Ｒ４　茨城県　公立　数学　問題

数-22-公-茨城-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問１　次の(1)～(4)の計算をしなさい。

(1)　$4-(-9)$

(2)　$\sqrt{6}\times\sqrt{3}-\sqrt{8}$

(3)　$6a^3b\times\dfrac{b}{3}\div 2a$

(4)　$\dfrac{x+6y}{3}+\dfrac{3x-4y}{2}$

問２　２次方程式　$(x+3)(x-7)+21=0$　を解きなさい。

数-22-公-茨城-問-02

2　次の問いに答えなさい。

問１　連立方程式 $\begin{cases} ax+by=-11 \\ bx-ay=-8 \end{cases}$ の解が $x=-6$，$y=1$ であるとき，a，b の値を求めなさい。

問２　-3，-2，-1，１，２，３の数が一つずつ書かれた６枚のカードがある。その中から１枚のカードをひき，もとに戻し，再び１枚のカードをひく。１回目にひいたカードに書かれた数を a，２回目にひいたカードに書かれた数を b とする。

このとき，点 $(a,\ b)$ が関数 $y=\dfrac{6}{x}$ のグラフ上にある確率を求めなさい。

ただし，どのカードがひかれることも同様に確からしいとする。

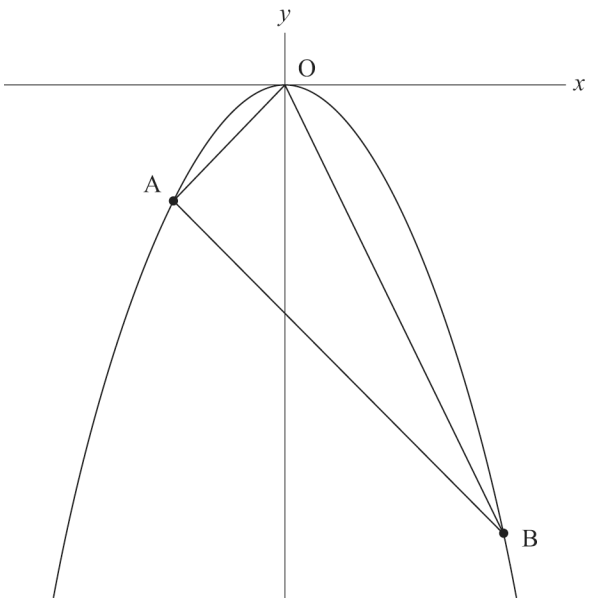
問３　ある洋品店では，ワイシャツを定価の 3 割引きで買うことができる割引券を配布している。割引券 1 枚につきワイシャツ 1 着だけが割引きされる。この割引券を 3 枚使って同じ定価のワイシャツを 5 着買ったところ，代金が 8200 円だった。このとき，ワイシャツ 1 着の定価を求めなさい。

ただし，消費税は考えないものとする。

問４　下の**図**のように関数 $y=-x^2$ のグラフがある。このグラフ上の点で，x 座標が -1 である点を A，x 座標が 2 である点を B とする。このとき，△OAB の面積を求めなさい。

ただし，原点 O から点（1，0）までの距離と原点 O から点（0，1）までの距離は，それぞれ 1 cm とする。

図



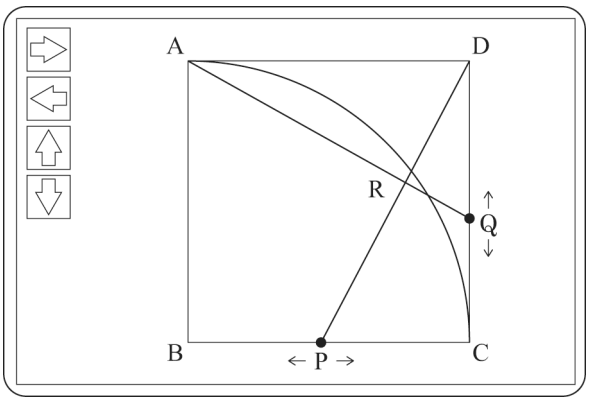
3 コンピュータの画面に，正方形 ABCD と，頂点 B を中心とし，BA を半径とする円の一部分が表示されている。点 P は 2 点 B，C を除いた辺 BC 上を，点 Q は 2 点 C，D を除いた辺 CD 上を，それぞれ動かすことができる。太郎さんと花子さんは，点 P，Q を動かしながら，図形の性質や関係について調べている。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。

問１　右の**図１**のように，線分 AQ と線分 DP の交点を R とする。∠PDC＝∠QAD であるとき，△DPC∽△DQR であることに太郎さんは気づき，下のように証明した。

［　***a***　］～［　***c***　］に当てはまるものを，［　　］の選択肢の中からそれぞれ一つ選んで，その記号を書きなさい。

図１



〔証明〕　△DPC と△AQD において，

仮定から，　∠PDC＝∠QAD　…①

四角形 ABCD は正方形だから，

DC＝AD　…②

∠DCP＝∠ADQ＝90°　…③

①，②，③より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△DPC≡△AQD　…④

また，△DPC と△DQR において，

④より，合同な図形の対応する角は等しいので，

∠DPC＝∠［　***a***　］　…⑤

また，共通な角だから，

∠PDC＝∠［　***b***　］　…⑥

⑤，⑥より，［　　***c***　　］ので，

△DPC∽△DQR

a，***b*** の選択肢

ア	DQR	**イ**	QRD
ウ	QDR	**エ**	DCP
オ	ADP	**カ**	RAD

c の選択肢

ア　3 組の辺の比がすべて等しい

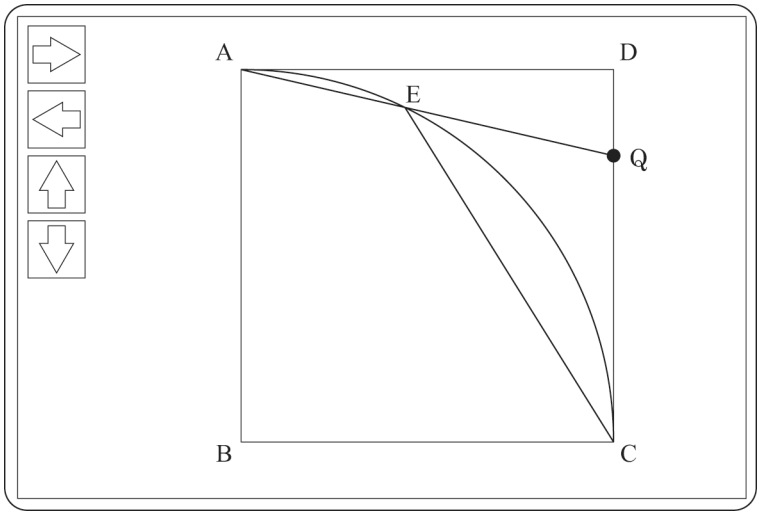
イ　3 組の辺がそれぞれ等しい

ウ　2 組の辺の比が等しく，その間の角が等しい

エ　2 組の角がそれぞれ等しい

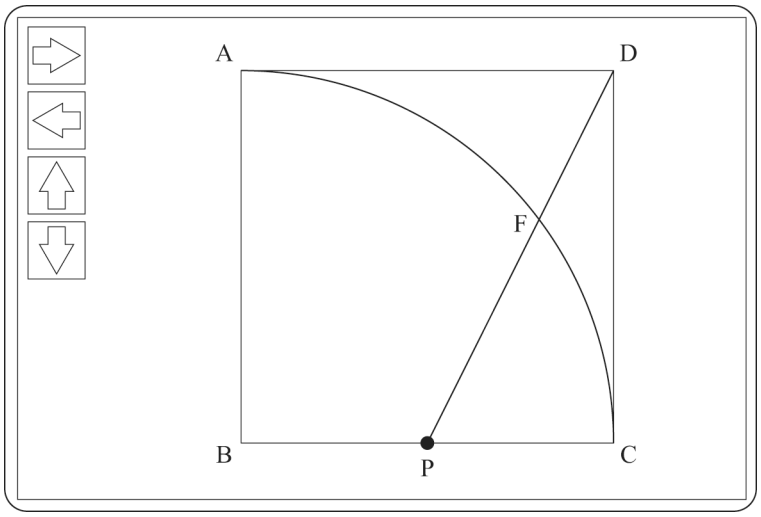
問２　下の**図２**のように，線分 AQ と弧 AC との交点を E とすると，点 Q を動かしても∠AEC の大きさは一定であることに花子さんは気がついた。∠AEC の大きさを求めなさい。

図２



問３　下の**図３**のように，点 P を辺 BC の中点となるように動かし，線分 PD と弧 AC との交点を F とする。正方形 ABCD の 1 辺の長さを 10 cm とするとき，線分 PF の長さを求めなさい。

図３



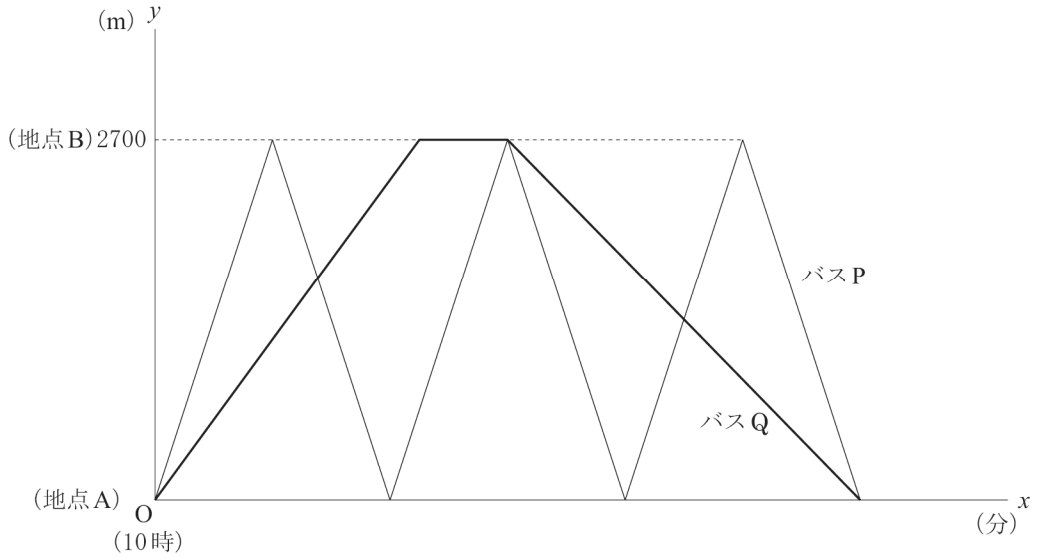
4 S 町では，2700m 離れた 2 地点 A，B 間で，2 台の無人自動運転バス P，Q の導入実験を行った。下の**表**は，バス P，Q の走行の規則についてまとめたものである。また，下の**図**は，地点 A を出発してから x 分後の地点 A からの距離を y m として，x と y の関係をグラフに表したものである。

ただし，2 地点 A，B を結ぶ道路は直線とする。

表

バス P	午前 10 時に地点 A を出発し，実験を終了するまで一定の速さで走行する。 2 地点 A，B 間を片道 9 分で 3 往復する。 バス Q と同時に地点 A に戻り，実験を終了する。
バス Q	午前 10 時に地点 A を出発し，地点 B まで一定の速さで走行する。 地点 B に到着後，7 分間停車し，その間に速さの設定を変更する。 バス P と同時に地点 B を出発し，地点 A まで一定の速さで走行する。 バス P と同時に地点 A に戻り，実験を終了する。

図



このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１

(1) バス P が 2 回目に地点 B に到着した時刻を求めなさい。

(2) バス Q の，地点 B に到着するまでの速さは分速何 m か求めなさい。

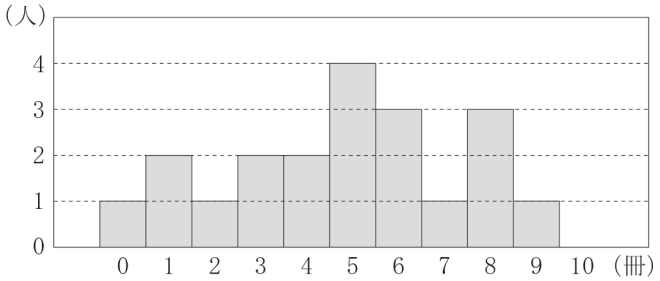
問２ 2 地点 A，B を結ぶ道路上に地点 C がある。地点 C を，地点 A に向かうバス Q が通過した 8 分後に，地点 A に向かうバス P が通過した。地点 C は地点 B から何 m のところにあるか求めなさい。

数-22-公-茨城-問-05

5 A 組，B 組，C 組の生徒について，6 月の 1 か月間に図書館から借りた本の冊数を調査した。このとき，次の**問 1**，**問 2** に答えなさい。

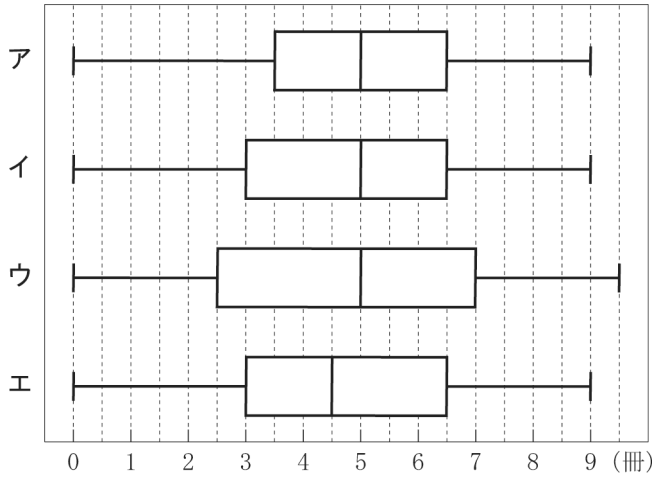
問 1　下の**図 1** は，A 組 20 人について，それぞれの生徒が借りた本の冊数をまとめたものである。

図 1



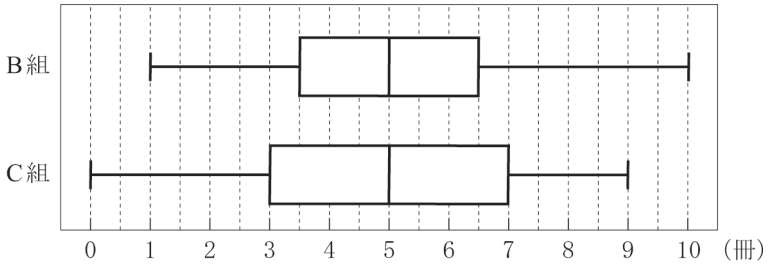
(1) 本の冊数の平均値を求めなさい。

(2) **図 1** に対応する箱ひげ図を，次の**ア**～**エ**の中から一つ選んで，その記号を書きなさい。



問２　下の**図２**は，B 組 20 人と C 組 20 人について，それぞれの生徒が借りた本の冊数のデータを箱ひげ図に表したものである。これらの箱ひげ図から読み取れることとして，下の①～④は正しいといえるか。「**ア**　正しいといえる」，「**イ**　正しいといえない」，「**ウ**　これらの箱ひげ図からはわからない」の中からそれぞれ一つ選んで，その記号を書きなさい。

図２



①　B 組と C 組の四分位範囲を比べると B 組の方が大きい。

②　B 組と C 組の中央値は同じである。

③　B 組も C 組も，3 冊以下の生徒が 5 人以上いる。

④　B 組と C 組の平均値は同じである。

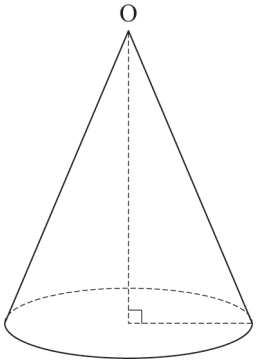
数-22-公-茨城-問-06

6　右の**図１**のような，底面の半径が 2 cm，母線の長さが 6 cm，高さが $4\sqrt{2}$ cm，頂点が O の円すいがある。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。

ただし，円周率は π とする。

図１



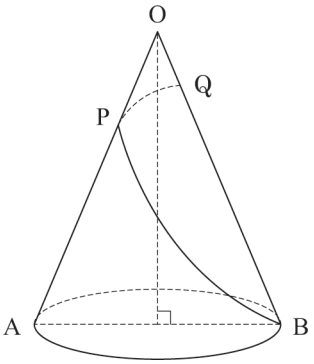
問１　この円すいの体積を求めなさい。

問２　この円すいの表面積を求めなさい。

問３　下の**図２**のように，この円すいにおける底面の直径の一つを AB とする。点 P は線分 OA 上の点で OP＝2 cm であり，点 Q は線分 OB 上を動く点である。点 B から点 P を通るようにして点 Q までひもをかける。ひもの長さが最短となるように点 Q をとるとき，そのひもの長さを求めなさい。

ただし，ひもの太さや伸び縮みは考えないものとする。

図２



Ｒ４　茨城県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-22-公-茨城-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２	$x=$			
数-22-公-茨城-KY-02	2	問１	$a=$　　，$b=$			
		問２				
		問３	円			
		問４	cm^2			
数-22-公-茨城-KY-03	3	問１	***a***	***b***	***c***	
		問２	度			
		問３	cm			
数-22-公-茨城-KY-04	4	問１	(1)	午前　　時　　分		
			(2)	分速　　m		
		問２	m			
数-22-公-茨城-KY-05	5	問１	(1)	冊		
			(2)			
		問２	①	②　　③　　④		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-茨城-KY-06	6	問１	cm^3		
		問２	cm^2		
		問３	cm		

Ｒ４　茨城県　公立　数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-22-公-茨城-Ａ-01	1	問１	(1)	13	4	
			(2)	$\sqrt{2}$	4	
			(3)	a^2b^2　(b^2a^2)	4	
			(4)	$\frac{11}{6}x$　$\left(\frac{11x}{6}\right)$	4	
		問２		$(x=)$ 0，4	4	・2つの解を過不足なく書いていれば，書き方や順序は問わない。
数-22-公-茨城-Ａ-02	2	問１		$(a=)$ 2　(，$b=)$ 1	5	・両方できて正答とする。
		問２		$\frac{1}{9}$	5	
		問３		2000　(円)	5	・「円」を記入しても可とする。
		問４		3　(cm^2)	5	・「cm^2」を記入しても可とする。
数-22-公-茨城-Ａ-03	3	問１	***a***	ア　***b***　ウ　***c***　エ	4	・***a***～***c*** がすべてできて正答とする。
		問２		135　(度)	5	・「度」「°」を記入しても可とする。
		問３		$3\sqrt{5}$　(cm)	6	・「cm」を記入しても可とする。
数-22-公-茨城-Ａ-04	4	問１	(1)	(午前)　10　(時)　27　(分)	4	・「時」「分」を記入しても可とする。
			(2)	(分速)　135　(m)	5	・「m」を記入しても可とする。
		問２		1500　(m)	6	・「m」を記入しても可とする。
数-22-公-茨城-Ａ-05	5	問１	(1)	4.8　$\left(\frac{24}{5}\right)$　(冊)	4	・「冊」を記入しても可とする。
			(2)	イ	5	
		問２	①	イ　②　ア　③　ア　④　ウ	6	・①～④がすべてできて正答とする。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-茨城-木-06	6	問１	$\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$　$\left(\frac{16}{3}\sqrt{2}\,\pi\quad\frac{16\sqrt{2}\,\pi}{3}\right)$　(cm^3)	4	・「cm^3」を記入しても可とする。
		問２	16π　(cm^2)	5	・「cm^2」を記入しても可とする。
		問３	$2\sqrt{7}+\sqrt{3}$　$(\sqrt{3}+2\sqrt{7})$　(cm)	6	・「cm」を記入しても可とする。

（注意）採点上の留意点に別解や許容範囲について記載がない場合は，標準解答のみを正答とする。

数-22-公-茨城-KS-01

1　【計算分野】

問１　(2) $\sqrt{6}\times\sqrt{3}-\sqrt{8}=\sqrt{2\times3}\times\sqrt{3}-\sqrt{2^2\times2}=3\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}$

問２　$ax^2+bx+c=0$ の形に整理してから，左辺を因数分解する。

$(x+3)(x-7)+21=0 \Rightarrow x^2-4x-21+21=0 \Rightarrow x^2-4x=0 \Rightarrow x(x-4)=0 \Rightarrow x=0,\ 4$

数-22-公-茨城-KS-02

2　【小問集合】

問１　連立方程式 $\begin{cases} ax+by=-11 \\ bx-ay=-8 \end{cases}$ に $x=-6$，$y=1$ を代入すると，$\begin{cases} -6a+b=-11 \\ -6b-a=-8 \end{cases}$

これを解く。

問２　6 枚のカードから 1 枚のカードをひき，もとに戻してから再び 1 枚のカードをひくので，カードのひき方は全部で $6\times6=36$(通り)ある。

$y=\dfrac{6}{x}$ より $xy=6$ だから，a と b の積が 6 となる場合を考えればよい。

$ab=6$ となるのは，$(a,\ b)=(-3,\ -2)$，$(-2,\ -3)$，$(2,\ 3)$，$(3,\ 2)$の 4 通り。

したがって，求める確率は，$\dfrac{4}{36}=\dfrac{1}{9}$

問３　ワイシャツ 1 着の定価を x 円とすると，3 割引きのワイシャツ 1 枚の値段は，$x\times\left(1-\dfrac{3}{10}\right)=\dfrac{7}{10}x$(円)

割引券を 3 枚使うから，5 着のうち，2 着は定価，3 着は 3 割引きで買うことになる。代金の関係について方程式をつくると，$x\times2+\dfrac{7}{10}x\times3=8200$

これを解くと，$x=2000$

この解は問題にあっている。

問４　直線 AB と y 軸との交点を C として，△OAB＝△OCA＋△OCB から，△OAB の面積を求めればよい。

点 A，B の座標は，$y=-x^2$ に $x=-1$，$x=2$ をそれぞれ代入して求めると，A$(-1,\ -1)$，B$(2,\ -4)$

直線 AB を $y=ax+b$ とおくと，傾き a は，$\dfrac{-4-(-1)}{2-(-1)}=\dfrac{-3}{3}=-1$

$y=-x+b$ に $x=-1$，$y=-1$ を代入すると，$b=-2$

よって，直線 AB の式は $y=-x-2$ だから，C$(0,\ -2)$

したがって，△OAB の面積は，$\dfrac{1}{2}\times2\times1+\dfrac{1}{2}\times2\times2=3(\text{cm}^2)$

ポイント》直線の式の求め方

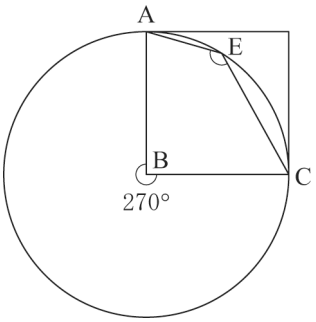
①　$y=ax+b$ とおく。

②　その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「$(x,\ y)$：対応する x，y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

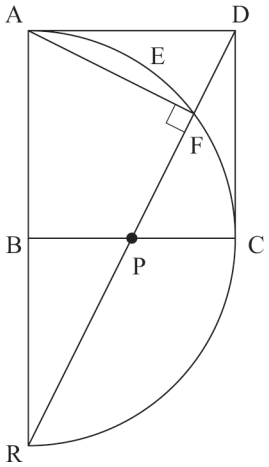
数-22-公-茨城-KS-03

3 【平面図形】

問２　∠AEC は，頂点 B を中心とする半径 BA の円で，点 E をふくまない$\overset{\frown}{AC}$に対する円周角と考えられる。
点 E をふくまない$\overset{\frown}{AC}$の中心角は 360°－90°＝270°で，
その円周角だから，$\angle AEC=\frac{1}{2}\times 270°=135°$



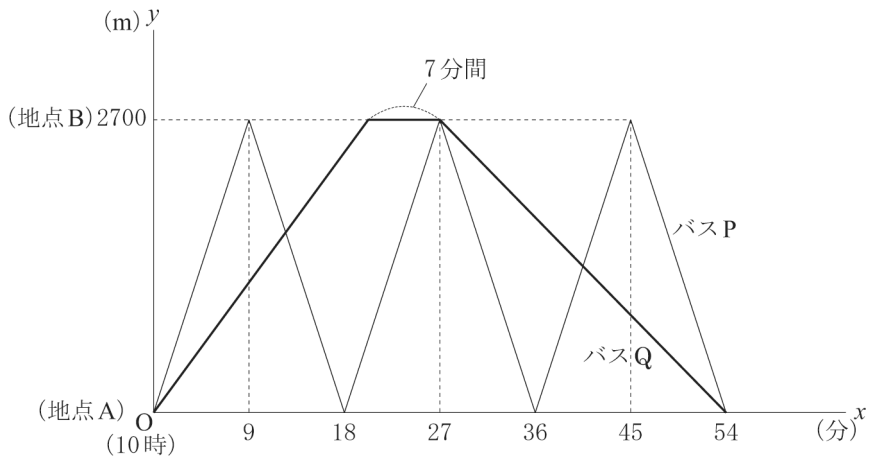
問３　右の図のように，AB，DP をそれぞれ延長させた交点を R とする。
点 P は辺 BC の中点だから，BP : AD＝1 : 2
△RDA で，BP // AD だから，RB : RA＝BP : AD＝1 : 2 より，B は AR の中点となる。
よって，∠AFR は直径 AR に対する円周角だから，∠AFR＝90°
したがって，△ARD，△FRA，△FAD は，それぞれ相似な三角形だから，
DF : AF＝AF : RF＝DA : RA＝1 : 2 より，DF : RF＝1 : 4
また，DP : PR＝1 : 1 だから，DF : RF＝2 : 8，DP : PR＝5 : 5 と考えると，DF : FP＝2 : (8－5)＝2 : 3
ここで，△DPC で，三平方の定理より，$DP=\sqrt{5^2+10^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$(cm)
したがって，$PF=\frac{3}{2+3}DP=\frac{3}{5}\times 5\sqrt{5}=3\sqrt{5}$(cm)



数-22-公-茨城-KS-04

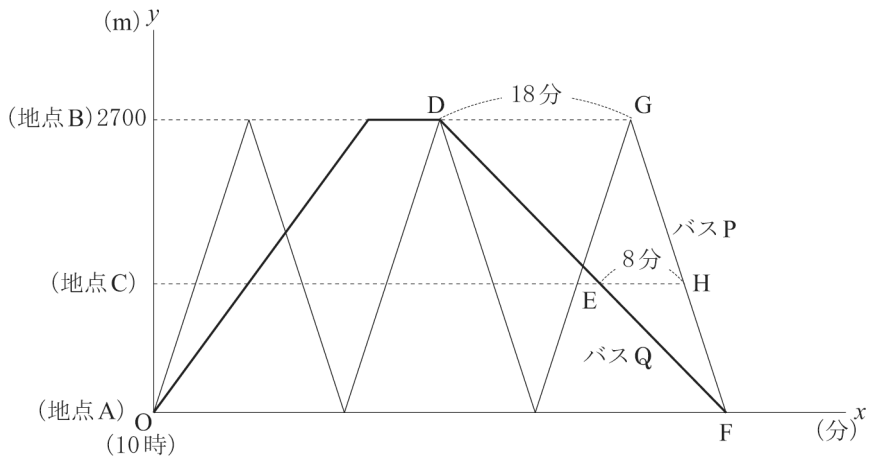
4 【一次関数の利用】

問１　(2)



バス Q が，地点 B に到着するのは，バス P が 2 回目に地点 B を出発する 7 分前だから，27－7＝20 より，午前 10 時 20 分。20 分間で 2700m 進むから，その速さは，$\frac{2700}{20}=135$ より，分速 135m

問２　グラフから三角形を見つけ，平行線と線分の比を利用する。



上の図のように，バス Q が地点 B を出発したときを D，地点 C を通過するときを E，地点 A に戻ったときを F，バス P が 3 回目に地点 B を出発したときを G，地点 C を通過するときを H とする。
EH＝8，GD＝18，DG // EH より，FE : FD＝EH : DG＝8 : 18＝4 : 9

FE : FD は(地点 A, C 間) : (地点 A, B 間)と等しいから，地点 A, C 間の道のりは，$2700\times\frac{4}{9}=1200$(m)

したがって，地点 B から，2700－1200＝1500(m)
次のように求めることもできる。
バス Q が点 C を通過する時刻を午前 10 時 t 分とすると，$27\leqq x\leqq 54$ におけるバス Q の式
$y=-100x+5400$ と，$45\leqq x\leqq 54$ におけるバス P の式 $y=-300x+16200$ から，
$-100t+5400=-300(t+8)+16200$　これを解いて，$t=42$
$y=-100x+5400$ に $x=42$ を代入すると，$y=-4200+5400=1200$
したがって，2700－1200＝1500(m)

数-22-公-茨城-KS-05

5　【データの活用】

問１　(1) 借りた本の合計は，
0×1＋1×2＋2×1＋3×2＋4×2＋5×4＋6×3＋7×1＋8×3＋9×1＝96(冊)
よって，平均値は，$\frac{96}{20}=4.8$(冊)

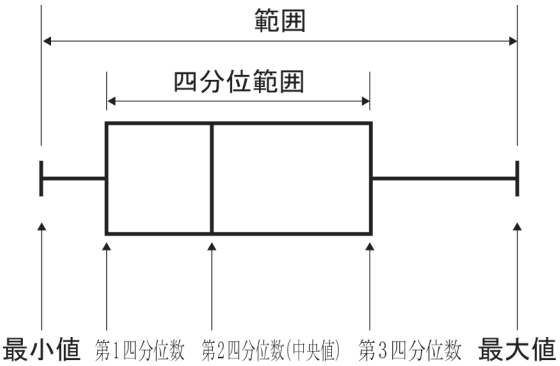
(2) 借りた本の冊数が少ない順に並べ，四分位数を書き入れると，

0	1	1	2	3	3	4	4	5	5	5	5	6	6	6	7	8	8	8	9
↑					↑					↑					↑				↑
最小値					第1四分位数					第2四分位数					第3四分位数				最大値
					3					5					6.5				

このデータを正しく表している箱ひげ図は，**イ**

ポイント》四分位数と箱ひげ図
⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用
①　四分位数…(1)第 2 四分位数(中央値)，(2)第 1 四分位数，(3)第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。
(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均
(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値
(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値
②　四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

③　箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



問２　①　四分位範囲は，B 組…6.5－3.5＝3(冊)　C 組…7－3＝4(冊)　⇒C 組の方が大きい。

②　B 組，C 組ともに，中央値は 5 冊で同じである。

③　B 組，C 組ともに 20 人で，第 1 四分位数が 3 冊，3.5 冊だから，3 冊以下の生徒は 5 人以上いる。

④　この箱ひげ図からは，平均値は読み取れない。

数-22-公-茨城-KS-06

6　【空間図形】

問２　円すいの側面の展開図はおうぎ形になる。

おうぎ形の弧の長さは，中心角の大きさを $x°$ とすると，$2\times\pi\times6\times\frac{x}{360}=\frac{\pi}{30}x$(cm)と表せる。また，円すいの底面の円の円周は，$2\times\pi\times2=4\pi$(cm)であり，おうぎ形の弧の長さと等しいから，

$\frac{\pi}{30}x=4\pi \quad\Rightarrow\quad x=120°$

したがって，表面積は，$\pi\times6^2\times\frac{120}{360}+\pi\times2^2=16\pi(\text{cm}^2)$

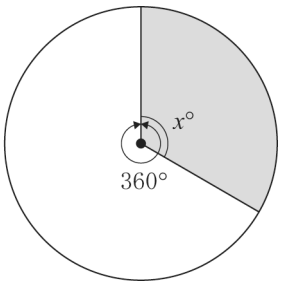
ポイント》おうぎ形のまとめ

「おうぎ形は円の一部分である」ということがポイント！

(おうぎ形の面積)＝(円の面積) $\times\ \frac{x}{360}$

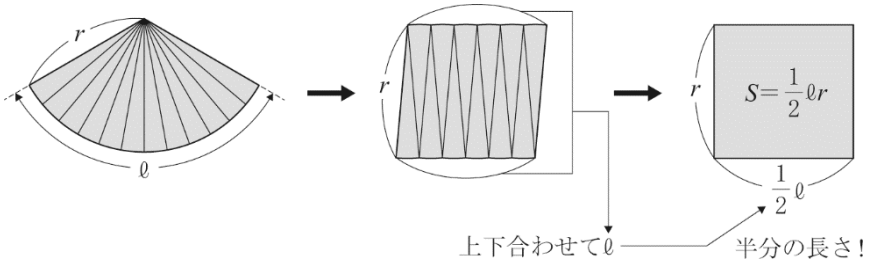
(おうぎ形の弧の長さ)＝(円周) $\times\ \frac{x}{360}$

←「一部分」……「1 周 360°のうち，何度分か」を表す割合！



また，おうぎ形の面積には次のような公式もある。

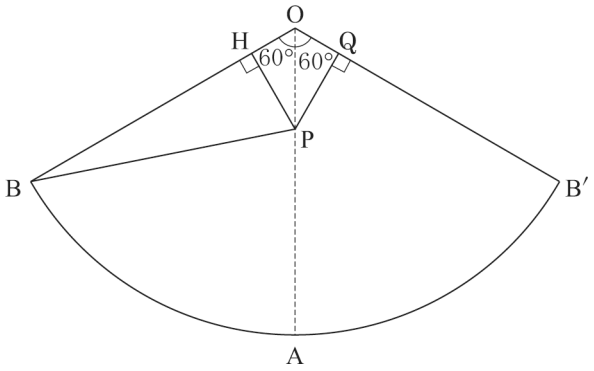
おうぎ形の面積を S，弧の長さを ℓ，おうぎ形の半径を r とすると，$S=\frac{1}{2}\ell r$



問３　右の図は円すいの側面の展開図で，B′は組み立てたとき B と重なる点である。
ひもの長さが最短となるように点 Q をとったとき，OB′⊥PQ となることに注意する。
問２より，∠BOB′＝120°で，OA は∠BOB′を 2 等分するから，∠BOA＝∠B′OA＝60°
点 P から OB に垂線 PH をひくと，△OHP は 30°，60°，90°の直角三角形だから，

$OH=\frac{1}{2}OP=1$(cm)より，

$PH=\sqrt{3}OH=\sqrt{3}$(cm)



△PHB で，三平方の定理より，$PB=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(6-1)^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$(cm)
△OPH≡△OQP なので，PQ＝PH＝$\sqrt{3}$(cm)
したがって，求めるひもの長さは，$BP+PQ=2\sqrt{7}+\sqrt{3}$(cm)