Ｒ３　高知県（Ａ）　公立　数学　問題

数-21-公-高知（Ａ）-問-01

1　次の**問１**～**問８**に答えなさい。

問１　次の(1)～(4)を計算せよ。

(1)　$2-(-5)-9$

(2)　$\dfrac{3x-y}{4}-\dfrac{x+2y}{3}$

(3)　$a^2b\times(-3b)\div 6ab^2$

(4)　$\dfrac{12}{\sqrt{2}}-\sqrt{32}$

問２　50 本の鉛筆を，7 人の生徒に 1 人 a 本ずつ配ると，b 本余った。このとき，b を a の式で表せ。

問３　a は正の数とする。次の文字式のうち，式の値が a の値よりも小さくなる文字式はどれか。次の**ア**～**エ**から**すべて**選び，その記号を書け。

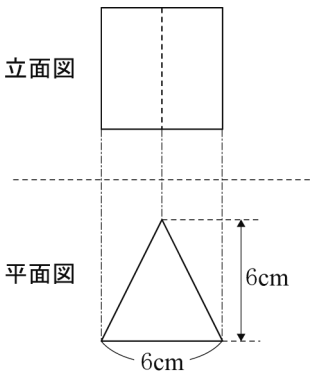
ア　$a+\left(-\dfrac{1}{2}\right)$　　**イ**　$a-\left(-\dfrac{1}{2}\right)$　　**ウ**　$a\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)$　　**エ**　$a\div\left(-\dfrac{1}{2}\right)$

問４　2 次方程式 $(x-4)(x+2)=3x-2$ を解け。

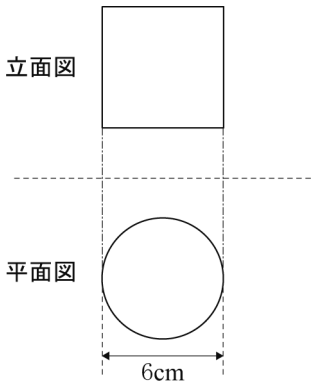
問５　関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $-2\leqq x\leqq -1$ のとき，y の変域は $3\leqq y\leqq 12$ である。このときの a の値を求めよ。

問６　次の図は，高さがすべて等しい立体の投影図である。次の投影図で表された**ア**～**ウ**の立体を，体積の小さいものから順に並べ，その記号を書け。

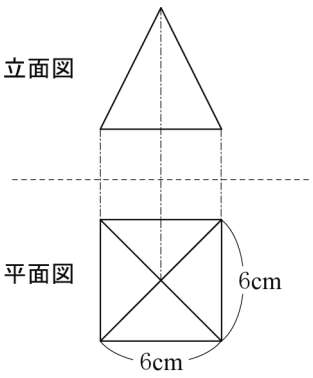
ア



イ

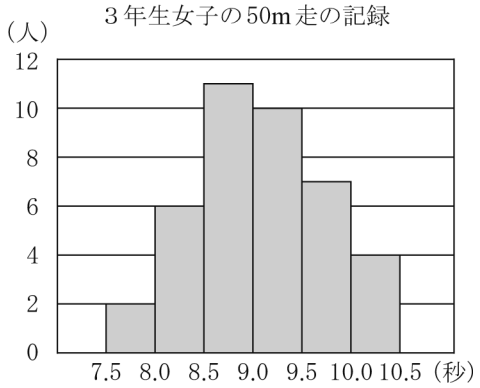


ウ

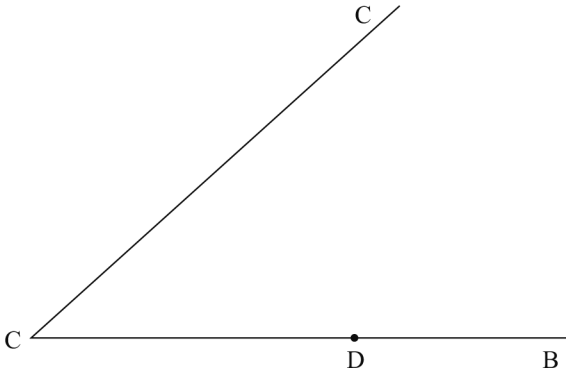


問７　右のグラフは，ある中学校の 3 年生女子 40 人について，50 m 走の記録をヒストグラムで表したものである。このヒストグラムでは，例えば，50 m 走の記録が 8.0 秒以上 8.5 秒未満の女子が 6 人いることがわかる。

　このヒストグラムにおいて，中央値を含む階級の相対度数を求めよ。



問８　下の図のように，2 つの半直線 AB，AC があり，半直線 AB 上に点 D をとる。2 つの半直線 AB，AC の両方に接する円のうち，点 D で半直線 AB と接する円の中心 P を，定規とコンパスを使い，作図によって求めよ。ただし，定規は直線をひくときに使い，長さを測ったり角度を利用したりしないこととする。なお，作図に使った線は消さずに残しておくこと。



2 ひかるさんたちの学級では，数学の授業で次の〔**問題**〕に取り組んだ。下の【ひかるさんのつくった方程式】と【まことさんのつくった方程式】は，ひかるさんとまことさんがこの問題を正しく解くためにつくった方程式である。【ひかるさんのつくった方程式】の中の［**あ**］と【まことさんのつくった方程式】の中の［**う**］には，x と y を使った文字式がそれぞれ入る。また，【ひかるさんのつくった方程式】の中の［**い**］と【まことさんのつくった方程式】の中の［**い**］には，同じ数字が入る。このことについて，下の**問１**～**問３**に答えなさい。

〔**問題**〕

地点 A から 4200 m 離れた地点 B まで行くのに，地点 A から途中の地点 P までは自転車を使って，分速 240 m の速さで進んだ。地点 P で自転車をおりて，分速 75 m の速さで歩いて地点 B に到着した。地点 A から地点 B まで移動するのにかかった時間は 23 分であった。このとき，地点 A から地点 P までの道のりとかかった時間，地点 P から地点 B までの道のりとかかった時間を，それぞれ求めよ。

【ひかるさんのつくった方程式】

$$\begin{cases} \boxed{\text{あ}}=23 \\ 240x+75y=\boxed{\text{い}} \end{cases}$$

【まことさんのつくった方程式】

$$\begin{cases} x+y=\boxed{\text{い}} \\ \boxed{\text{う}}=23 \end{cases}$$

問１　【ひかるさんのつくった方程式】の中の x が表しているものとして適切なものを，次の**ア**～**エ**から**１つ**選び，その記号を書け。

ア　地点 A から地点 P までの道のり
イ　地点 P から地点 B までの道のり
ウ　地点 A から地点 P まで移動するのにかかった時間
エ　地点 P から地点 B まで移動するのにかかった時間

問２　【ひかるさんのつくった方程式】の中の［**あ**］に当てはまる文字式と，［**い**］に当てはまる数字を，それぞれ書け。

問３　【まことさんのつくった方程式】の中の［**う**］に当てはまる文字式として適切なものを，次の**ア**～**エ**から**１つ**選び，その記号を書け。

ア　$240x+75y$　　**イ**　$\dfrac{x}{240}+\dfrac{y}{75}$　　**ウ**　$\dfrac{240}{x}+\dfrac{75}{y}$　　**エ**　$\dfrac{240}{x}+\dfrac{y}{75}$

3 下の**図１**のように，１辺が 5 cm の正方形 ABCD と，EG＝15cm，∠EGF＝90°の直角二等辺三角形 EFG がある。辺 BC と辺 FG は直線ℓ上にあり，頂点 C と頂点 F は重なっている。いま，この状態から，直角二等辺三角形 EFG を固定し，正方形 ABCD を直線ℓに沿って，矢印 ⟶ の向きに毎秒１cm の速さで，頂点 B が頂点 G に重なるまで動かす。正方形 ABCD を動かし始めてから x 秒後に，正方形 ABCD と直角二等辺三角形 EFG が重なる部分の面積を y cm^2 とする。**図２**は，動かし始めてから 2 秒後の正方形 ABCD と直角二等辺三角形 EFG の位置を表しており，図中の斜線部分は，正方形 ABCD と直角二等辺三角形 EFG が重なった部分を表している。このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。ただし，正方形 ABCD と直角二等辺三角形 EFG と直線ℓは同じ平面上にあるものとし，x＝0 のとき，y＝0 とする。

問１　x＝3 のときの y の値を求めよ。

問２　y の値が最大となるのは，正方形 ABCD を動かし始めて何秒後から何秒後までの間か。このときの x の値の範囲を，不等号を使って表せ。

問３　y＝8 となる x の値を**すべて**求めよ。

図１

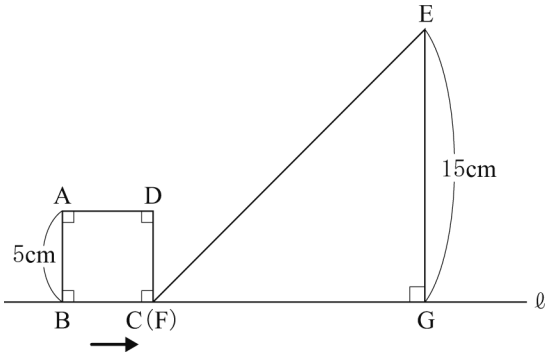
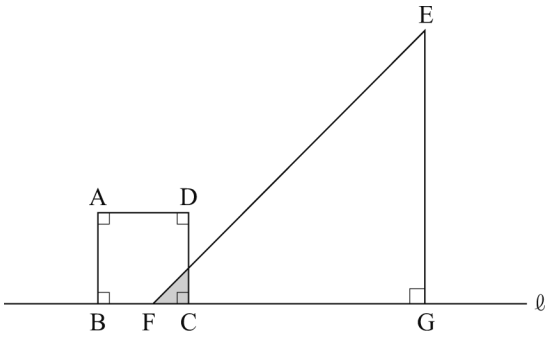
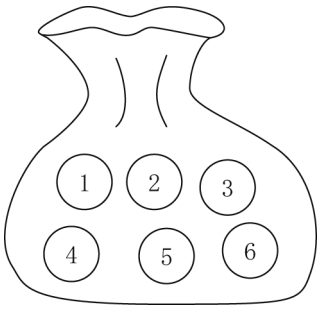


図２



数-21-公-高知（A）-問-04

4 下の図のように，1，2，3，4，5，6 の数字が 1 つずつ書かれた 6 個の玉が入っている袋がある。この袋の中から玉を 1 個ずつ 2 回取り出す。このとき，次の**問１・問２**に答えなさい。ただし，この袋からどの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。

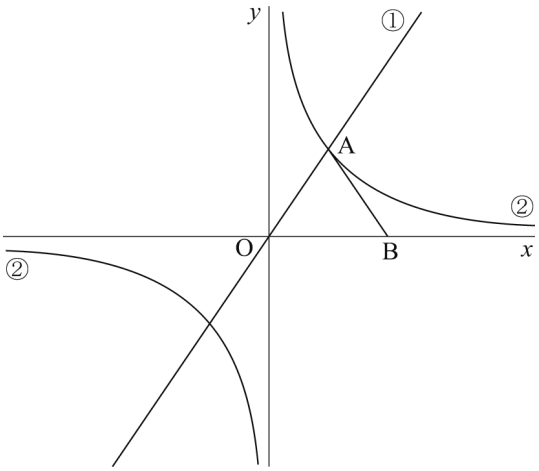


問１　袋の中から 1 個目の玉を取り出し，その玉に書かれている数字を a とする。1 個目の玉を袋の中に戻さずに，2 個目の玉を取り出し，その玉に書かれている数字を b とする。このとき，a，b ともに奇数となる確率を求めよ。

問２　袋の中から 1 個目の玉を取り出し，その玉に書かれている数字を m とする。1 個目の玉を袋の中に戻してよく混ぜてから，2 個目の玉を取り出し，その玉に書かれている数字を n とする。このとき，m^2 が $4n$ より大きくなる確率を求めよ。

数-21-公-高知（A）-問-05

5 下の図において，①は原点 O を通る直線，②は関数 $y=\frac{6}{x}$ のグラフである。①と②は 2 つの交点をもつものとし，そのうちの x 座標が正である点を A とする。AO＝AB となる点 B を x 軸上にとり，三角形 AOB をつくる。このとき，次の**問１～問３**に答えなさい。



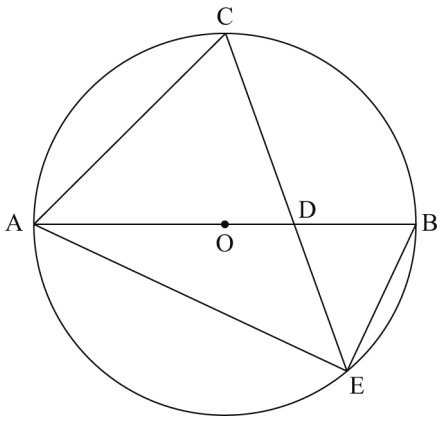
問１　点 A の x 座標が 2 のとき，点 A の y 座標を求めよ。

問２　三角形 AOB が直角二等辺三角形となるときの直線①の式を求めよ。

問３　三角形 AOB の面積は，点 A が②のグラフ上のどの位置にあっても，常に同じ値であることが言える。

点 A の x 座標を m とすると，m がどんな値であっても，三角形 AOB の面積は一定であることを，言葉と式を使って説明せよ。

6 下の図のように，線分 AB を直径とする円 O がある。円 O の周上に∠CAB＝45° となるような点 C をとり，点 A と点 C を結ぶ。線分 OB 上に点 D をとり，線分 CD を点 D の方向へ延長したときの円 O との交点を E とする。点 A と点 E，点 B と点 E をそれぞれ結ぶ。このとき，次の**問１・問２**に答えなさい。



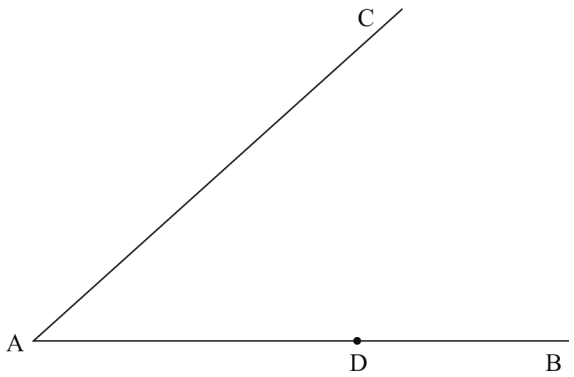
問１　△AEC∽△DEB を証明せよ。

問２　円 O の半径を 6 cm, OD＝2 cm とするとき, 次の(1)・(2)の問いに答えよ。

(1) 線分 AC の長さを求めよ。

(2) 点 B と点 C を結ぶ。このとき，四角形 AEBC の面積は，三角形 DEB の面積の何倍か。

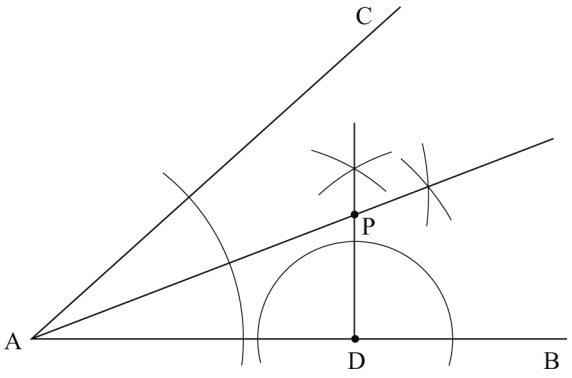
Ｒ３　高知県（Ａ）　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-21-公-高知（A）-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２	$b=$			
		問３				
		問４				
		問５	$a=$			
		問６	, ,			
		問７				
		問８				
数-21-公-高知（A）-KY-02	2	問１				
		問２	あ			
			い			
		問３				

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-高知（A）-KY-03	3	問１	$y=$		
		問２			
		問３	$x=$		
数-21-公-高知（A）-KY-04	4	問１			
		問２			
数-21-公-高知（A）-KY-05	5	問１			
		問２			
		問３			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−21−公−高知（A）−KY−06	6	問１	〔証明〕 △AEC と△DEB において したがって　△AEC∽△DEB			
		問２	(1)	cm		
			(2)	倍		

数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-21-公-高知（A）-K-01	1	問１	(1)	-2	2	
			(2)	$\dfrac{5x-11y}{12}$	2	
			(3)	$-\dfrac{a}{2}$	2	
			(4)	$2\sqrt{2}$	2	
		問２	$b=50-7a$		2	
		問３	ア，ウ，エ		2	
		問４	$x=-1$，6		2	
		問５	$a=3$		2	
		問６	ウ，ア，イ		2	
		問７	0.25		2	
		問８	(例)  		2	
数-21-公-高知（A）-K-02	2	問１	ウ		1	
		問２	あ	$x+y$	2	
			い	4200		
		問３	イ		2	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-高知(A)-K-03	3	問１	$y=\frac{9}{2}$	2	
		問２	$10 \leqq x \leqq 15$	2	
		問３	$x=4,\ \frac{92}{5}$	2	
数-21-公-高知(A)-K-04	4	問１	$\frac{1}{5}$	2	
		問２	$\frac{17}{36}$	2	
数-21-公-高知(A)-K-05	5	問１	3	1	
		問２	$y=x$	2	
		問３	(例) △AOB は AO＝AB である二等辺三角形なので，点 A の x 座標が m より，底辺 OB の長さは $2m$ となる。 また，点 A は②のグラフ上の点なので，点 A の座標が $\left(m,\ \frac{6}{m}\right)$ となることから，△AOB の高さは $\frac{6}{m}$ となる。 よって，△AOB の面積は $2m \times \frac{6}{m} \times \frac{1}{2}=6$ である。 したがって，m がどんな値であっても，△AOB の面積は一定である。	3	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-高知(A)-K-06	6	問１	〔証明〕 (例) △AEC と△DEB において ∠ACE，∠DBE はそれぞれ$\overset{\frown}{\mathrm{AE}}$に対する円周角なので ∠ACE＝∠DBE　……① ∠CAB，∠DEB はそれぞれ$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$に対する円周角なので ∠CAB＝∠DEB また，∠CAB＝45°なので ∠DEB＝45°　……② ∠AEB は半円の弧に対する円周角なので ∠AEB＝90°　……③ ②，③より ∠AEC＝∠AEB－∠DEB ＝90°－45° ＝45°　……④ ②，④より ∠AEC＝∠DEB　……⑤ ①，⑤より ２組の角がそれぞれ等しい。 したがって　△AEC∽△DEB		3	
		問２	(1)	$6\sqrt{2}$　cm	2	
			(2)	$\frac{27}{4}$　倍	2	

数-21-公-高知(A)-KS-01

1　【小問集合】

問１　(2) 通分する。（与式）$=\dfrac{3(3x-y)}{12}-\dfrac{4(x+2y)}{12}=\dfrac{9x-3y-(4x+8y)}{12}=\dfrac{5x-11y}{12}$

(4)（与式）$=6\sqrt{2}-4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

問２　（50 本）＝（配った本数）＋（余った本数）　$50=7a+b$　b について解くと，$b=50-7a$

問３　**ア**：a に負の数を加えているので，計算結果は a よりも小さくなる。

イ：かっこを外すと $a+\dfrac{1}{2}$ となり，a よりも大きくなる。

ウ・エ：正の数 a を負の数でかけたり割ったりしているので，その計算結果は負の数になる。よって，どちらの計算結果も a より小さくなる。

問５　y の変域が正なので，放物線は x 軸の上側にあることが分かる。よって，$x=-1$ のとき $y=3$，$x=-2$ のとき $y=12$ であることが分かる。どちらかの値の組を $y=ax^2$ に代入して，$a=3$

問６　共通の高さを h として，**ア**～**ウ**の体積を表す。**ア**の立体は三角柱でありその体積は，$\dfrac{1}{2}\times6\times6\times h=18h$　**イ**の立体は円柱でありその体積は，$3^2\times\pi\times h=9\pi h$　**ウ**の立体は四角錐でありその体積は，$\dfrac{1}{3}\times6\times6\times h=12h$　$\pi=3.14\cdots$であることを考えて体積を小さい順に並べると，**ウ**，**ア**，**イ**となる。

問７　中央値は小さい方から数えて 20 番目と 21 番目の記録の平均値である。どちらの記録も 9.0 秒以上 9.5 秒未満の階級に含まれている。よってこの階級の相対度数は，$10\div40=0.25$

ポイント》【相対度数の求め方】

「相対」とは，他と比べるという意味。つまり，全体(度数の合計)と比べて，その度数がどれだけの割合かを表すのが「相対度数」である。よって，求め方は，

相対度数＝ 対象となる階級の度数÷度数の合計

であり，分数ではなく，小数で表して答えることに注意しよう。

問８　『半直線 AB，AC の両方に接する円』の中心 P は，『半直線 AB，AC の両方から等しい距離にある』といえる。よって，点 P は∠A の二等分線上にある。また，点 D で半直線 AB と接する円の中心 P は，点 D における半直線 AB の垂線上にある。よって，∠A の二等分線と点 D を通る半直線 AB の垂線の交点が，点 P の位置である。

数-21-公-高知(A)-KS-02

2　【連立方程式の利用】

問１　上段の式の右辺が 23（分）であることや，『$240\times x$』が（速さ）×（時間）となっているのではないかという予測をもとに，x が A 地点から P 地点までの時間であると考えるとつじつまが合う。

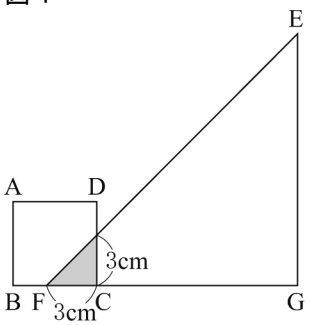
問２　ひかるさんのつくった方程式の上段は，かかった時間についての式（単位は分），下段は進んだ距離に関する方程式である。

問３　まことさんのつくった方程式の上段で，空欄**い**が 4200 であることから，x，y は距離を表すことが分かる。空欄**う**を含む方程式の右辺が『23』となっていることから，時間（単位：分）についての方程式であることが分かる。時間は，（距離）÷（速さ）で表すことができるので，距離を表す x，y が共に分子にある**イ**が正しい選択肢である。

3 【関数の利用】

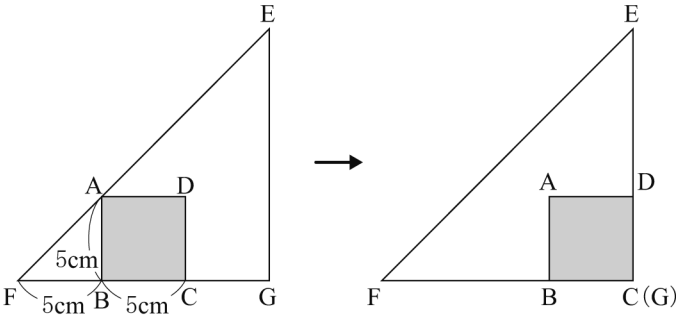
問１　$x=3$ のとき，**図１**のようになる。重なった部分は直角二等辺三角形となり，重なった部分の面積は，$\frac{1}{2}\times3\times3=\frac{9}{2}(\text{cm}^2)$

図１



問２　y の値が最大となるのは，**図２**の左側のように，点 A が EF 上にくるときから始まる。このとき，△ABF は直角二等辺三角形なので，FB＝5cm である。よって，点 C は 10cm 移動しているので，これは 10 秒後の図である。y の値が最大となるのは，**図２**の右側のように，点 C が点 G と重なるときまで続く。このとき，点 C は FG の長さである 15cm だけ移動しているので，これは 15 秒後の図である。よって y の値が最大となるのは，10 秒後から 15 秒後までの間である。よって，$10\leqq x\leqq15$

図２



問３　重なった部分の面積が 8 となるのは，①正方形 ABCD が完全に△EFG に入ってしまう前（**図３**）と，②正方形 ABCD が△EFG の内部を通過して出てくるとき（**図４**）の 2 回である。①のときについて，重なった部分の面積は直角二等辺三角形であり，$\frac{1}{2}\times CF^2=8$　$CF=\pm4$　$CF>0$ より，$CF=4$　つまり，**図３**において点 C の移動した距離が 4 となるときであるので，$x=4$　②のときについて，重なった部分は長方形であり，その面積についての等式を立てると，$8=AB\times BG$　$8=5BG$　$BG=\frac{8}{5}$　つまり，面積が 8 となるとき，BG の長さは $\frac{8}{5}$cm となるので，$GC=5-\frac{8}{5}=\frac{17}{5}$(cm)となる。点 C が移動した距離は，$FG+GC=15+\frac{17}{5}=\frac{92}{5}$(cm)なので，$x=\frac{92}{5}$

図３

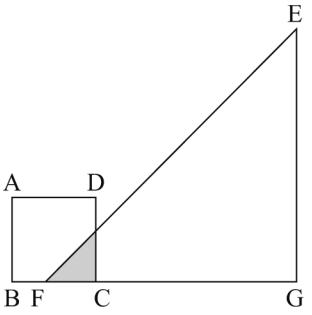
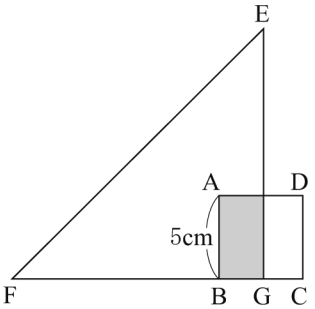


図４



数-21-公-高知(A)-KS-04

4 【確率】

問1 1つ目に取り出した玉は袋に戻さないことに注意して，樹形図を書いて数え上げる。全ての場合の数は30通りで，ともに奇数になる組は$(a,\ b)=(1,\ 3),\ (1,\ 5),\ (3,\ 1),\ (3,\ 5),\ (5,\ 1),\ (5,\ 3)$の6通りである。よって，$\dfrac{6}{30}=\dfrac{1}{5}$

問2 当てはまるm, nの値の組は右の表の○を付けた箇所である。よって，答えは$\dfrac{17}{36}$

m \ n	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3	○	○				
4	○	○	○			
5	○	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○	○

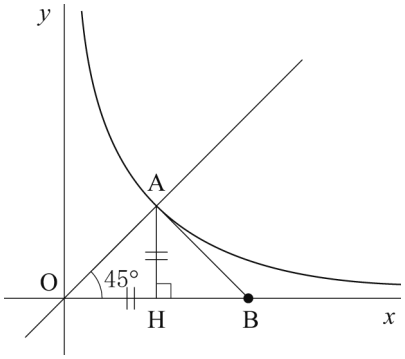
数-21-公-高知(A)-KS-05

5 【関数のグラフと図形】

問1 $x=2$を$y=\dfrac{6}{x}$に代入して，$y=3$

問2 点Aからx軸に垂線AHをおろす（**図**）。$\angle AOB=45^\circ$なので，$\triangle OAH$も直角二等辺三角形である。よって，AH＝OHとなり，AH＝OH＝aとおく（ただし，$a>0$）。このとき，点Aの座標は$(a,\ a)$と表せるので，$x=a$，$y=a$を$y=\dfrac{6}{x}$に代入すると，$a=\dfrac{6}{a}$　$a^2=6$　$a>0$より，$a=\sqrt{6}$　よって，点A$(\sqrt{6},\ \sqrt{6})$であり，この点と原点を通る直線の式は，$y=x$

図



問3 『AO＝AB』という条件を『点Bのx座標が点Aのx座標の2倍』ととらえ，$\triangle AOB$の底辺OBの長さを$2m$と表して考える。

数-21-公-高知(A)-KS-06

6 【平面図形】

問1 円が出てきているので，『同じ長さの弧に対する円周角は等しい』という性質を使って考える。

問2 (1) 直径に対する円周角である$\angle ACB$が90°で，$\angle CAB=45^\circ$なので，$\triangle ACB$は直角二等辺三角形である。よって，AC：AB＝1：$\sqrt{2}$　AC：12＝1：$\sqrt{2}$　AC＝$6\sqrt{2}$cm

(2) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 6\sqrt{2}=36(\text{cm}^2)$　ここで，同じ弧$\overset{\frown}{AC}$に対する円周角は等しいので，$\angle ABC=\angle AEC=45^\circ$　よって，$\angle AED=\angle BED=45^\circ$なので，ECは$\angle AEB$の二等分線である。よって，二等分線の性質より，EA：EB＝AD：DB＝(6＋2)：(6－2)＝2：1となり，正の数xを用いて，EA＝$2x$，EB＝xとおくことができる。

$\triangle AEB$で三平方の定理より，$AB^2=EA^2+EB^2$　$144=4x^2+x^2$　$x^2=\dfrac{144}{5}$　$x>0$より，$x=\dfrac{12\sqrt{5}}{5}$cm

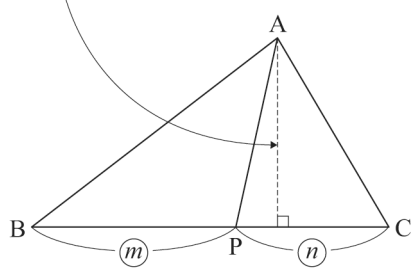
よって，EA＝$\dfrac{24\sqrt{5}}{5}$cm，EB＝$\dfrac{12\sqrt{5}}{5}$cmとなり，$\triangle AEB=\dfrac{1}{2}\times EA\times EB=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{24\sqrt{5}}{5}\times\dfrac{12\sqrt{5}}{5}$

$=\dfrac{144}{5}(\text{cm}^2)$　また，AD：DB＝2：1なので，$\triangle DEB=\dfrac{1}{3}\times\triangle AEB=\dfrac{48}{5}(\text{cm}^2)$となり，答えは，

(四角形AEBC)÷$\triangle$DEB＝($\triangle$ABC＋$\triangle$AEB)÷$\triangle$DEB＝$\left(36+\dfrac{144}{5}\right)\div\dfrac{48}{5}=\dfrac{27}{4}$(倍)

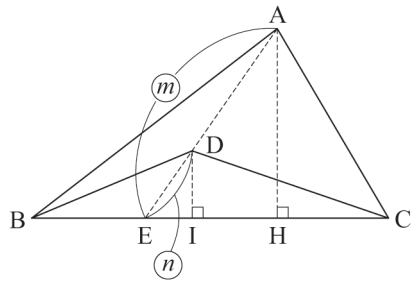
ポイント≫面積比は３パターン！

① 高さが共通→底辺の比＝面積比



△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

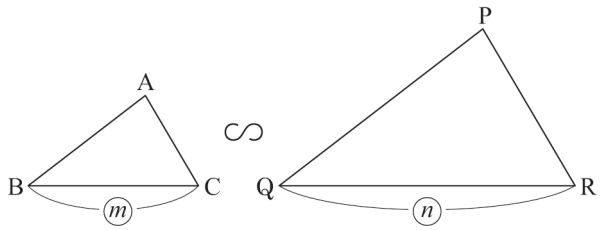
② 底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE

△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③ 相似→相似比の２乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，

△ABC：△PQR＝m^2：n^2