H31　茨城県　公立　数学　問題

数-19-公-茨城-問-01

1　次の計算をしなさい。

問１　$-7+5$

問２　$(-3)\times 4-(-6)\times 4$

問３　$\frac{2}{3}\div\left(-\frac{8}{3}\right)+\frac{1}{2}$

問４　$4(-x+3y)-5(x+2y)$

問５　$\frac{14}{\sqrt{7}}+\sqrt{3}\times\sqrt{21}$

数-19-公-茨城-問-02

2　次の各問に答えなさい。

問１　$x^2+5x-36$ を因数分解しなさい。

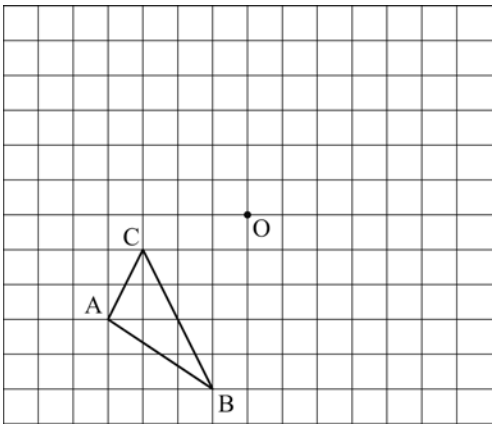
問２　x についての方程式 $3x-4=x-2a$ の解が 5 であるとき，a の値を求めなさい。

問３　2 次方程式 $3x^2+3x-1=0$ を解きなさい。

問４　n を自然数とするとき，$4<\sqrt{n}<10$ をみたす n の値は何個あるか求めなさい。

問５　右の図のように，△ABC がある。

このとき，△ABC を点 O を中心として点対称移動させた図形をかきなさい。

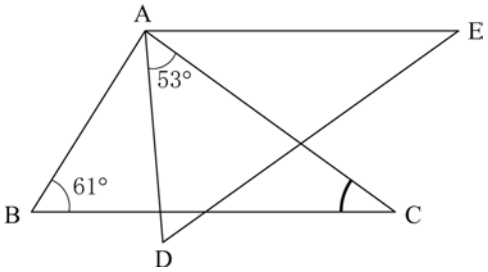


数-19-公-茨城-問-03

3　次の各問に答えなさい。

問１　右の図で，△ABC≡△ADE，AE // BC である。

このとき，∠ACB の大きさを求めなさい。



問２　次の**問題**について考える。

問題

兄と弟が，40 段ある階段の一番下にいる。兄と弟がじゃんけんをして，勝負がつくごとに，兄が勝ったら兄だけが 2 段上がり，弟が勝ったら弟だけが 3 段上がる。勝負が 10 回ついたとき，兄が弟より 5 段下にいた。

このとき，兄と弟の勝った回数をそれぞれ求めなさい。

この**問題**を解くために，兄が勝った回数を x 回，弟が勝った回数を y 回として，次のような連立方程式をつくった。［ア］には当てはまる数を，［イ］には当てはまる式をそれぞれ書きなさい。

$$\begin{cases} x+y=\boxed{\text{ア}} \\ \boxed{\text{イ}}=-5 \end{cases}$$

問３　袋の中に，赤玉 3 個，白玉 2 個が入っている。袋から玉を 1 個取り出し，それを袋にもどして，また 1 個取り出すとき，少なくとも 1 回は赤玉が出る確率を求めなさい。

ただし，袋からどの玉が取り出されることも同様に確からしいとする。

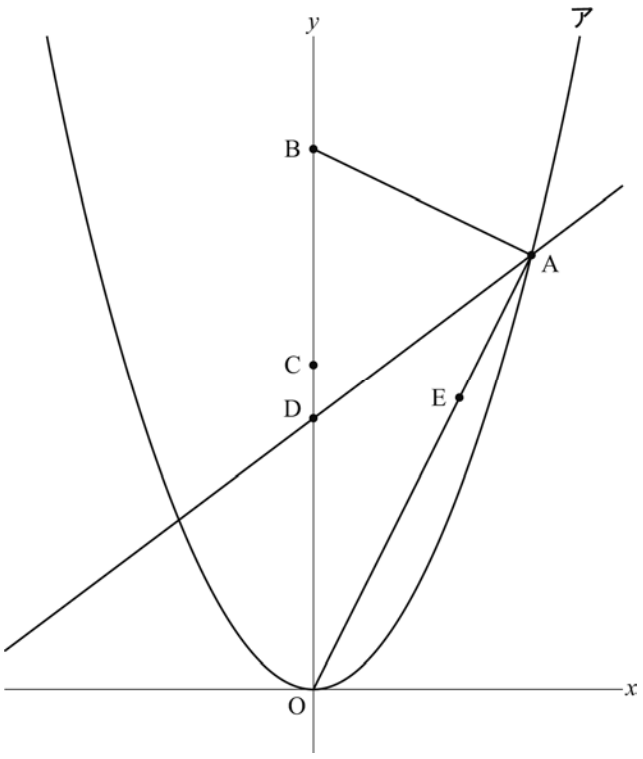
数-19-公-茨城-問-04

4 下の図において，曲線**ア**は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。曲線**ア**上の点で x 座標が 4 である点を A，y 軸上の点で y 座標が 10，6 である点をそれぞれ B，C とし，線分 OB の中点を D とする。また，線分 OA 上に点 E をとる。

このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。ただし，O は原点とする。

問１　2 点 A，D を通る直線の式を求めなさい。

問２　四角形 ABCE の面積が△OAB の面積の$\frac{1}{2}$であるとき，点 E の座標を求めなさい。



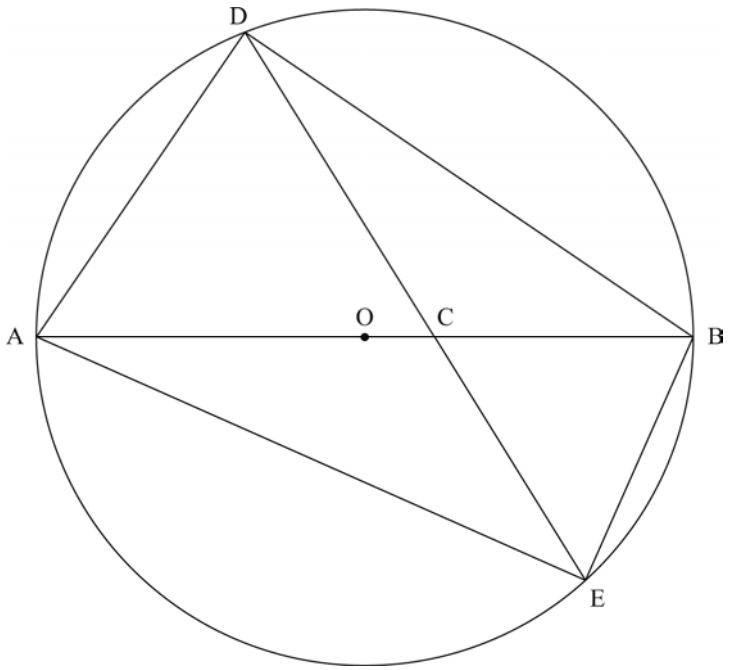
数-19-公-茨城-問-05

5 下の図のように，半径 5 cm の円 O があり，線分 AB は円 O の直径である。線分 AB 上で AC：CB＝3：2 となる点を C とする。円 O の周上に 2 点 A，B と異なる点 D をとり，円 O と直線 CD との交点のうち，点 D と異なる点を E とする。

このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　△ACD∽△ECB であることを証明しなさい。

問２　AB⊥DE のとき，線分 AD の長さを求めなさい。



6 1辺が 40 cm の立方体の水そうと，1つの面だけが赤色に塗られている直方体のおもり P がある。

図１は，おもり P を 2 つ縦に積み上げたものを水そうの底面に固定したものである。**図２**は，**図１**の水そうに一定の割合で水を入れたとき，水を入れ始めてから x 分後の水そうの底面から水面までの高さを y cm として，x と y の関係をグラフに表したものである。**図３**は，おもり P を 2 つ横に並べたものを水そうの底面に固定したものである。

ただし，直方体のおもり P は，赤色に塗られた面が上になるように用いるものとする。水そうの底面と水面は常に平行になっているものとし，水そうの厚さは考えないものとする。

図１

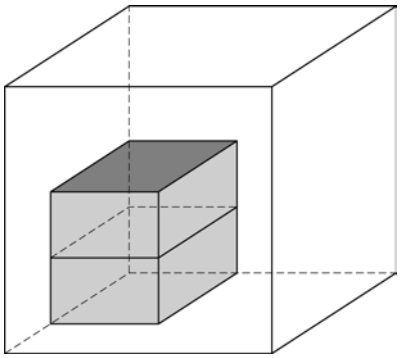


図２

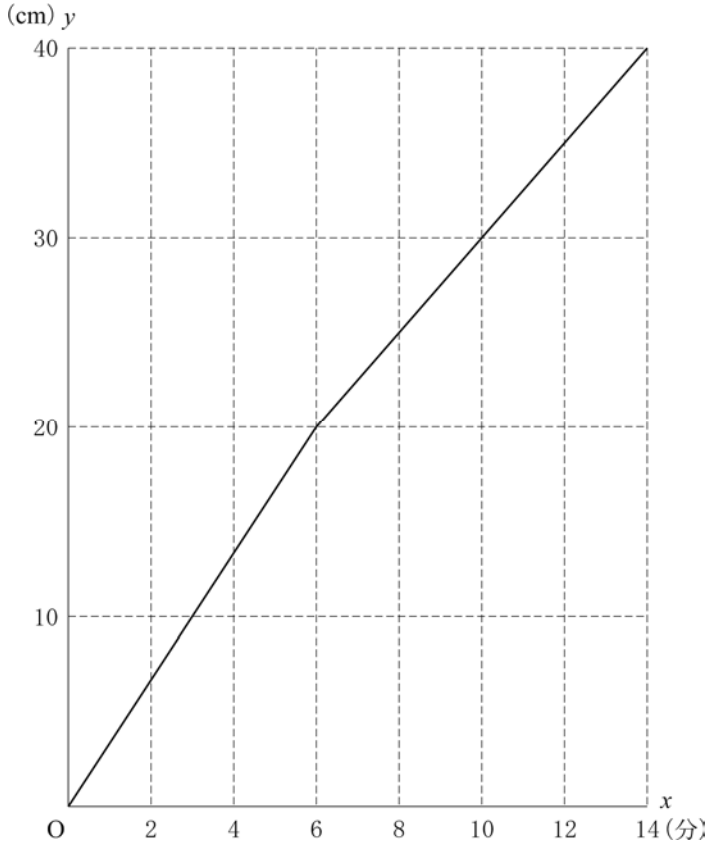
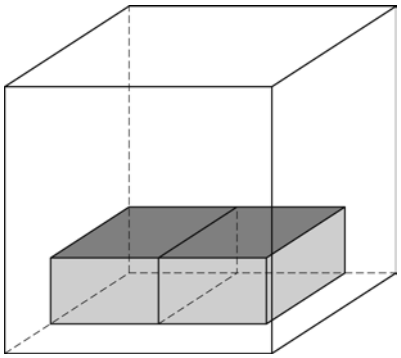


図３



このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　下の文中の［ア］，［イ］に当てはまる数をそれぞれ書きなさい。

> **図２**のグラフにおいて，水を入れ始めて 6 分後から満水になるまでの間に，水そうの底面から水面までの高さは［ア］cm 上がっているので，水そうには，毎分［イ］cm^3 で水を入れていたことがわかる。

問２　**図３**の水そうにおいて，一定の割合で水を入れたところ，水を入れ始めてから 14 分後に満水になった。このとき，水そうの底面から水面までの高さが 8 cm になるのは，水を入れ始めてから何分後か求めなさい。

数-19-公-茨城-問-07

7 ある中学校のバスケットボール部の 1 年生 11 人と 2 年生 15 人が, フリースローを 10 回ずつ行った。下の**表 1** は，1 年生 11 人のボールの入った回数とその人数を表したものであり，**表 2** は，1 年生と 2 年生をあわせた 26 人のボールの入った回数とその人数を表したものである。ただし，x，y にはそれぞれ人数が入る。

表 1

ボールの入った回数(回)	人数(人)
0	0
1	1
2	1
3	1
4	3
5	0
6	2
7	2
8	0
9	1
10	0
合計	11

表 2

ボールの入った回数(回)	人数(人)
0	0
1	1
2	1
3	2
4	4
5	x
6	6
7	3
8	y
9	3
10	0
合計	26

このとき，次の**問 1**，**問 2** に答えなさい。

問 1　**表 1** において，ボールの入った回数の平均値を，小数第 2 位を四捨五入して求めなさい。また，ボールの入った回数の最頻値 (モード) を求めなさい。

問 2　2 年生 15 人について，ボールの入った回数の中央値 (メジアン) が 6 回であるとき，**表 2** の x に当てはまる値をすべて求めなさい。

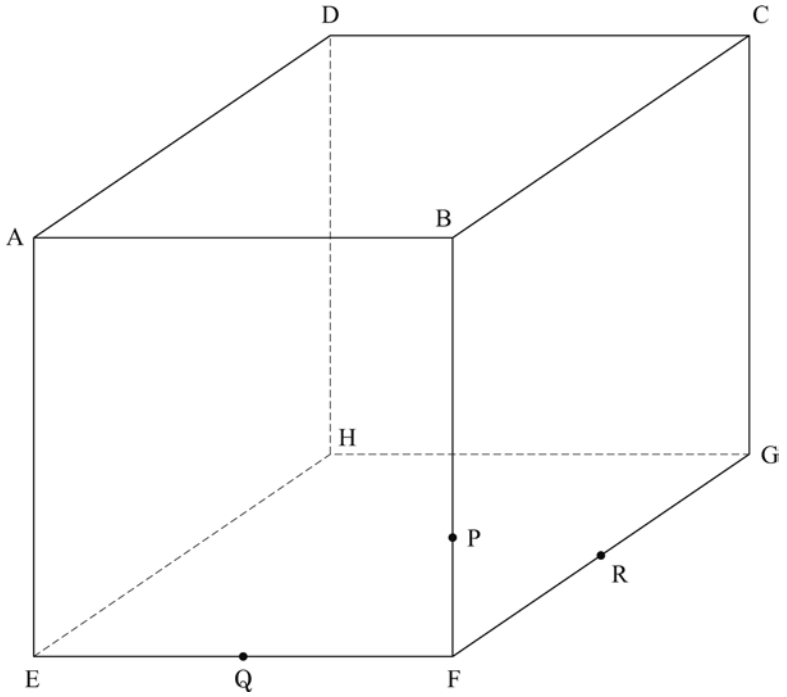
数-19-公-茨城-問-08

8 下の図のように，1 辺の長さが 4 cm の立方体 ABCDEFGH がある。辺 BF 上に点 P をとり，辺 EF，FG の中点をそれぞれ Q，R とする。

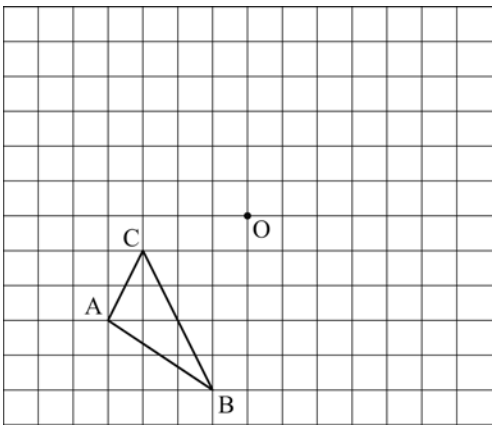
このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

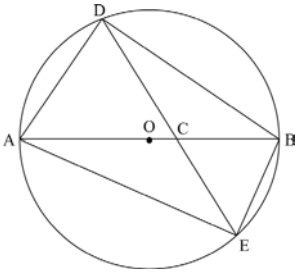
問１　AP＋PG の長さを最も短くしたとき，AP＋PG の長さを求めなさい。

問２　3 点 A，Q，R を通る平面でこの立方体を切ったとき，切り口の図形の面積を求めなさい。

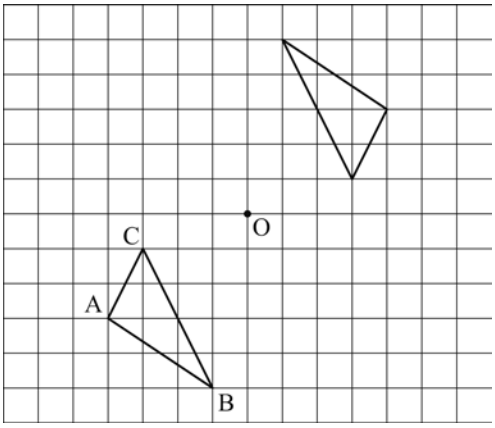


数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−19−公−茨城−KY−01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			
数−19−公−茨城−KY−02	2	問１			
		問２	$a=$		
		問３	$x=$		
		問４	個		
		問５			
数−19−公−茨城−KY−03	3	問１	度		
		問２	ア　　イ		
		問３			
数−19−公−茨城−KY−04	4	問１	$y=$		
		問２	(　　,　　)		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数－19－公－茨城－KY－05	5	問１			
		問２	cm		
数－19－公－茨城－KY－06	6	問１	ア　　イ		
		問２	分後		
数－19－公－茨城－KY－07	7	問１	平均値　　回　　最頻値　　回		
		問２			
数－19－公－茨城－KY－08	8	問１	cm		
		問２	cm^2		

H31　茨城県　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−19−公−茨城−K−01	1	問１	-2	4	
		問２	12	4	
		問３	$\frac{1}{4}$	4	
		問４	$-9x+2y$	4	
		問５	$5\sqrt{7}$	4	
数−19−公−茨城−K−02	2	問１	$(x+9)(x-4)$	4	
		問２	$a=-3$	4	
		問３	$x=\frac{-3\pm\sqrt{21}}{6}$	4	
		問４	83　(個)	4	
		問５		4	・図をかくための線分は，不問とする。
数−19−公−茨城−K−03	3	問１	33　(度)	5	
		問２	ア　10　イ　$2x-3y$	5	
		問３	$\frac{21}{25}$	5	
数−19−公−茨城−K−04	4	問１	$y=\frac{3}{4}x+5$	4	
		問２	$\left(\frac{10}{3},\ \frac{20}{3}\right)$	5	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−19−公−茨城−K−05	5	問１	△ACD と△ECB で, 対頂角だから, ∠ACD＝∠ECB　……① $\overset{\frown}{\mathrm{AE}}$に対する円周角だから, ∠ADC＝∠EBC　……② ①，②から，2 組の角がそれぞれ等しいので, △ACD∽△ECB	4	・証明の仕方が異なっていても，論証の過程が正しければよい。
		問２	$2\sqrt{15}$　(cm)	5	
数−19−公−茨城−K−06	6	問１	ア　20　イ　4000	4	
		問２	$\frac{8}{5}$　(分後)	5	
数−19−公−茨城−K−07	7	問１	(平均値)　4.8　(回)　(最頻値)　4　(回)	4	
		問２	2，3，4，5	5	
数−19−公−茨城−K−08	8	問１	$4\sqrt{5}$　(cm)	4	
		問２	18　(cm^2)	5	

数-19-公-茨城-KS-01

1　問１　$-7+5=-(7-5)=-2$

問２　$(-3)\times4-(-6)\times4=-12+24=12$

問３　$\frac{2}{3}\div\left(-\frac{8}{3}\right)+\frac{1}{2}=-\frac{2}{3}\times\frac{3}{8}+\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=\frac{1}{4}$

問４　$4(-x+3y)-5(x+2y)=-4x+12y-5x-10y=-9x+2y$

問５　$\frac{14}{\sqrt{7}}+\sqrt{3}\times\sqrt{21}=\frac{14\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}+3\sqrt{7}=2\sqrt{7}+3\sqrt{7}=5\sqrt{7}$

数-19-公-茨城-KS-02

2　問１　$x^2+5x-36=x^2+(9-4)x+9\times(-4)=(x+9)(x-4)$

問２　$3x-4=x-2a$ に $x=5$ を代入すると，$15-4=5-2a$　$2a=-6$　$a=-3$

問３　解の公式より，$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}=\frac{-3\pm\sqrt{21}}{6}$

問４　$4<\sqrt{n}<10$……①の各辺を 2 乗すると $16<n<100$ で，この不等式をみたす n の値は $99-16=83$(個)だから，①の不等式をみたす n の値は 83 個である。

問５　点 A，B，C と点 O をそれぞれ結び，直線 OA，OB，OC 上に OA＝OA′，OB＝OB′，OC＝OC′となるような点 A，B，C と異なる点 A′，B′，C′をとる。その 3 点を結んでできた△A′B′C′が求める図形である。

数-19-公-茨城-KS-03

3　問１　辺 AC と辺 DE の交点を F とする。

△ADE≡△ABC より，対応する角は等しいから∠AED＝∠ACB……①，∠ADE＝61°……②

また，AE//BC より，平行線の錯角は等しいから∠EAC＝∠ACB……③

△AEF について，①，③と三角形の外角の性質より，∠AFD＝2∠ACB……④

②，④より，△ADF の内角の和について，$2\angle ACB+53^\circ+61^\circ=180^\circ$　$2\angle ACB=66^\circ$　$\angle ACB=33^\circ$

問２　勝負が 10 回ついたから $x+y=10$……ア

また，兄が勝った回数は x 回だから兄が上がった段数は $2x$ 段で，弟が勝った回数は y 回だから弟が上がった段数は $3y$ 段である。兄は弟より 5 段下にいるから $2x-3y=-5$……イ

問３　2 回の玉の取り出し方は全部で $5\times5=25$(通り)ある。そのうち，取り出した玉が 2 回とも白玉であるのは $2\times2=4$(通り)ある。よって，取り出した玉が 2 回とも白玉である確率は$\frac{4}{25}$　したがって，求める確率は，2 回とも白玉が出ない確率に等しく，$1-\frac{4}{25}=\frac{21}{25}$

数-19-公-茨城-KS-04

4　問１　点 A の x 座標は 4 だから，$y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=4$ を代入すると $y=\frac{1}{2}\times16=8$

よって，2 点 A，D を通る直線の式は $y=\frac{8-5}{4-0}x+5=\frac{3}{4}x+5$ より，$y=\frac{3}{4}x+5$

問２　点 E は線分 OA 上の点だから，点 E の x 座標を t とすると，点 E は直線 $y=2x$ 上の点だから，点 E の座標は$(t,\ 2t)$と表される。四角形 ABCE の面積は△OAB の面積の$\frac{1}{2}$だから，

(四角形 ABCE の面積)＝△OEC　よって，△OAB＝2△OEC　$\frac{1}{2}\times10\times4=2\times\frac{1}{2}\times6\times t$　$t=\frac{10}{3}$

したがって，点 E の座標は$\left(\frac{10}{3},\ \frac{20}{3}\right)$

数-19-公-茨城-KS-05

5 問１　線分の長さについての情報が少ないので，三角形の相似条件のうち，「2 組の角がそれぞれ等しい 2 つの三角形は相似」を利用することを考える。

△ACD と△ECB において，対頂角は等しいから∠ACD＝∠ECB……①

$\overset{\frown}{AE}$に対する円周角は等しいから∠ADC＝∠EBC……②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから△ACD∽△ECB

なお，②の代わりに「$\overset{\frown}{DB}$に対する円周角は等しいから∠DAC＝∠BEC」を示してもよい。

問２　AB＝10cm であることと AC：CB＝3：2 より，AC＝6cm，CB＝4cm

半円の弧に対する円周角は直角だから∠ADB＝90°　△ABD において，三平方の定理より，

$AD^2+BD^2=100$……①　また，AB⊥DE のとき，△ACD，△BDC は直角三角形となるから，△ACD と△BDC において，それぞれ三平方の定理より，

$AD^2-AC^2=CD^2$　$AD^2-36=CD^2$……②，$BD^2-BC^2=CD^2$　$BD^2-16=CD^2$……③

②，③より，$AD^2-36=BD^2-16$　$AD^2-BD^2=20$……④

①＋④より，$2AD^2=120$　$AD^2=60$　AD＞0 だから $AD=2\sqrt{15}$(cm)

数-19-公-茨城-KS-06

6 問１　水を入れ始めて 6 分後から満水になるまでの 14－6＝8(分)の間に，水そうの底面から水面までの高さは 40－20＝20(cm)……(ア)上がっているから，水そうには毎分$(40\times40\times20)\div8=4000(cm^3)$……(イ)で水を入れていたことがわかる。

問２　グラフより，おもり P の高さは 20÷2＝10(cm)＞8cm とわかる。**図１**の水そうでは，水を入れ始めて 6 分後に水面はおもり P の上面と同じ高さの 20cm になる。このとき，入れた水の量は 4000×6＝24000(cm^3)だから，おもり P の 2 個の体積は $40\times40\times20-24000=8000(cm^3)$となる。よって，水そうの底面から水面までの高さが 8cm になるのは，$\left(40\times40\times8-8000\times\frac{8}{10}\right)\div4000=\frac{8}{5}$(分後)

数-19-公-茨城-KS-07

7 問１　ボールの入った回数の平均値は

$$\frac{0\times0+1\times1+2\times1+3\times1+4\times3+5\times0+6\times2+7\times2+8\times0+9\times1+10\times0}{11}=\frac{53}{11}=4.81\cdots$$

より，小数第 2 位を四捨五入して 4.8 回で，最頻値は 4 回である。

問２　2 年生は 15 人いるから，ボールの入った回数が少ないほうから 8 番目の回数が中央値で，その回数が 6 回である。**表１**，**２**より，2 年生で，ボールの入った回数が 3 回，4 回，5 回，6 回，7 回，8 回，9 回だった人は，それぞれ 1 人，1 人，x 人，4 人，1 人，y 人，2 人だから，$x+y+9=15$　$x+y=6$……①　2 年生で，ボールの入った回数が 3 回，4 回，6，7 回だったのは，それぞれ 1 人，1 人，4 人，1 人であることに着目する。ここで，①より，$0\leqq x\leqq6$ だから，$x=0$，1，2，3，4，5，6 のそれぞれの場合について考える。

$x=0$ のとき，$y=6$ で，ボールの入った回数が 6 回以下の人数は 1＋1＋0＋4＝6(人)だから，中央値は 8 回となり不適。

$x=1$ のとき，$y=5$ で，ボールの入った回数が 6 回以下の人数は 1＋1＋1＋4＝7(人)だから，中央値は 7 回となり不適。

$x=2$，3，4，5 のとき，それぞれ $y=7$，6，5，4 で，ボールの入った回数の中央値が 6 回になるから適する。

$x=6$ のとき，$y=1$ で，ボールの入った回数が 5 回以下の人数は 1＋1＋6＝8(人)だから，中央値が 5 回となり不適。

よって，ボールの入った回数の中央値が 6 回であるとき，x に当てはまる値は $x=2$，3，4，5 である。

数-19-公-茨城-KS-08

8 問１　AP＋PG の長さが最も短くなるのは，立方体 ABCDEFGH を面 AEFB と面 BFGC がとなりあうようにしたときの展開図である長方形 AEGC において，点 A と点 G を線分で結んだときである。よって，そのときの線分 AG の長さは，三平方の定理より$\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$(cm)

問２　3 点 A, Q, R を通る平面でこの立方体を切ったときの切り口の図形は台形 AQRC である。△QFR, △ABC, △AEQ において，三平方の定理より $QR=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$(cm)，$AC=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$(cm), $AQ=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$(cm)　点 Q，R から線分 AC に垂線をひき，その交点をそれぞれ I，J とすると $IJ=QR=2\sqrt{2}$cm である。$AI=CJ$ だから，$AI=(4\sqrt{2}-2\sqrt{2})\div 2=\sqrt{2}$(cm)　△AQI において，三平方の定理より $QI=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}=3\sqrt{2}$(cm)であるから，台形 AQRC の面積は

$\frac{1}{2}\times(2\sqrt{2}+4\sqrt{2})\times 3\sqrt{2}=18(\text{cm}^2)$