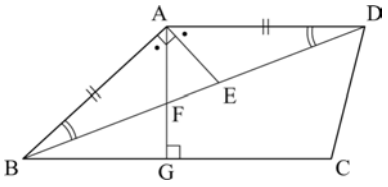
∠AGB＝∠GAD＝90°がいえるので，

∠BAF＝90°−∠EAF，∠DAE＝90°−∠EAF…③

よって，∠BAF＝∠DAE…④

①，②，④より，一組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△ABF≡△ADE



数-19-公-北海道-裁量 05-KS-06

6　**【裁量 05】　問１　(1)**　点 A の y 座標は関数 $y=\frac{12}{5}x$ に $x=5$ を代入して，$y=\frac{12}{5}\times 5=12$

よって，A(5，12)　したがって，OB＝5，AB＝12 だから，三平方の定理より，$OA^2=5^2+12^2=169$

OA＞0 だから，$OA=\sqrt{169}=13$

(2) △AOB と△ACD において，共通な角だから，∠OAB＝∠CAD…①
仮定より，∠ABO＝∠ADC＝90°…②　①，②より，二組の角がそれぞれ等しいので，
△AOB∽△ACD
よって，AO：AC＝AB：AD が成り立ち，**(1)**より OA＝13 だから，13：AC＝12：3　AC＝$\frac{13}{4}$
したがって，点 C の y 座標は，$12-\frac{13}{4}=\frac{35}{4}$で，点 C の x 座標は点 A の x 座標と等しく 5 だから，C$\left(5,\ \frac{35}{4}\right)$
2 点 O，C を通る直線の式を $y=ax$ として，$x=5$，$y=\frac{35}{4}$を代入すると，
$\frac{35}{4}=a\times5$　$a=\frac{7}{4}$　よって，求める直線の式は $y=\frac{7}{4}x$

問２　**(1)** 度数分布表では，平均値を{(階級値)×(度数)の合計}÷(度数の合計)で求めることができる。
表より，(階級値)×(度数)の合計は 720kg，度数の合計は 24 人とわかるから，
求める平均値は，720÷24＝30(kg)

(2) **ア**に当てはまる数を x，**イ**に当てはまる数を y とする。度数の合計が 24 人であるから，
$3+x+y+2+1=24$　これを整理すると，$x+y=18$…①
各階級の(階級値)×(度数)を求めると，表の上の階級から順に，45，$25x$，$35y$，90，55 となり，その合計が 720 であることから，$45+25x+35y+90+55=720$　これを整理すると，$25x+35y=530$…②
②－①×25 より，$10y=80$　$y=8$　$y=8$ を①に代入して，$x+8=18$　$x=10$

(3) 1 年生 6 人を加えた 30 人の握力の平均値が 29kg であることから，30 人の(階級値)×(度数)の合計は，29×30＝870(kg)であり，2，3 年生 24 人の(階級値)×(度数)の合計との差は，870－720＝150(kg)である。よって，同じ階級に入る 1 年生 6 人の階級値は，150÷6＝25(kg)である。したがって，1 年生 6 人が入った階級は，20kg 以上 30kg 未満の階級である。
《別の解き方》
30 人の握力の平均値が 29kg であることから，30 人の(階級値)×(度数)の合計は 870kg である。
ここで，1 年生 6 人が入った階級の階級値を $x$kg とすると，(階級値)×(度数)の合計について，
$720+6x=870$ が成り立つから，$6x=150$　$x=25$(kg)とわかる。したがって，1 年生 6 人が入った階級は階級値が 25kg の階級だから，20kg 以上 30kg 未満の階級である。