Ｒ４　北海道　公立　数学　問題

数-22-公-北海道-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問１　(1)～(3)の計算をしなさい。

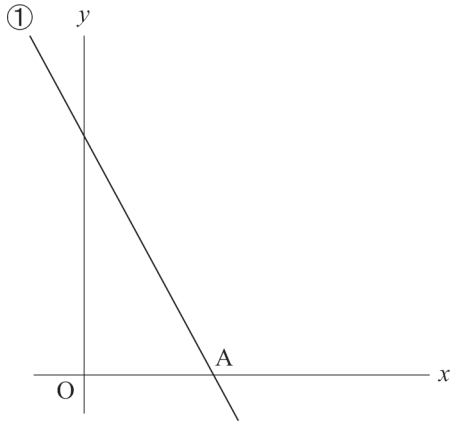
(1)　$8\times(-4)$

(2)　$(-5)^2-9\div3$

(3)　$4\sqrt{5}+\sqrt{20}$

問２　$a=7$，$b=-3$ のとき，a^2+2ab の値を求めなさい。

問３　下の図のように，関数　$y=-2x+8$……①　のグラフがあります。①のグラフと x 軸との交点を A とします。点 O は原点とします。点 A の座標を求めなさい。

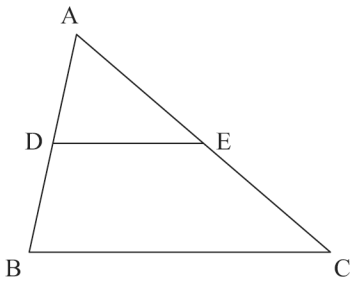


問４　方程式　$3x-2y=-x+4y=5$　を解きなさい。

問５　「飛行機の機内に持ち込める荷物の重さは 10 kg 以下です」という数量の関係を，飛行機の機内に持ち込める荷物の重さを x kg として不等式で表しなさい。

問６　下の図のように，△ABC があります。辺 AB の中点を D とし，点 D を通り辺 BC に平行な直線と辺 AC との交点を E とします。辺 AC 上に点 P を，AP：PC＝3：1 となるようにとります。点 P を定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし，点を示す記号 P をかき入れ，作図に用いた線は消さないこと。



数-22-公-北海道-問-02

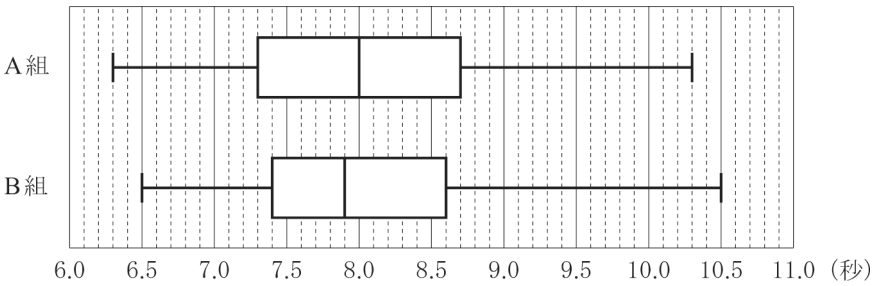
2　春奈さんたちの中学校では，3 年生の A 組 30 人全員と，B 組 30 人全員の 50 m 走の記録を調査しました。

次の問いに答えなさい。

問１　**図１**は，A 組，B 組全員の記録を，それぞれ箱ひげ図にまとめたものです。

次の(1)，(2)に答えなさい。

図１



(1) B 組の記録の第 3 四分位数を求めなさい。

(2) データの散らばり（分布）の程度について，**図１**から読みとれることとして最も適当なものを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選びなさい。

ア　範囲は，A 組の方が B 組よりも小さい。

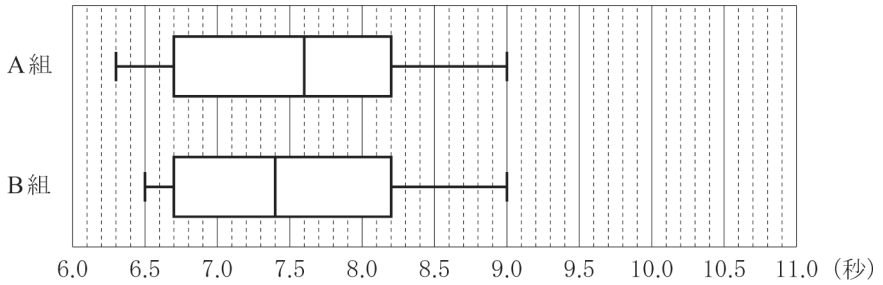
イ　四分位範囲は，A 組の方が B 組よりも大きい。

ウ　平均値は，A 組の方が B 組よりも小さい。

エ　最大値は，A 組の方が B 組よりも大きい。

問２　A 組，B 組には，運動部に所属する生徒がそれぞれ 15 人います。**図２**は，A 組，B 組の運動部に所属する生徒全員の記録を，箱ひげ図にまとめたものです。

図２



春奈さんたちは，運動部に所属する生徒全員の記録について，**図２**を見て話し合っています。

［ア］，［イ］に当てはまる数を，それぞれ書きなさい。

また，［ウ］に当てはまる言葉を，下線部＿＿＿の答えとなるように書きなさい。

春奈さん　「A 組，B 組の運動部に所属する生徒では，A 組と B 組のどちらに速い人が多いのかな。」

ゆうさん　「どうやって比べたらいいのかな。何か基準があるといいよね。」

春奈さん　「例えば，平均値を基準にしたらどうかな。先生，平均値は何秒でしたか。」

先生　「この中学校の運動部に所属する生徒の平均値は，7.5 秒でしたよ。」

ゆうさん　「それなら，7.5 秒より速い人は，A 組と B 組のどちらの方が多いのか考えてみよう。」

春奈さん　「B 組の中央値は 7.4 秒だから，B 組に 7.5 秒より速い人は，少なくても［ア］人いるよね。」

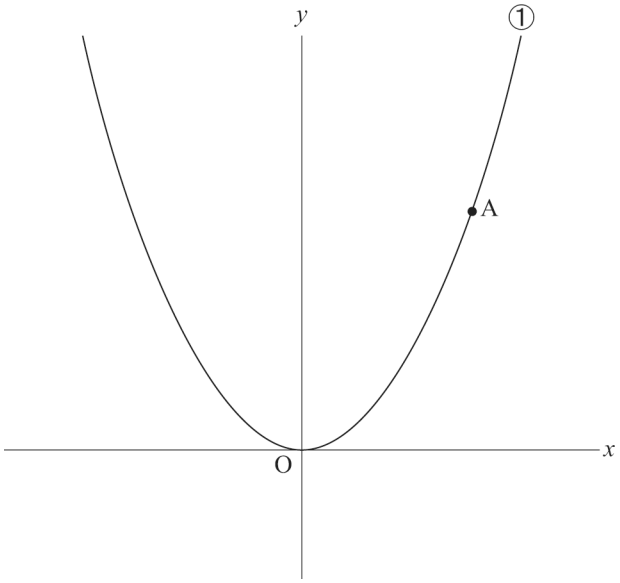
ゆうさん　「A 組の中央値は 7.6 秒だから，A 組に 7.5 秒より速い人は，最も多くて［イ］人と考えられるね。」

春奈さん　「つまり，7.5 秒より速い人は，［ウ］の方が多いと言えるね。」

数-22-公-北海道-問-03

3 下の図のように，関数 $y=ax^2$ (a は正の定数)……① のグラフがあります。①のグラフ上に点 A があり，点 A の x 座標を t とします。点 O は原点とし，$t>0$ とします。

次の問いに答えなさい。



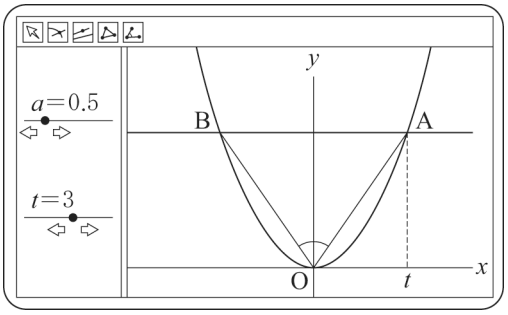
問１ 点 A の座標が (2，12) のとき，a の値を求めなさい。

問２　太郎さんは，コンピュータを使って，**画面**のように，点Aを通り x 軸に平行な直線と①のグラフとの交点をBとし，△OABをかきました。

次に，a と t の値をいろいろな値に変え，∠AOBの大きさを調べたところ，「∠AOB＝90°となる a と t の値の組がある」ということがわかりました。

そこで，太郎さんは，a の値をいくつか決めて，∠AOB＝90°となるときの t の値を，それぞれ計算し，その関係を示した**表**と**予想**をノートにまとめました。

画面



a と t の値をいろいろな値に変化させて，∠AOBの大きさを調べる。

（太郎さんのノート）

表

a	1	2
t	1	X

予想

∠AOB＝90°となるとき，a と t の［Y］は常に一定であり，一定な値は［Z］である。

次の(1)，(2)に答えなさい。

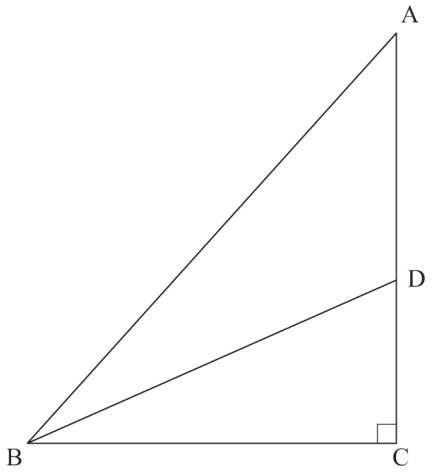
(1)［X］，［Z］に当てはまる数を，それぞれ書きなさい。また，［Y］に当てはまる言葉として正しいものを，次の**ア**～**エ**から1つ選びなさい。

ア　和　　**イ**　差　　**ウ**　積　　**エ**　商

(2) 太郎さんの予想が成り立つことを説明しなさい。

4 下の図のように，∠BCA＝90°の直角三角形 ABC があり，∠ABC の二等分線と辺 AC の交点を D とします。

次の問いに答えなさい。



問１ ∠BAC＝40°のとき，∠ADB の大きさを求めなさい。

問２ 望さんは，辺 AB 上に点 E を，BC＝BE となるようにとり，線分 BD と CE の交点を F としました。さらに，望さんは，それぞれの点の位置を調べ，「4 点 B，C，D，E が 1 つの円周上にある」と予想し，予想が成り立つことを証明するために，次のような見通しを立てています。

（望さんの見通し）

4 点 B，C，D，E が 1 つの円周上にあることを証明するためには，2 点 D，E が直線 BC について同じ側にあるので，∠BEC＝∠ **ア** であればよい。

このことから，△ **イ** と△ **ウ** が相似であることを示したい。

次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) **ア** ～ **ウ** に当てはまる文字を，それぞれ書きなさい。

(2) 望さんの見通しを用いて，予想が成り立つことを証明しなさい。

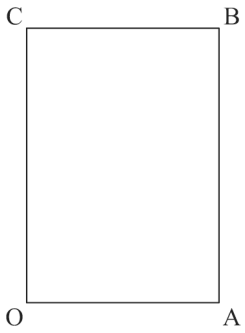
5 次の問いに答えなさい。

問１　**図１**のように，長方形 OABC があり，OA＝4 cm，OC＝$4\sqrt{2}$ cm とします。

次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 対角線 AC の長さを求めなさい。

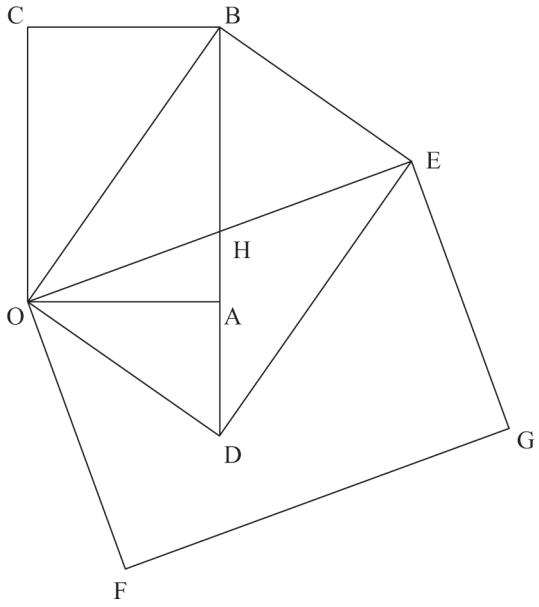
図１



(2) **図２**のように，**図１**の長方形 OABC と，それと相似な 2 つの長方形 ODEB，OFGE があります。長方形 ODEB の対角線 BD，OE の交点を H とするとき，△OAH の面積を求めなさい。

ただし，3 点 B，A，D は一直線上にあることがわかっています。

図２



問２　大小 2 つのさいころを同時に投げるとき，出た目の数の和を n とします。

次の(1)，(2)に答えなさい。

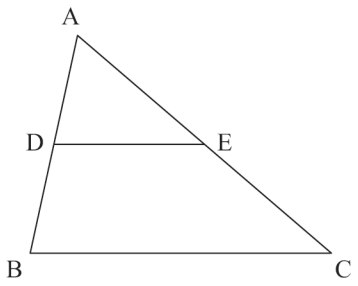
(1) $\sqrt{102n}$ が $a\sqrt{b}$ の形で表すことができるとき，n の値をすべて求めなさい。また，その求め方を説明しなさい。

ただし，a，b は自然数とし，$a>1$ とします。

(2) $\sqrt{102n}$ が $a\sqrt{b}$ の形で表すことができる確率を求めなさい。

ただし，a，b は自然数とし，$a>1$ とします。

Ｒ４　北海道　公立　数学　解答用紙

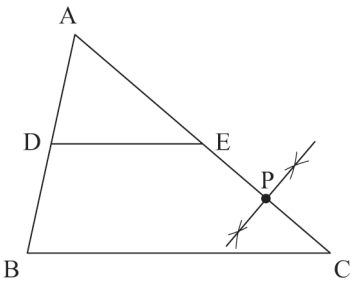
	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-22-公-北海道-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
		問２				
		問３		A(　　,　　)		
		問４		$x=$　　, $y=$		
		問５				
		問６				
数-22-公-北海道-KY-02	2	問１	(1)	秒		
			(2)			
		問２	ア			
			イ			
			ウ			

	問題番号		解　　答				配点	備　　考
数-22-公-北海道-KY-03	3	問１	$a=$					
		問２	(1)	X				
				Y		Z		
			(2)	〔説明〕				

	問題番号		解　　答				配点	備　　考
数−22−公−北海道−KY−04	4	問１	度					
		問２	(1)	ア				
				イ		ウ		
			(2)	〔証明〕				

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-22-公-北海道-KY-05	5	問１	(1)	cm		
			(2)	〔計算〕 (答)　　cm^2		
		問２	(1)	(n の値) $n=$ 〔求め方〕		
			(2)			

Ｒ４　北海道　公立　数学　解答

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-22-公-北海道-K-01	1	問１	(1)	-32	3	
			(2)	22	3	
			(3)	$6\sqrt{5}$	3	
		問２		7	4	
		問３		A(4，0)	4	
		問４		$x=3$，$y=2$	6	・いずれか一方が正答の場合は 3 点とする。
		問５		$x \leqq 10$	4	・$10 \geqq x$ も正答とする。
		問６		(正答例)  	6	
数-22-公-北海道-K-02	2	問１	(1)	8.6　秒	4	
			(2)	イ	4	
		問２	ア	8	8	・ア，イの配点は各 3 点，ウの配点は2点とする。 ・ウは，ア，イがともに正答の場合のみ正答とする。
			イ	7		
			ウ	B 組		

<table>
<tr><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="5">解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="4">数-22-公-北海道-K-03</td><td rowspan="4">3</td><td>問１</td><td colspan="5">$a=3$</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">問２</td><td rowspan="2">(1)</td><td>X</td><td colspan="3">$\frac{1}{2}$</td><td rowspan="2">4</td><td rowspan="2">・Xの配点は 2 点とする。
・Xは 0.5 も正答とする。
・Y，Z は完全解答とし，配点は 2 点とする。なお，Y，Z はXが正答の場合のみ正答とする。</td></tr>
<tr><td>Y</td><td>ウ</td><td>Z</td><td>1</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="5">〔説明〕
(正答例)
△OAB は OA＝OB の直角二等辺三角形である。
また，AB と y 軸の交点を C とすると，
△OAC は CO＝CA の直角二等辺三角形となる。
……①
ここで，点 A$(t,\ at^2)$ より，……②
$at^2=t$ ……③
$t>0$ より，
$at=1$ と表せるので，a と t の積は常に一定であり，
一定な値は 1 である。</td><td>8</td><td>・論理的に正しい場合は正答とする。なお，(1)がすべて正答の場合のみ正答とする。
・①，②が導かれている場合はそれぞれ 2 点とする。
・③まで導かれている場合は 6 点とする。</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="5">解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="3">数-22-公-北海道-T-04</td><td rowspan="3">4</td><td>問１</td><td colspan="5">115　度</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問２</td><td>(1)</td><td>ア</td><td colspan="3">BDC</td><td rowspan="2">4</td><td rowspan="2">・論理的に正しい場合は正答とする。
・アの配点は 2 点とする。
・イ，ウは順不同で完全解答とし，配点は 2 点とする。</td></tr>
<tr><td>イ</td><td>BFE</td><td>ウ</td><td>BCD</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="5">〔証明〕
(正答例)
△BFE と△BCD において，
仮定より，
　∠EBF＝∠DBC　……①
また，△BCE は BC＝BE の二等辺三角形であり，
線分 BF は頂角の二等分線であるから，
　∠BFE＝90°　……②
②と仮定より，
　∠BFE＝∠BCD　……③
①，③より，対応する 2 組の角がそれぞれ等しいので，
　△BFE∽△BCD　……④
よって，対応する角はそれぞれ等しいので，
　∠BEF＝∠BDC　……⑤
したがって，
2 点 D，E が直線 BC について同じ側にあり，
∠BEC＝∠BDC となるので，
4 点 B，C，D，E が 1 つの円周上にある。</td><td>8</td><td>・論理的に正しい場合は正答とする。
・①が導かれている場合は 2 点とする。
・②から③が導かれている場合は 3 点とする。
(②が導かれている場合は 2 点とする。)
・④まで導かれている場合は 6 点とする。
・⑤まで導かれている場合は 7 点とする。</td></tr>
</table>

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-22-公-北海道-K-05	5	問１	(1)	$4\sqrt{3}$ cm	4	
			(2)	〔計算〕 (正答例) △OAB は直角三角形であるから， $OB^2=4^2+(4\sqrt{2})^2=48$ OB＞0 より，$OB=4\sqrt{3}$ OD：OB＝OA：OC より， OD：$4\sqrt{3}=4:4\sqrt{2}$であるから， $OD=2\sqrt{6}$ ……① また，△OBD は直角三角形であるから， $BD^2=(4\sqrt{3})^2+(2\sqrt{6})^2=72$ BD＞0 より，$BD=6\sqrt{2}$ ……② ここで，長方形 ODEB の対角線 OE，BD は， それぞれの中点で交わるから， $BH=\frac{1}{2}BD=3\sqrt{2}$ ……③ また，$AH=AB-BH=\sqrt{2}$ ……④ よって，$\triangle OAH=\frac{1}{2}\times OA\times AH=2\sqrt{2}$ (答)　$2\sqrt{2}$ cm^2	7	・論理的に正しい場合は正答とする。 ・①が導かれている場合は 2 点とする。 ・②まで導かれている場合は 3 点とする。 ・③まで導かれている場合は 4 点とする。 ・④まで導かれている場合は 6 点とする。
		問２	(1)	(n の値) n＝2，3，4，6，8，9，10，12 --- 〔求め方〕 (正答例) 102 を素因数分解すると，102＝2×3×17 ……① $\sqrt{102n}$ が $a\sqrt{b}$の形で表すことができるのは， 102n が整数の 2 乗を因数に含むときである。…② $2\leqq n\leqq 12$ より，n＝2，3，4，6，8，9，10，12	6	・論理的に正しい場合は正答とする。 ・(n の値) が導かれている場合は 2 点とする。 ・①，②が導かれている場合はそれぞれ 2 点とする。 ・②は，$\sqrt{102n}$ が $a\sqrt{b}$の形で表すことができるときの説明が書かれていればよい。
			(2)	$\frac{2}{3}$	2	・既約分数でない場合は 1 点とする。

(注) 正答表に示された事項以外のものについては，学校の判断による。ただし，中問点の配点は，上記の採点基準以外は認めない。

数-22-公-北海道-KS-01

1　【小問集合】

問１　(2) $(-5)^2-9\div3=(-5)\times(-5)-9\div3=25-3=22$

ポイント≫累乗の“効力”に注意！

$-\boxed{5^2}=-5\times5=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

⇒ このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

問２　$a^2+2ab=a(a+2b)=7\times\{7+2\times(-3)\}=7\times(7-6)=7\times1=7$

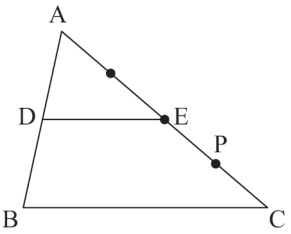
問３　点Ａはx軸上の点だから，y座標は０である。よって，①の式に$y=0$を代入し，$0=-2x+8$

⇒　$x=4$　すなわち，点Ａの座標は，A(4，0)

問６　DE // BC より，平行線と線分の比から，AE : EC＝AD : DB＝1 : 1

図１のように，線分 AC を 4 等分する点を考えると，点 P は線分 EC の中点となる。

図１



数-22-公-北海道-KS-02

2　【データの活用】

問１　(2) **ウ**について，平均値は箱ひげ図からは読み取ることができないことに注意。

ポイント≫四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用

①　四分位数…(1)第２四分位数(中央値)，(2)第１四分位数，(3)第３四分位数，の３つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1)第２四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値

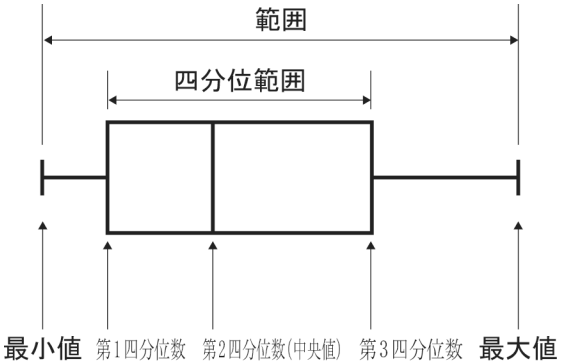
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある２つの数値の平均

(2)第１四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3)第３四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

②　四分位範囲…第３四分位数と第１四分位数の差

③　箱ひげ図…下の図のように，最小値，第１四分位数，第２四分位数(中央値)，第３四分位数，最大値を１つの図にまとめたもの



問２　Ｂ組 15 人の記録の中央値は，記録を速い順に並べたときの８番目の記録で 7.4 秒である。よって，1～8 番目の記録は確実に 7.5 秒より速いから，Ｂ組に 7.5 秒より速い人は，少なくても８人いる。

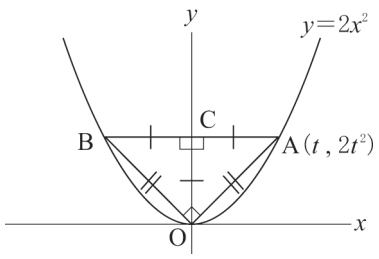
Ａ組 15 人の記録の中央値は，記録を速い順に並べたときの８番目の記録で 7.6 秒である。Ａ組に 7.5 秒より速い可能性がある人は，最も多くて７人いる。

数-22-公-北海道-KS-03

3 【関数のグラフと図形】

問2 (1) **図1**のように，∠AOB＝90°のとき，線分 AB と y 軸の交点を C とすると，AC＝BC，∠ACO＝∠BCO＝90°，CO＝CO より，△ACO≡△BCO だから，AO＝BO
よって，△AOB は直角二等辺三角形であり，それを 2 等分した△ACO も直角二等辺三角形である。したがって，点 A の座標は，A(t, $2t^2$)で，CO＝CA より，$t=2t^2$ ⇒ $t(2t-1)=0$
⇒ $t>0$ より，$t=\dfrac{1}{2}$

図1



数-22-公-北海道-KS-04

4 【平面図形】

問1 ∠ABC＝180°－(∠BAC＋∠ACB)＝180°－(40°＋90°)＝50°
∠ABD＝∠CBD＝50°÷2＝25°
△BCD で，内角と外角の関係より，∠ADB＝∠CBD＋∠BCD＝25°＋90°＝115°

数-22-公-北海道-KS-05

5 【平面図形，確率】

問1 (2) (1)より OB＝AC＝$4\sqrt{3}$cm
長方形 OABC と長方形 ODEB は相似であり，その相似比は OC：OB＝$4\sqrt{2}$：$4\sqrt{3}$＝$\sqrt{2}$：$\sqrt{3}$
よって，OB：OE＝$\sqrt{2}$：$\sqrt{3}$ ⇒ $4\sqrt{3}$：OE＝$\sqrt{2}$：$\sqrt{3}$ ⇒ OE＝$6\sqrt{2}$cm
長方形 ODEB の対角線 OE と BD はそれぞれの中点 H で交わるから，OH＝$\dfrac{1}{2}$OE＝$3\sqrt{2}$(cm)
△OAH において，三平方の定理より，AH＝$\sqrt{OH^2-OA^2}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2-4^2}=\sqrt{2}$(cm)
よって，△OAH＝OA×AH×$\dfrac{1}{2}$＝4×$\sqrt{2}$×$\dfrac{1}{2}$＝$2\sqrt{2}$(cm^2)

問2 (2) (1)より，大小 2 つのさいころの出た目の数の和が 2，3，4，6，8，9，10，12 となればよいので，**図1**の表より，求める確率は，$\dfrac{24}{36}=\dfrac{2}{3}$

図1

大＼小	1	2	3	4	5	6
1	○	○	○		○	
2	○	○		○		○
3	○		○		○	○
4		○		○	○	○
5	○		○	○	○	
6		○	○	○		○

ポイント》確率の求め方

① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④　樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。

例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図

