Ｒ３　北海道　公立　数学　問題

※「一般問題と学校裁量問題を掲載」

数-21-公-北海道--一般 01-問-01

1 **【一般 01】** 次の問いに答えなさい。

問１　(1)～(3)の計算をしなさい。

(1)　$3-(-6)$

(2)　$9\div\left(-\frac{1}{5}\right)+4$

(3)　$\sqrt{28}-\sqrt{7}$

問２　y が x に反比例しているものを，次の**ア**～**エ**から１つ選びなさい。

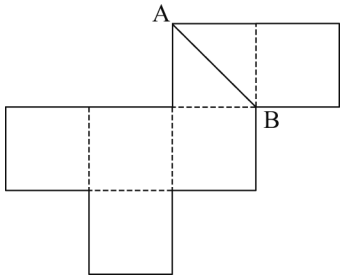
ア　１本 50 円の鉛筆を x 本買ったときの代金 y 円

イ　面積が 300 cm^2 の長方形で，縦の長さが x cm のときの横の長さ y cm

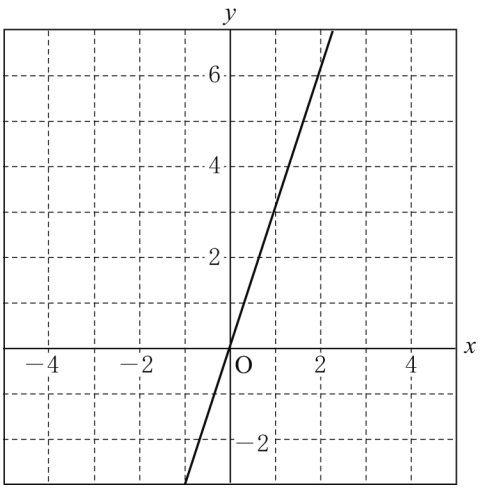
ウ　重さ 100 g の容器に x g の砂糖を入れたときの全体の重さ y g

エ　底面の半径が x cm，高さが 5 cm の円柱の体積 y cm^3

問３　下の図は，立方体の展開図を示したものです。この展開図を組み立てたとき，線分 AB と平行で，長さが等しくなる線分を展開図にかき入れなさい。



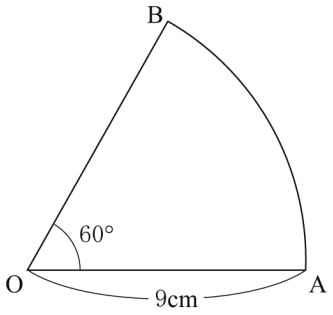
問４　下の図のような関数　$y=3x$　のグラフに平行で，点 (0，2) を通る直線の式を求めなさい。



問５　連立方程式　$\begin{cases} 2x+y=11 \\ y=3x+1 \end{cases}$　を解きなさい。

問６　下の図のように，半径が 9 cm，中心角が 60° のおうぎ形 OAB があります。このおうぎ形の弧 AB の長さを求めなさい。

ただし，円周率は π を用いなさい。



数-21-公-北海道--一般 02 裁量 01-問-02

2　**【一般 02/裁量 01】**　次の問いに答えなさい。

問１　二次方程式　$x^2+3x-1=0$　を解きなさい。

問２　100 円，50 円，10 円の 3 枚の硬貨を同時に投げるとき，表が出た硬貨の金額の合計が 60 円以上になる確率を次のように求めます。

［ア］～［ウ］に当てはまる値を，それぞれ書きなさい。

（解答）

3 枚の硬貨の表裏の出かたは全部で［ア］通りあり，表が出た硬貨の金額の合計が 60 円以上になる出かたは［イ］通りである。

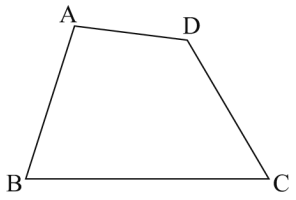
したがって，求める確率は［ウ］となる。

問３　下の表は，A 中学校の 3 年生男子 80 人の立ち幅とびの記録を度数分布表にまとめたものです。度数が最も多い階級の相対度数を求めなさい。

階級（cm）	度数（人）
以上　未満	
150 ～ 170	9
170 ～ 190	14
190 ～ 210	18
210 ～ 230	20
230 ～ 250	13
250 ～ 270	6
計	80

問４　下の図の四角形 ABCD において，点 B と点 D が重なるように折ったときにできる折り目の線と辺 AB，BC との交点をそれぞれ P，Q とします。2 点 P，Q を定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし，点を示す記号 P，Q をかき入れ，作図に用いた線は消さないこと。



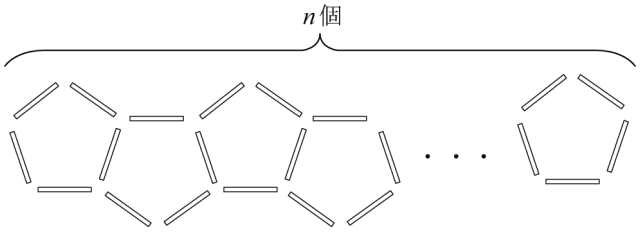
3 **【一般 03/裁量 02】**　次の問いに答えなさい。

問１　太郎さんたちは，次の問題について考えています。

(問題)

図１のように，同じ長さのストローを並べて，五角形を n 個つくるのに必要なストローの本数を，n を用いた式で表しなさい。

図１

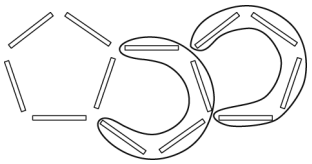


太郎さんはこの問題の考え方について，先生に確認しています。 **ア** ～ **ウ** に当てはまる数を， **エ** に当てはまる式を，それぞれ書きなさい。

太郎さん　「**図１**を使って，ストローの本数を数えると，五角形を１個つくるのに必要なストローの本数は５本です。また，五角形を２個つくるのに必要なストローの本数は **ア** 本，五角形を３個つくるのに必要なストローの本数は **イ** 本です。」

先生　「そうですね。五角形が１個増えると，ストローの本数はどのように増えるのでしょうか。」

図２

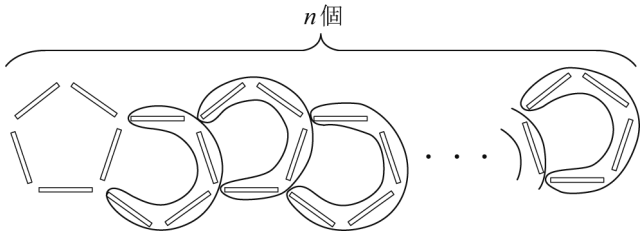


太郎さん　「**図２**のように，ストローを囲むと１つの囲みにストローが **ウ** 本ずつあるので，五角形が１個増えると，ストローの本数は **ウ** 本増えます。」

先生　「そうですね。では，五角形を n 個つくるのに必要なストローの本数を，n を使って表してみましょう。」

太郎さん　「**図２**と同じように考えて，ストローを囲むと，**図３**のようになります。

図３



囲みの個数は，n を使って **エ** 個と表すことができるので，五角形を n 個つくるのに必要なストローの本数を表す式は，

5＋ **ウ** ×(**エ**) となります。」

先生　「そうですね。」

問２　**図４**は，２つの合同な正六角形を，１辺が重なるように並べて１つの図形にしたものです。**図５**のように，同じ長さのストローを並べて，**図４**の図形を n 個つくるのに必要なストローの本数を，n を用いた式で表しなさい。また，その考え方を説明しなさい。説明においては，図や表，式などを用いてもよい。

図４

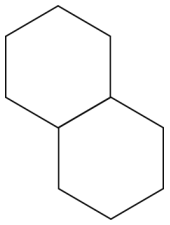
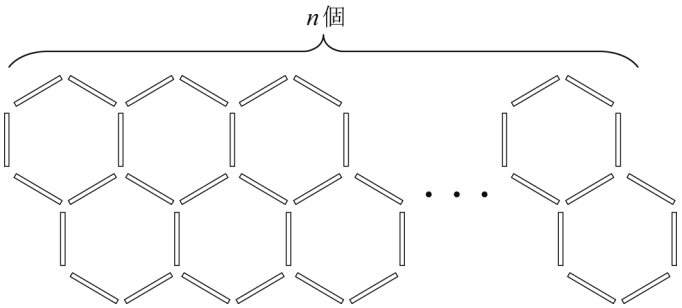


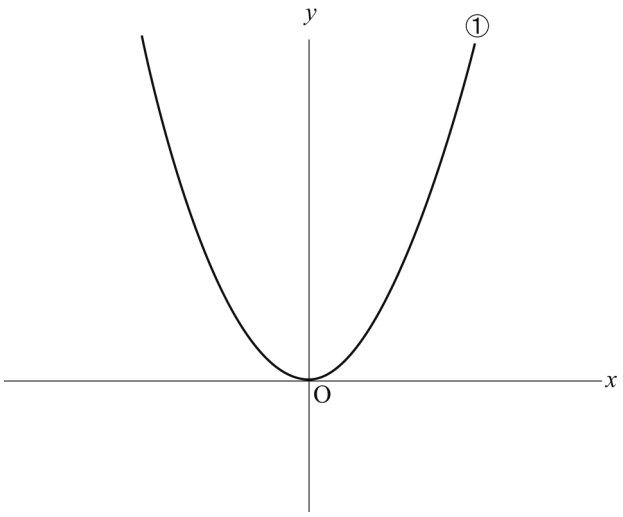
図５



数-21-公-北海道-一般 04 裁量 03-問-04

4　**【一般 04/裁量 03】**　下の図のように，関数　$y=ax^2$ (a は正の定数) ……①　のグラフがあります。点 O は原点とします。

次の問いに答えなさい。



問１　$a=4$ とします。①のグラフと x 軸について対称なグラフを表す関数の式を求めなさい。

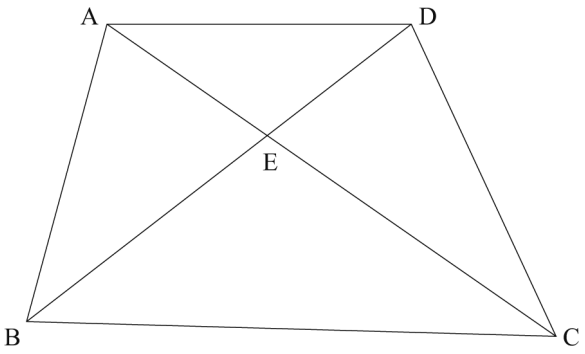
問２　①について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域が $0 \leqq y \leqq 18$ となります。このとき，a の値を求めなさい。

問３　$a=1$ とします。①のグラフ上に 2 点 A，B を，点 A の x 座標を 2，点 B の x 座標を 3 となるようにとります。y 軸上に点 C をとります。線分 AC と線分 BC の長さの和が最も小さくなるとき，点 C の座標を求めなさい。

数-21-公-北海道--一般 05 裁量 04-問-05

5　**【一般 05/裁量 04】**　下の図のように，AD // BC の台形 ABCD があり，対角線 AC，BD の交点を E とします。

次の問いに答えなさい。



問１　CD＝CE，∠ACD＝30°のとき，∠BEC の大きさを求めなさい。

問２　線分 BE 上に点 F を，BF＝DE となるようにとります。点 F を通り，対角線 AC に平行な直線と辺 AB，BC との交点をそれぞれ G，H とします。このとき，AD＝HB を証明しなさい。

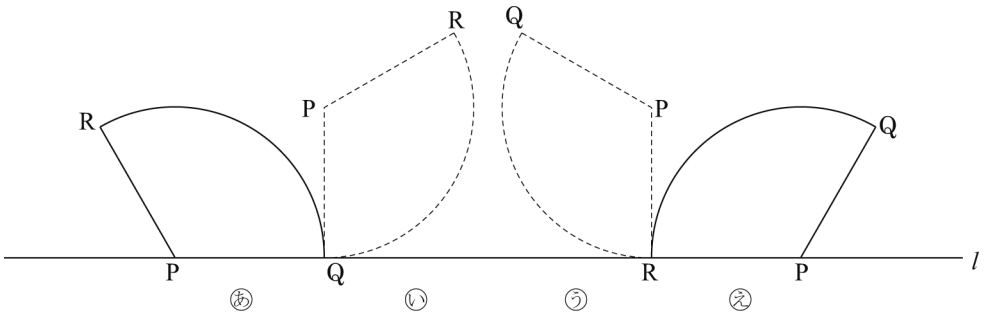
6 **【裁量 05】**　次の問いに答えなさい。

問１　次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) **図１**の㋐のように，直線 l 上に，半径 2 cm，中心角 120° のおうぎ形 PQR があります。おうぎ形 PQR に，次の **1** ～ **3** の操作を順に行うことによって，点 P がえがく線の長さを求めなさい。ただし，円周率はπを用いなさい。

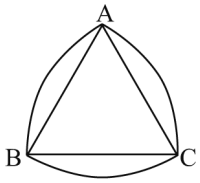
1	㋐から㋑まで，点 Q を中心として時計回りに 90° 回転移動させる。
2	㋑から㋒まで，弧 QR と直線 l が接するように，すべることなく転がす。
3	㋒から㋓まで，点 R を中心として時計回りに 90° 回転移動させる。

図１



(2) **図２**のように，正三角形 ABC の頂点 A，B，C をそれぞれ中心とし，1 辺の長さを半径とする円の弧 BC，弧 CA，弧 AB で囲まれた図形を F とします。

図２

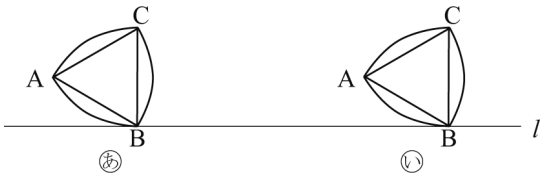


図形F

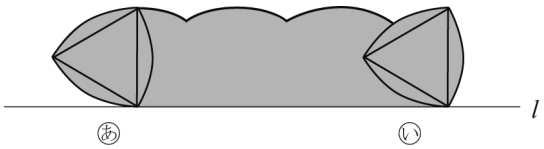
図３の㋐のように，直線 *l* 上に図形 F があり，線分 BC と直線 *l* は垂直とします。図形 F に，次の **1** ～ **6** の操作を順に行うことによって，図形 F が㋐から㋑まで動いてできる図形に色をつけて表した図として，最も適当なものを，**ア**～**オ**から 1 つ選びなさい。

1 点 B を中心として時計回りに 60° 回転移動させる。
2 線分 CA と直線 *l* が垂直になるまで，弧 BC と直線 *l* が接するように，すべることなく転がす。
3 点 C を中心として時計回りに 60° 回転移動させる。
4 線分 AB と直線 *l* が垂直になるまで，弧 CA と直線 *l* が接するように，すべることなく転がす。
5 点 A を中心として時計回りに 60° 回転移動させる。
6 線分 BC と直線 *l* が垂直になるまで，弧 AB と直線 *l* が接するように，すべることなく転がす。

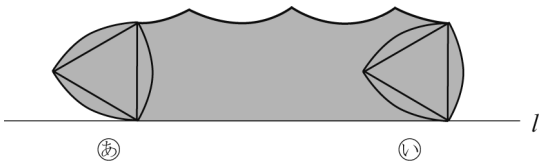
図３



ア



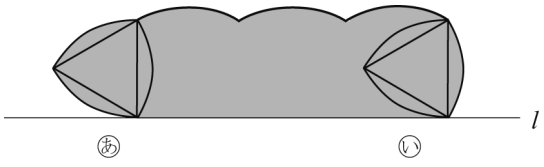
イ



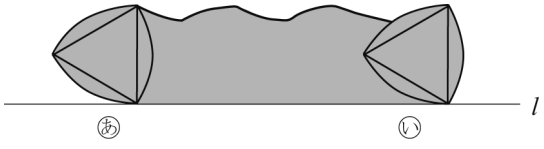
ウ



エ



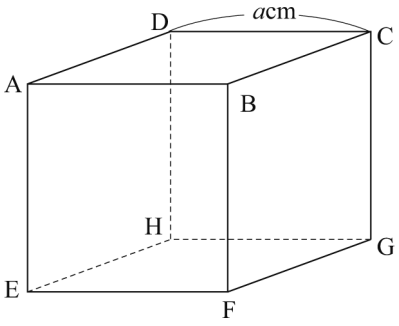
オ



問２　**図１**のように，１辺が a cm の立方体 ABCD－EFGH があります。

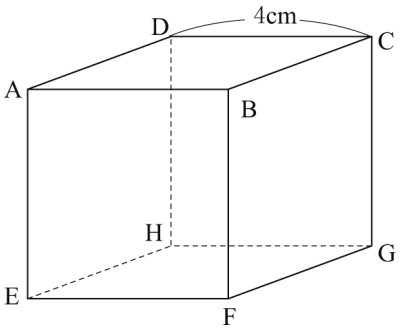
次の(1)～(3)に答えなさい。

図１

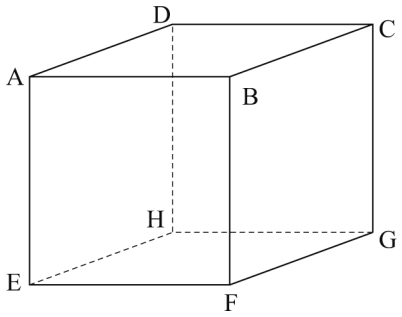


(1)　**図２**は，**図１**の立方体で，$a=4$ としたものです。立方体を３点 A，C，G を通る平面で切ります。頂点 F をふくむ立体の体積を求めなさい。

図２

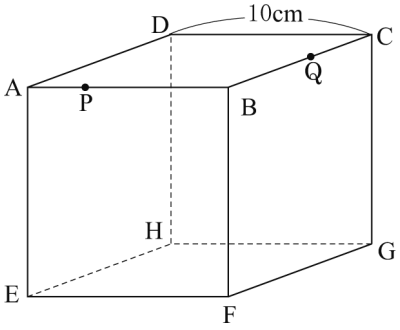


(2)　**図１**の立方体を３点 B，E，G を通る平面で切ります。頂点 F をふくむ立体の体積は，**図１**の立方体の体積の何倍ですか，求めなさい。

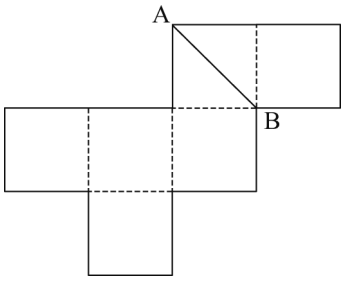
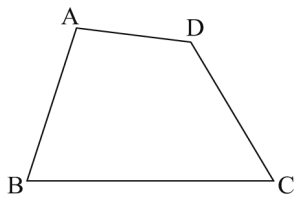


(3) **図３**は，**図１**の立方体で，$a=10$ としたものです。点 P，Q はそれぞれ頂点 A，B を同時に出発し，四角形 ABCD の辺上を，P は毎秒 1 cm の速さで B を通って C まで，Q は毎秒 2 cm の速さで C，D，A を通って B まで移動します。2 直線 PQ，EG が同じ平面上にある直線となるのは，点 P，Q がそれぞれ頂点 A，B を同時に出発してから，何秒後と何秒後ですか，求めなさい。

図３



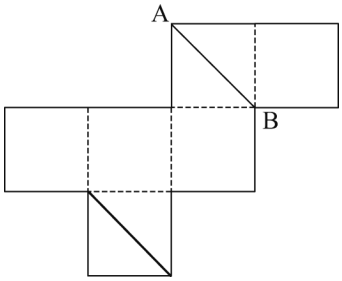
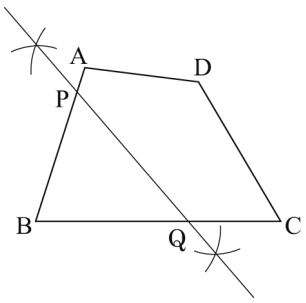
Ｒ３　北海道　公立　数学　解答用紙

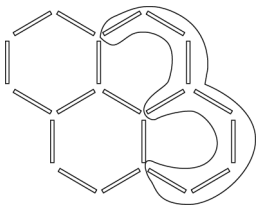
	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-21-公-北海道-一般 01-KY-01	1 一般 01	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
		問２				
		問３				
		問４				
		問５		$x=$　　，$y=$		
		問６		cm		
数-21-公-北海道-一般 02 裁量 01-KY-02	2 一般 02 ／ 裁量 01	問１		$x=$		
		問２	ア			
			イ			
			ウ			
		問３				
		問４				

	問題番号		解　　答				配点	備　　考
数-21-公-北海道-一般 03 裁量 02-KY-03	3 一般 03 ／ 裁量 02	問１	ア		イ			
			ウ					
			エ					
		問２	〔n を用いた式〕 〔考え方〕					
数-21-公-北海道-一般 04 裁量 03-KY-04	4 一般 04 ／ 裁量 03	問１						
		問２	a＝					
		問３	〔計　算〕 (答)　C (　　,　　)					

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-北海道-一般 05 裁量 04-KY-05	5 一般 05 ／ 裁量 04	問１		度		
		問２	〔証　明〕			
数-21-公-北海道-裁量 05-KY-06	6 裁量 05	問１	(1)	cm		
			(2)			
		問２	(1)	cm^3		
			(2)	倍		
			(3)	〔計算〕 (答)　　秒後，　　秒後		

数学　解答

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-21-公-北海道-一般01-ｋ-01	1 一般01	問１	(1)	9	2	
			(2)	-41	2	
			(3)	$\sqrt{7}$	2	
		問２		イ	3	
		問３			3	
		問４		$y=3x+2$	3	
		問５		$x=2,\ y=7$	3	
		問６		3π　cm	3	
数-21-公-北海道-一般02-裁量01-ｋ-02	2 一般02 ／ 裁量01	問１		$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$	3	
		問２	ア	8	2	
			イ	5	1	
			ウ	$\dfrac{5}{8}$	1	
		問３		0.25	3	
		問４		(正答例) 	3	

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="4">解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="5">数-21-公-北海道-一般 03 裁量 02-K-03</td><td rowspan="5">3
一般 03
／
裁量 02</td><td rowspan="3">問１</td><td>ア</td><td>9</td><td>イ</td><td>13</td><td>1</td><td>・完全解答とする。</td></tr>
<tr><td>ウ</td><td colspan="3">4</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>エ</td><td colspan="3">$n-1$</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問２</td><td colspan="4">〔n を用いた式〕(正答例)
$11+8(n-1)$</td><td>1</td><td rowspan="2">・〔n を用いた式〕は，整理して $8n+3$ となるものを 1 点とする。
・〔考え方〕は，論理的に正しい場合は 2 点とする。</td></tr>
<tr><td colspan="4">〔考え方〕
図４にはストローが 11 本必要である。**図４**を n 個つくるとき，右の図のように 8 本ずつ囲むと，囲みの個数は $(n-1)$ 個である。
したがって，ストローの本数は
$11+8(n-1)$
</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="3">数-21-公-北海道-一般 04 裁量 03-K-04</td><td rowspan="3">4
一般 04
／
裁量 03</td><td>問１</td><td colspan="4">$y=-4x^2$</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="4">$a=2$</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>問３</td><td colspan="4">〔計　算〕(正答例)
点 B と y 軸について対称な点を D とすると，D (−3，9)　……①
BC と DC の長さは等しいから，線分 AC と線分 BC の長さの和が最も小さくなるのは，3 点 A，C，D が一直線上にあるときである。　……②
3 点 A，C，D を通る直線の式を $y=ax+b$ とすると，
連立方程式 $\begin{cases}4=2a+b\\9=-3a+b\end{cases}$ を解いて，　……③
$a=-1$，$b=6$　……④
したがって，点 C の座標は (0，6)
(答)　C (0，6)</td><td>5</td><td>・論理的に正しい場合は正答とする。
・①，②が導かれている場合はそれぞれ 1 点とする。
・③まで導かれている場合は 3 点とする。
・④まで導かれている場合は 4 点とする。</td></tr>
</table>

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-北海道-一般 05 裁量 04-K-05	5 一般 05 ／ 裁量 04	問１	105　度		3	
		問２	〔証　明〕(正答例) △ADE と△HBF において， 仮定より，DE＝BF　……① AD // BC より，∠ADE＝∠HBF (錯角)　……② 対頂角は等しいので，∠AED＝∠CEB AC // GH より，∠CEB＝∠HFB (同位角) したがって，∠AED＝∠HFB　……③ ①，②，③より，一組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので， △ADE≡△HBF　……④ したがって，AD＝HB		5	・論理的に正しい場合は正答とする。 ・①，②，③，④が導かれている場合はそれぞれ 1 点とする。
数-21-公-北海道-裁量 05-K-06	6 裁量 05	問１	(1)	$\frac{10}{3}\pi$　cm	5	
			(2)	ウ	4	
		問２	(1)	32　cm^3	3	
			(2)	$\frac{1}{6}$　倍	4	・既約分数でない場合は 3 点とする。
			(3)	〔計算〕(正答例) 点 P，Q が頂点 A，B を出発してからの時間を x 秒とする。 2 直線 PQ, EG が同じ平面上にあるのは, PQ // EG のときである。 P が AB 上，Q が BC 上にある場合，PB＝BQ より， $10-x=2x$　を解いて，$x=\frac{10}{3}$　……① また，Q が AB 上，P が BC 上にある場合， QB＝BP より， $40-2x=x-10$　を解いて，$x=\frac{50}{3}$　……② (答)　$\frac{10}{3}$　秒後，$\frac{50}{3}$　秒後	5	・論理的に正しい場合は正答とする。 ・①，②が導かれている場合はそれぞれ 2 点とする。

(注) 正答表に示された事項以外のものについては，学校の判断による。ただし，中間点の配点は，上記の採点基準以外は認めない。

数-21-公-北海道-一般 01-KS-01

1【一般 01】【小問集合】

問２　選択肢それぞれの x，y の関係を式にすると次のようになる。

ア　$y=50x$　　**イ**　$xy=300 \Rightarrow y=\dfrac{300}{x}$　　**ウ**　$y=x+100$　　**エ**　$y=\pi x^2\times 5=5\pi x^2$

よって，y が x に反比例しているのは，**イ**

問４　関数 $y=3x$ のグラフに平行なので，求める直線の傾きは 3 である。また，点(0，2)を通るということは，切片が 2 だということである。よって，求める直線の式は，$y=3x+2$

ポイント》直線の式の求め方

①　$y=ax+b$ とおく。

②　その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「(x,y)：対応する x,y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

問６　$2\times\pi\times 9\times\dfrac{60}{360}=3\pi$ (cm)

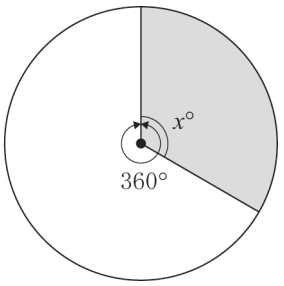
ポイント》おうぎ形のまとめ

「おうぎ形は円の一部分である」ということがポイント！

(おうぎ形の面積)＝(円の面積) $\times\ \dfrac{x}{360}$

(おうぎ形の弧の長さ)＝(円周) $\times\ \dfrac{x}{360}$

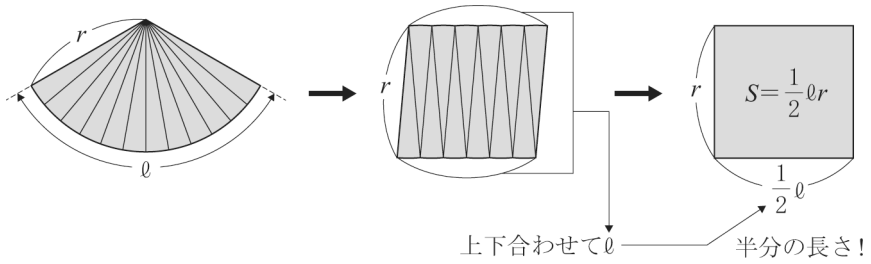
←「一部分」……「1 周 360°のうち，何度分か」を表す割合！



また，おうぎ形の面積には次のような公式もある。

おうぎ形の面積を S，弧の長さ ℓ，おうぎ形の半径 r とすると，

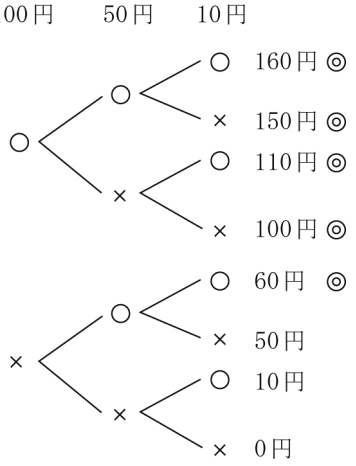
$S=\dfrac{1}{2}\ell r$



2 【一般 02／裁量 01】【小問集合】

問２　表を○，裏を×として樹形図をかくと，**図１**のようになる。起こりうるすべての場合の数は 8 通りで，「表が出た硬貨の金額の合計が 60 円以上になる」場合の数は，◎をつけた 5 通り。よって，求める確率は，$\frac{5}{8}$

図１



ポイント》確率のポイント

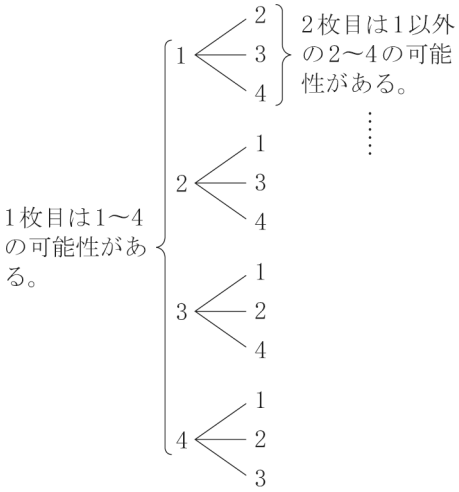
①　問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

②　問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③　さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図

④　樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。

例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



問３　度数が最も多い階級は，210cm 以上 230cm 未満の階級であり，その度数は 20 人なので，相対度数は，$\frac{20}{80}=0.25$

ポイント》相対度数の求め方

「相対」とは，他と比べるという意味。つまり，全体(度数の合計)と比べて，その度数がどれだけの割合かを表すのが「相対度数」である。よって，求め方は，

$$\text{相対度数}=\frac{\text{対象となる階級の度数}}{\text{度数の合計}}$$

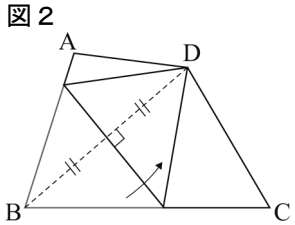
であり，分数ではなく，小数で表して答えることに注意しよう。

問４　解答のヒント

・「点 B と点 D が重なるように折ったときにできる折り目の線」という条件から発想を広げるのは難しいので，完成形を予想して，何を作図すべきかを考えよう。

→**図２**の完成予想図から，「折り目は，線分 BD の垂直二等分線である」ということがわかる。

図２



数-21-公-北海道--一般 03 裁量 02-KS-03

3 【一般 03／裁量 02】【規則性】

問２　**問１**と同様な手順で考える。1 つめの図形をつくるのに必要なストローの本数が 11 本で，図形が 1 個増えると，ストローは 8 本増える。

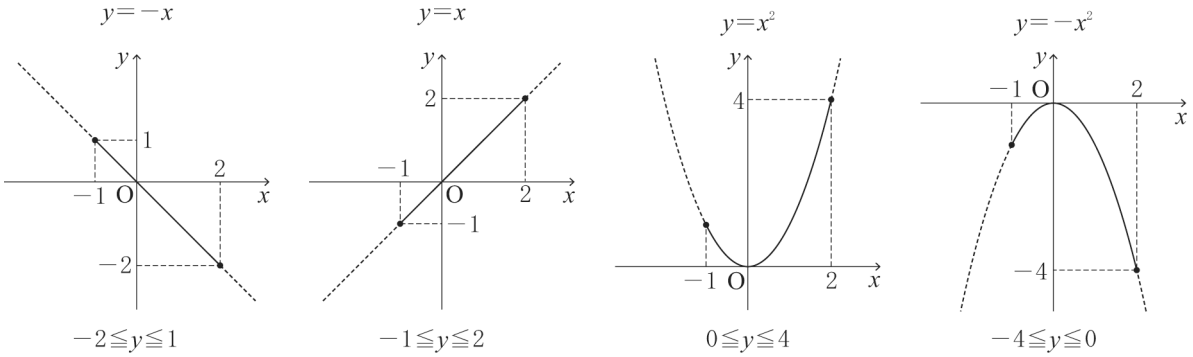
数-21-公-北海道--一般 04 裁量 03-KS-04

4 【一般 04／裁量 03】【関数のグラフ】

問１　関数 $y=ax^2$ のグラフと $y=-ax^2$ のグラフが，x 軸について対称であることから，$y=-4x^2$

問２　関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフは，y 軸に関して対称な，上に開いた形の放物線なので，x の値の絶対値が大きい方が，それに対応する y の値が大きくなる。よって，$x=3$ のとき，$y=18$ であることがわかるので，$18=a\times3^2$　⇒　$a=2$

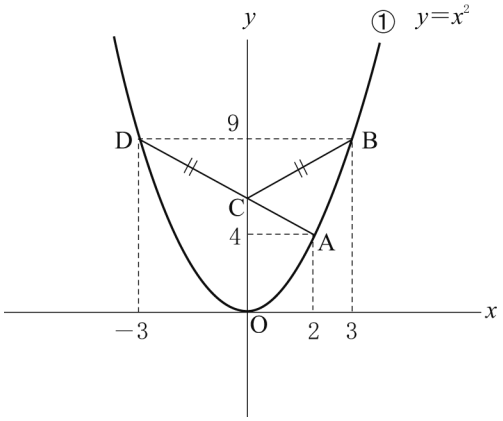
ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！



特に，関数 $y=ax^2$ の y の変域を求めるときに注意しよう。

問３　線分の長さの和が最も小さくなるという条件から，対称性を利用することを考える。**図１**のように，点 B と y 軸に関して対称な点 D をとると，AC＋BC＝AC＋DC であることが利用できる。

図１



数-21-公-北海道--一般 05 裁量 04-KS-05

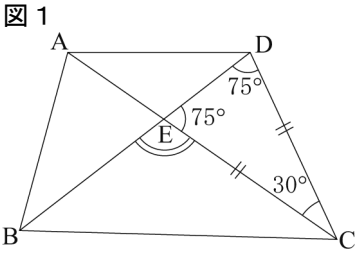
5 【一般 05／裁量 04】【平面図形】

問１　CD＝CE より，△CDE は二等辺三角形なので，底角は等しいから，∠CDE＝∠CED

よって，∠CED＝(180°－30°)÷2＝75°

ゆえに，∠BEC＝180°－∠CED＝105°

図１



問２

ポイント》図形問題突破のポイント

① 問題文中から，条件となる情報をさがす！

② ①からわかることを発想として広げておく！

③ 問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！

④ 前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

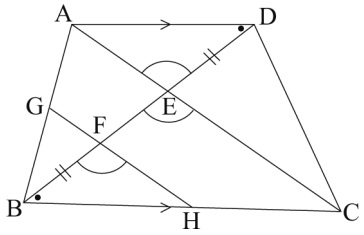
解答のヒント

① 問題文中から，条件として，AD//BC，BF＝DE，AC//GH が見つかる。

② AD//BC，AC//GH からは，「同位角，錯角が等しい」「平行線と線分の比」などが発想として出てくる。

③ 今回は，AD＝HB であることの証明であり，そのためには△ADE と△HBF が合同であることを示せばよいので，BF＝DE，「同位角，錯角が等しい」などを利用する可能性が高い。

図２



数-21-公-北海道-裁量 05-KS-06

6 【裁量 05】【空間図形／一次方程式の利用】

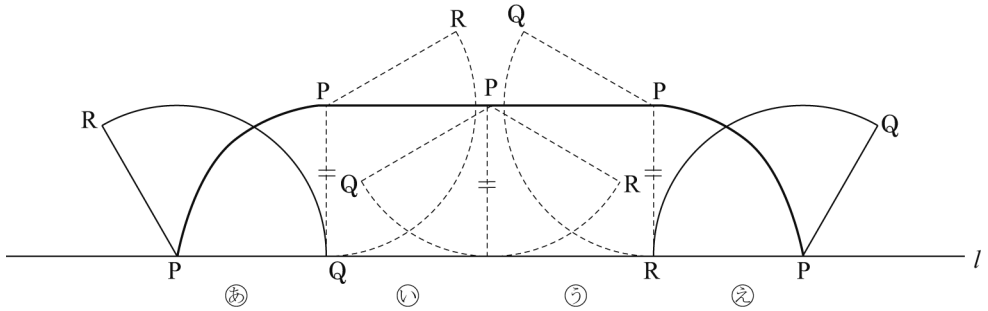
問１ (1) 点 P がえがく線を図示すると，**図１**のようになる。①㋐から㋑までは，点 Q を中心とする円弧をえがく。②㋑から㋒までは，おうぎ形 PQR と直線 ℓ との接点と，点 P との距離が，つねにおうぎ形 PQR の半径の長さを保つので，点 P は直線 ℓ と平行な直線をえがく。③㋒から㋓までは，点 R を中心とする円弧をえがく。

①，③のときに点 P がえがく円弧の長さは，$2\pi \times 2 \times \frac{90}{360} = \pi$ (cm)

②のときに点 P がえがく直線の長さは，$\overset{\frown}{QR}$の長さに等しいので，$2\pi \times 2 \times \frac{120}{360} = \frac{4}{3}\pi$ (cm)

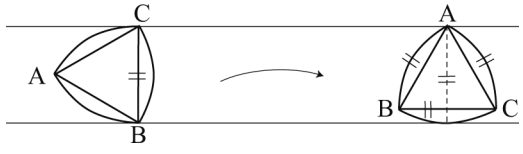
よって，点 P がえがく線の長さは，$\pi \times 2 + \frac{4}{3}\pi = \frac{10}{3}\pi$ (cm)

図１



(2) 図形 F は，**図２**のように，つねにその幅が正三角形の１辺の長さに等しくなるので，**1** ～ **6** の操作を順に行ったときに，図形 F が動いてできる図形は，**ウ**のようになる。

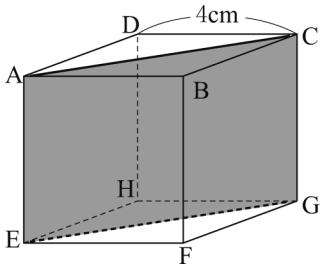
図２



問２　(1) 立方体を 3 点 A，C，G を通る平面で切ったとき，頂点 F をふくむ立体は**図３**のような，△EFG を底面とする三角柱になる。

よって，その体積は，$\triangle EFG \times BF = 4 \times 4 \times \frac{1}{2} \times 4 = 32\,(\mathrm{cm}^3)$

図３

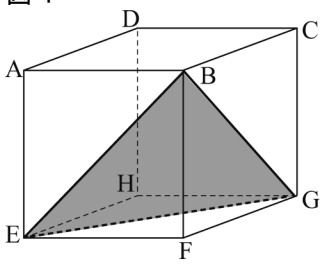


(2) 立方体を 3 点 B，E，G を通る平面で切ったとき，頂点 F をふくむ立体は**図４**のような，△EFG を底面，点 B を頂点とする三角錐になる。よって，その体積は，

$\triangle EFG \times BF \times \frac{1}{3} = a \times a \times \frac{1}{2} \times a \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}a^3\,(\mathrm{cm}^3)$

立方体の体積が，$a^3\,(\mathrm{cm}^3)$ なので，頂点 F をふくむ立体の体積は，立方体の $\frac{1}{6}$ 倍である。

図４



(3) 点 P，Q がそれぞれ頂点 A，B を同時に出発してから経過した時間を x 秒とする。

2 直線 PQ，EG が同じ平面上にあるのは，2 直線 PQ，EG が平行のときだけである。これは，EG//AC なので，2 直線 PQ，AC が平行のときである。

2 直線 PQ，EG が平行になる可能性があるのは，①点 P が辺 AB 上，点 Q が BC 上をそれぞれ進んでいるとき，②点 P が辺 BC 上，点 Q が AB 上をそれぞれ進んでいるときである。

①について，点 Q が点 B と一致するのが 0 秒後，点 C と一致するのが 5 秒後なので，x の変域は，

$0 \leqq x \leqq 5$

図５において，PQ//AC より，BP : BA＝BQ : BC

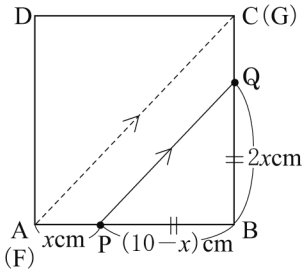
⇒　BP : 10＝BQ : 10　⇒　BP＝BQ

AP＝x cm なので，BP＝10－x(cm) であり，BQ＝2x cm

BP＝BQ　⇒　$2x = 10 - x$　⇒　$x = \frac{10}{3}$(秒後)

これは，$0 \leqq x \leqq 5$ を満たす。

図５



②について，点 Q が点 A と一致するのが 15 秒後，点 B と一致するのが 20 秒後なので，x の変域は，$15 \leqq x \leqq 20$

図６において，QP//AC より，BQ : BA＝BP : BC

⇒　BQ : 10＝BP : 10　⇒　BP＝BQ

AB＋BP＝x cm なので，BP＝x－10(cm)，

BC＋CD＋DA＋AQ＝2x cm なので，BQ＝40－2x(cm)

BP＝BQ　⇒　$x - 10 = 40 - 2x$　⇒　$x = \frac{50}{3}$(秒後)

これは，$15 \leqq x \leqq 20$ を満たす。

よって，$\frac{10}{3}$秒後と，$\frac{50}{3}$秒後

図６

