Ｒ３　熊本県　公立　数学　問題

※「問題Ａと問題Ｂを掲載」

数-21-公-熊本-問-01

1　次の計算をしなさい。

問１　$\frac{1}{3}+\frac{2}{7}$

問２　$8+7\times(-4)$

問３　$3(x+y)-2(x-6y)$

問４　$(-6a)^2\times 2ab^2\div(-9a^2b)$

問５　$(2x+1)^2+(5x+1)(x-1)$

問６　$\frac{\sqrt{10}}{4}\times\sqrt{5}+\frac{3}{\sqrt{8}}$

数-21-公-熊本-問-02A

2　**【問題Ａ】**　次の各問いに答えなさい。

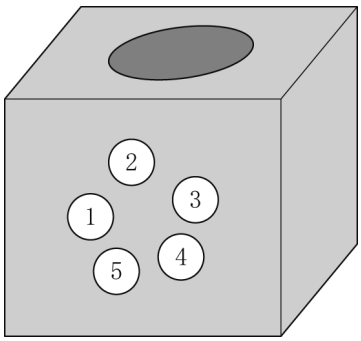
問１　一次方程式　$2x+7=1-x$　を解きなさい。

問２　二次方程式　$(x+3)(x-3)=x$　を解きなさい。

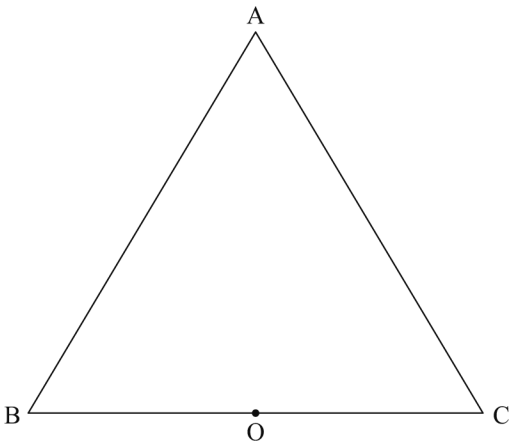
問３　関数 $y=ax^2$ (a は定数) について，x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合は 4 である。a の値を求めなさい。

問４　右の図のように，1，2，3，4，5 の数字が 1 つずつ書かれた 5 個の玉が入った箱がある。この箱から玉を 1 個取り出し，その玉を箱にもどさずに，続けてもう 1 個玉を取り出す。最初に取り出した玉に書かれている数を a，次に取り出した玉に書かれている数を b とする。

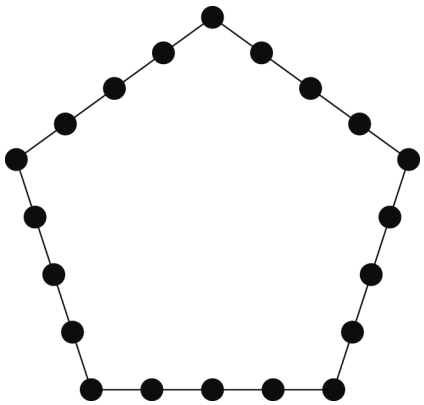
このとき，$\dfrac{3b}{2a}$の値が整数になる確率を求めなさい。ただし，どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。



問５　右の図のように，AB＝AC の二等辺三角形 ABC があり，点 O は辺 BC の中点である。辺 AC 上にあって，∠POC＝45° となる点 P を，定規とコンパスを使って作図しなさい。なお，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



問６　正多角形のそれぞれの辺上に，頂点から頂点まで碁石を等間隔に並べる。例えば，右の図のように，正五角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ 5 個となるように碁石を並べると，20 個の碁石が必要であった。



(1) 正六角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ 6 個となるように碁石を並べるときに必要な碁石の個数を求めなさい。

(2) n を 3 以上の自然数とする。正 n 角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ n 個となるように碁石を並べる。このときに必要な碁石の個数を n を使った式で表しなさい。

問７　美咲（みさき）さんは，自分が住んでいる市の水道料金について調べた。下の**表**は，1 か月当たりの基本料金と使用量ごとの料金をそれぞれ表したものであり，下の**図**は，1 か月間に水を x m^3 使用したときの水道料金を y 円として，x と y の関係をグラフに表したものである。

なお，1 か月当たりの水道料金は，

(基本料金)＋(使用量ごとの料金)×(使用量)　……㋐

で計算するものとする。

例えば，1 か月間の水の使用量が 5 m^3 のときの水道料金は，

400＋40×5＝600 (円),

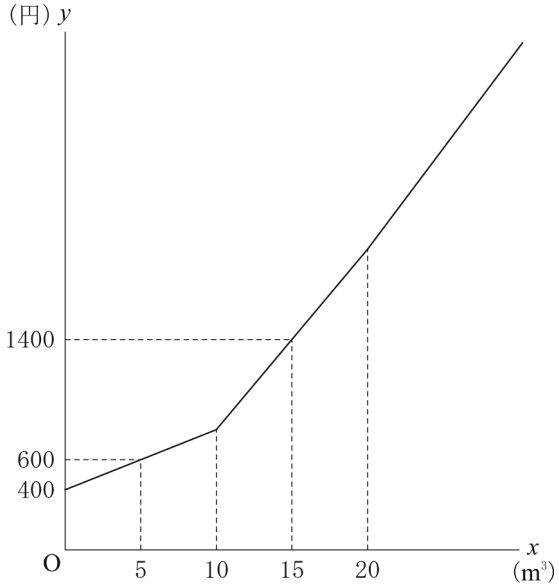
1 か月間の水の使用量が 15 m^3 のときの水道料金は，

400＋40×10＋120×5＝1400 (円) となる。

表

基本料金	使用量ごとの料金 (1m^3 につき)	
400 円	0 m^3 から 10 m^3 まで	40 円
	10 m^3 をこえて 20 m^3 まで	120 円
	20 m^3 をこえた分	140 円

図



(1) 美咲さんが住んでいる市で 1 か月間に水を 23 m^3 使用したとき，1 か月当たりの水道料金はいくらになるか，求めなさい。

(2) 大輔（だいすけ）さんが住んでいる市の 1 か月当たりの水道料金も，㋐と同じ式で計算されている。ただし，大輔さんが住んでいる市の使用量ごとの料金は，どれだけ使用しても 1 m^3 につき 80 円である。また，大輔さんが住んでいる市の 1 か月当たりの水道料金は，1 か月間の水の使用量が 28 m^3 のとき，美咲さんが住んでいる市で 1 か月間に水を 28 m^3 使用したときの水道料金と同じ料金になる。

このとき，大輔さんが住んでいる市の 1 か月当たりの水道料金の基本料金を求めなさい。

数-21-公-熊本-問-02B

2　**【問題Ｂ】**　次の各問いに答えなさい。

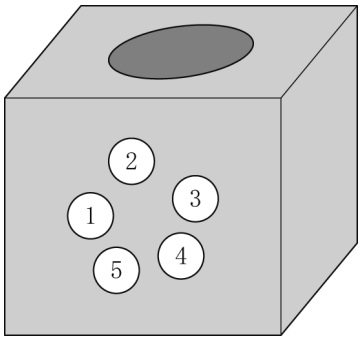
問１　一次方程式　$2x+7=1-x$　を解きなさい。

問２　二次方程式　$(x+3)(x-3)=x$　を解きなさい。

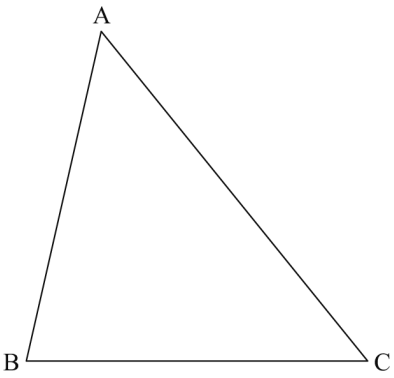
問３　関数 $y=ax^2$ (a は定数) について，x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合は 4 である。a の値を求めなさい。

問４　右の図のように，1，2，3，4，5 の数字が 1 つずつ書かれた 5 個の玉が入った箱がある。この箱から玉を 1 個取り出し，その玉を箱にもどさずに，続けてもう 1 個玉を取り出す。最初に取り出した玉に書かれている数を a，次に取り出した玉に書かれている数を b とする。

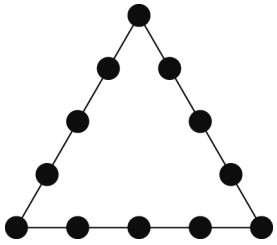
このとき，$\dfrac{3b}{2a}$の値が整数になる確率を求めなさい。ただし，どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。



問５　右の図のように，△ABC がある。∠BAP＝∠CAP，∠PBA＝60° となる点 P を，定規とコンパスを使って作図しなさい。なお，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



問６　正多角形のそれぞれの辺上に，頂点から頂点まで碁石を等間隔に並べる。例えば，右の図のように，正三角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ 5 個となるように碁石を並べると，12 個の碁石が必要であった。



(1) a，b を 3 以上の自然数とする。正 a 角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ b 個となるように碁石を並べる。このときに必要な碁石の個数を a，b を使った式で表しなさい。

(2) n を 3 以上の自然数とする。正 n 角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ n 個となるように碁石を並べるときに必要な碁石の個数が，正 $(n+2)$ 角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ $(n+1)$ 個となるように碁石を並べるときに必要な碁石の個数よりも 24 個少なかった。

このとき，n の値を求めなさい。

問7　大輔（だいすけ）さんは，自分が住んでいるヒバリ市と，となりのリンドウ市の水道料金について調べた。下の**表**は，1 か月当たりの基本料金と使用量ごとの料金を市ごとに表したものであり，下の**図**は，1 か月間に水を x m^3 使用したときの水道料金を y 円として，2 つの市において，x と y の関係をそれぞれグラフに表したものである。

なお，1 か月当たりの水道料金は，

(基本料金)＋(使用量ごとの料金)×(使用量) ……㋐

で計算するものとする。

例えば，1 か月間の水の使用量が 25 m^3 のとき，

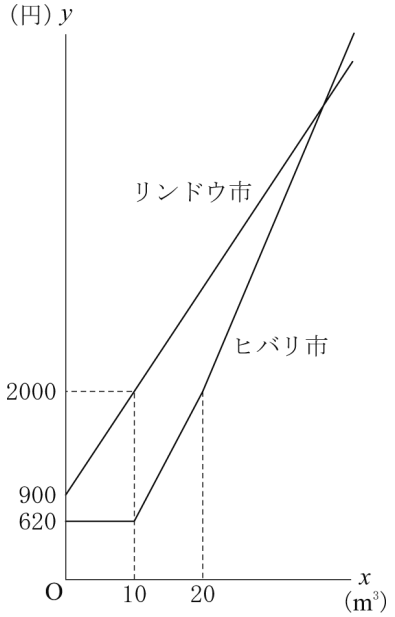
ヒバリ市の水道料金は，620＋140×10＋170×5＝2870 (円)，

リンドウ市の水道料金は，900＋110×25＝3650 (円)　となる。

表

	基本料金	使用量ごとの料金 (1 m^3 につき)	
ヒバリ市	620 円	0 m^3 から 10 m^3 まで	0 円
		10 m^3 をこえて 20 m^3 まで	140 円
		20 m^3 をこえた分	170 円
リンドウ市	900 円	110 円	

図



(1) ヒバリ市とリンドウ市のそれぞれの市において 1 か月間に同じ量の水を使用したところ，それぞれの市における水道料金も等しくなった。このときの水道料金を求めなさい。

(2) 1 か月当たりの基本料金を a 円，使用量ごとの料金を 1 m^3 につき 80 円として，次の 2 つの条件をみたすように水道料金を設定するとき，a の値の範囲を求めなさい。

なお，1 か月当たりの水道料金は，㋐と同じ式で計算するものとする。

〈条件〉

・1 か月間の水の使用量が 10 m^3 のとき，1 か月当たりの水道料金が，ヒバリ市とリンドウ市のそれぞれの水道料金より高くなるようにする。

・1 か月間の水の使用量が 30 m^3 のとき，1 か月当たりの水道料金が，ヒバリ市とリンドウ市のそれぞれの水道料金より安くなるようにする。

3 ある高校の 2 年 1 組 42 人の通学時間を調べた。**図１**は，42 人のうち自転車で通学している 34 人について，**図２**は，42 人全員について，その結果をそれぞれヒストグラムに表したものである。例えば，**図１**のヒストグラムにおいて，6～12 の階級では，通学時間が 6 分以上 12 分未満の生徒が 3 人いることを表している。

このとき，次の各問いに答えなさい。

図１

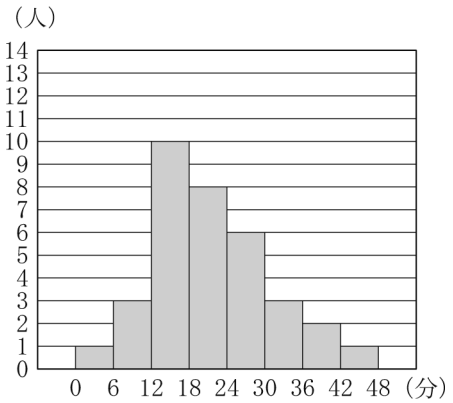
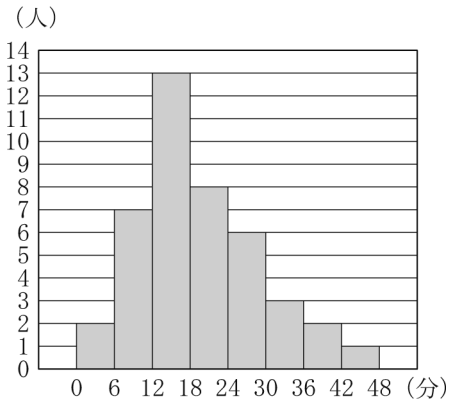


図２



問１　**図１**のヒストグラムについて，次の**ア**～**オ**から正しいものを**すべて**選び，記号で答えなさい。

ア　範囲は 6 分である。

イ　最頻値は 15 分である。

ウ　最頻値と，中央値が含まれる階級の階級値は等しい。

エ　中央値が含まれる階級の相対度数は 0.25 より大きい。

オ　34 人の中で通学時間が 30 分以上の生徒の割合は 20%以下である。

問２　**図１**と**図２**から，自転車で通学していない 8 人の生徒の通学時間の平均値は何分何秒か，求めなさい。

問３　42 人全員の通学時間の平均値は 20 分である。このクラスの雄太（ゆうた）さんは，自分の通学時間が 19 分で，クラス全員の通学時間の平均値よりも短かったので，自分より通学時間が長い生徒はクラスに半分以上いると考えた。

この考えについて，下の**ア**，**イ**から正しいものを 1 つ選び，記号で答えなさい。また，それが正しいことの理由を，**図２**から読み取れることをもとに説明しなさい。

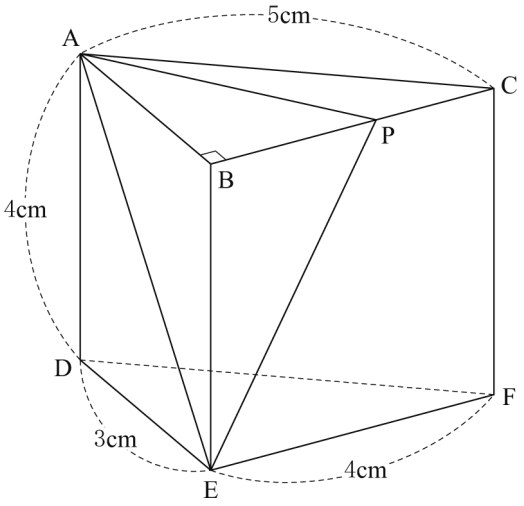
ア　雄太さんより通学時間が長い生徒はクラスに半分以上いる。

イ　雄太さんより通学時間が長い生徒はクラスに半分以上いない。

数-21-公-熊本-問-04

4 右の図は，点 A，B，C，D，E，F を頂点とし，3 つの側面がそれぞれ長方形である三角柱で，AC＝5 cm，AD＝4 cm，DE＝3 cm，EF＝4 cm，∠ABC＝90° である。辺 BC 上に点 P を，△ABP∽△CBA となるようにとる。

このとき，次の各問いに答えなさい。



問１　線分 BP の長さを求めなさい。

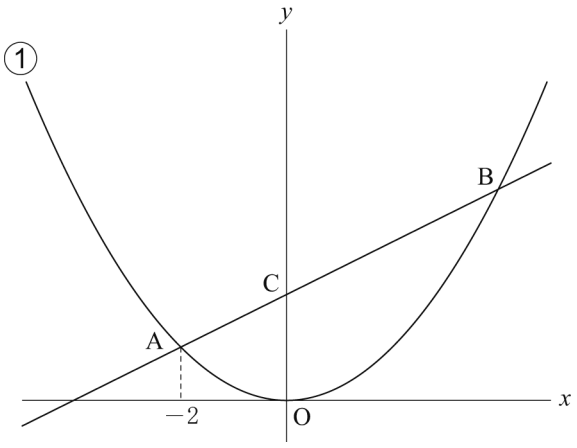
問２　△ABP を底面とする三角すい EABP の体積を求めなさい。

問３　線分 AP 上に点 Q を，三角すい EABQ の体積が，三角柱 ABC－DEF の体積の$\frac{1}{20}$となるようにとる。このとき，線分 AQ と線分 QP の長さの比 AQ : QP を求めなさい。答えは最も簡単な整数比で表すこと。

数-21-公-熊本-問-05A

5 **【問題Ａ】**　右の図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ ……①のグラフ上に 2 点 A，B がある。A の x 座標は－2，B の x 座標は正で，B の y 座標は A の y 座標より 3 だけ大きい。また，点 C は直線 AB と y 軸との交点である。

このとき，次の各問いに答えなさい。



問１　点 A の y 座標を求めなさい。

問２　点 B の座標を求めなさい。

問３　直線 AB の式を求めなさい。

問４　線分 BC 上に 2 点 B，C とは異なる点 P をとる。また，関数①のグラフ上に点 Q を，線分 PQ が y 軸と平行になるようにとり，PQ の延長と x 軸との交点を R とする。

PQ : QR＝5 : 1 となるときの P の座標を求めなさい。

5 **【問題B】** 右の図のように，2つの関数

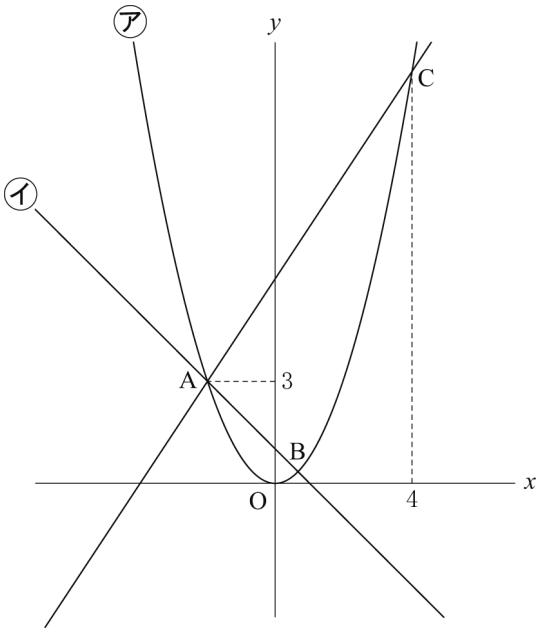
$y=ax^2$ (a は定数) ……㋐

$y=-x+1$ ……㋑

のグラフがある。

2点A，Bは関数㋐，㋑のグラフの交点で，Aのy座標は3で，Aのx座標は負であり，Bのx座標はAのx座標より$\frac{8}{3}$だけ大きい。点Cは関数㋐のグラフ上にあって，Cのx座標は4である。

このとき，次の各問いに答えなさい。



問1 a の値を求めなさい。

問2 直線ACの式を求めなさい。

問3 関数㋐のグラフ上において2点B，Cの間に点Pを，直線AC上において点Qを，直線PQがy軸と平行になるようにとる。また，直線PQと関数㋑のグラフとの交点をRとする。

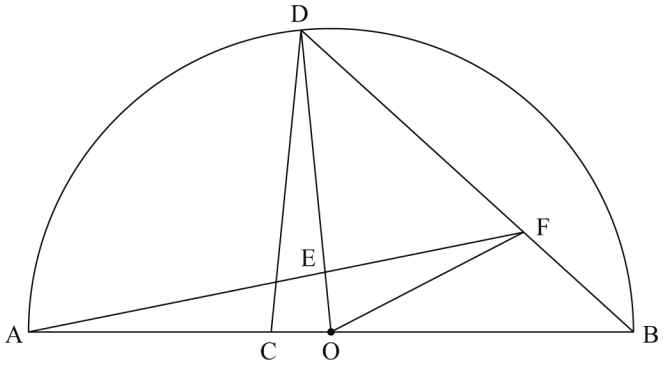
PQ：PR＝3：1となるとき，

(1) 点Pのx座標を求めなさい。

(2) △ARCの面積は，△ABPの面積の何倍であるか，求めなさい。

6 **【問題A】** 右の図は，線分 AB を直径とする半円で，点 O は AB の中点である。点 C は線分 AO 上にあり，点 D は$\overset{\frown}{AB}$上にあって，DC＝DO である。点 E は DO 上にあって，AE＝AO であり，点 F は AE の延長と線分 BD との交点である。

このとき，次の各問いに答えなさい。



問１ 優子(ゆうこ)さんは，△BDC∽△DFE であることを証明するため，次のように，まず∠DCB＝∠AEO を示し，それをもとにして証明した。［　　］に証明の続きを書いて，証明を完成しなさい。

証明

△DCO は DC＝DO の二等辺三角形だから

∠DCB＝∠DOC ……①

また，△AEO は AE＝AO の二等辺三角形だから

∠AEO＝∠DOC ……②

①，②より

∠DCB＝∠AEO ……③

ここで，△BDC と△DFE において

［　　］

よって，△BDC∽△DFE

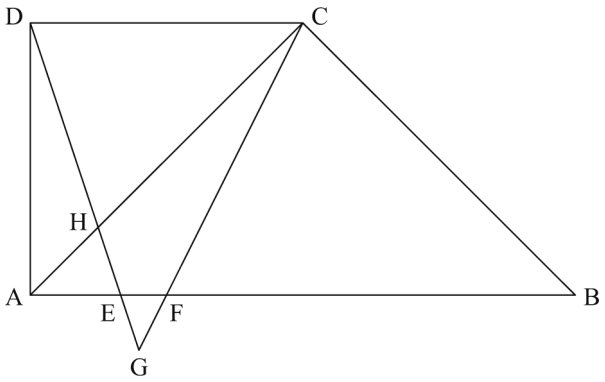
問２ AB＝10 cm，OC＝1 cm のとき，△DFE の面積は $2\sqrt{11}\text{cm}^2$ である。

(1) △BDC の面積は，△DFE の面積の何倍であるか，求めなさい。

(2) △BFO の面積を求めなさい。ただし，根号がつくときは，根号のついたままで答えること。

数-21-公-熊本-問-06B

6 **【問題B】** 右の図のように，∠ACB＝90°である直角二等辺三角形 ABC と，∠ADC＝90°である直角二等辺三角形 ACD がある。辺 AB 上に点 E を，AE の長さが EB の長さより短くなるようにとり，線分 EB 上に点 F を，∠ACF＝∠ADE となるようにとる。点 G は，DE の延長と CF の延長との交点であり，辺 AC と線分 DE との交点を H とする。

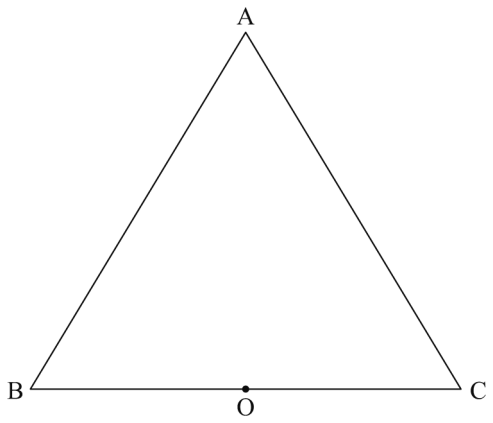


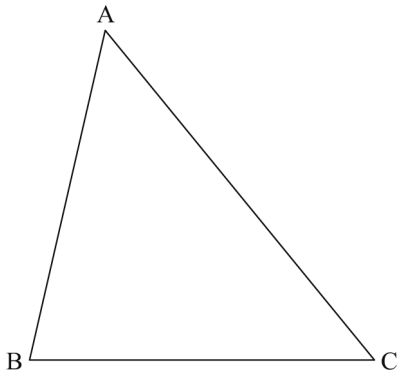
このとき，次の各問いに答えなさい。

問１　△BCF∽△CDH であることを証明しなさい。

問２　AB＝12 cm，AE＝2 cm のとき，AC＝BC＝$6\sqrt{2}$cm，CF＝$3\sqrt{5}$cm である。このとき，線分 DH と線分 HG の長さの比 DH：HG を求めなさい。答えは最も簡単な整数比で表すこと。

Ｒ３　熊本県　公立　数学　解答用紙

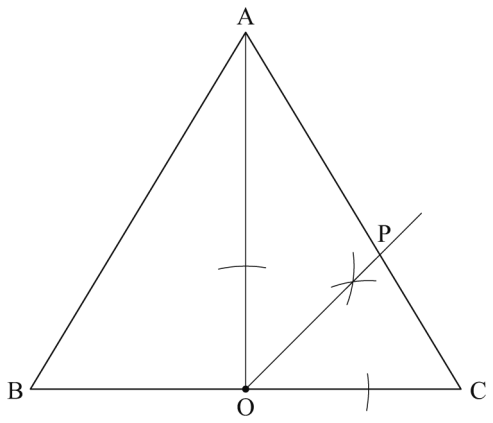
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-熊本-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			
		問６			
数-21-公-熊本-KY-02A	2 問題Ａ	問１	$x=$		
		問２	$x=$		
		問３	$a=$		
		問４			
		問５	〔作図〕  		
		問６	(1)　　個		
			(2)　　個		
		問７	(1)　　円		
			(2)　　円		

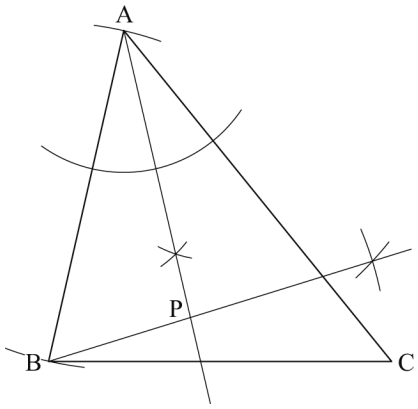
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-熊本-KY-02B	2 問題B	問1	$x=$		
		問2	$x=$		
		問3	$a=$		
		問4			
		問5	〔作図〕		
		問6	(1)　　個		
			(2)　$n=$		
		問7	(1)　　円		
			(2)　　$<a<$		
数-21-公-熊本-KY-03	3	問1			
		問2	分　　秒		
		問3	〔記号〕　〔理由〕		
数-21-公-熊本-KY-04	4	問1	cm		
		問2	cm^3		
		問3	AQ：QP＝　　：		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-熊本-KY-05A	5 問題A	問1				
		問2	(　　,　　)			
		問3	$y=$			
		問4	(　　,　　)			
数-21-公-熊本-KY-05B	5 問題B	問1	$a=$			
		問2	$y=$			
		問3	(1)			
			(2)	倍		
数-21-公-熊本-KY-06A	6 問題A	問1				
		問2	(1)	倍		
			(2)	cm^2		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−21−公−熊本−KY−06B	6 問題 B	問１	〔証明〕		
		問２	DH : HG＝　　:		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-熊本-K-01	1	問１	$\frac{13}{21}$	1	
		問２	-20	1	
		問３	$x+15y$	2	
		問４	$-8ab$	2	
		問５	$9x^2$	2	
		問６	$2\sqrt{2}$	2	
数-21-公-熊本-K-02A	2 問題A	問１	$x=-2$	2	
		問２	$x=\frac{1\pm\sqrt{37}}{2}$	2	
		問３	$a=\frac{4}{5}$	2	
		問４	$\frac{1}{4}$	2	
		問５	〔作図〕  	2	
		問６ (1)	30　個	1	
		問６ (2)	n^2-n　個	2	
		問７ (1)	2420　円	1	
		問７ (2)	880　円	2	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-熊本-K-02B	2 問題B	問１	$x=-2$	2	
		問２	$x=\dfrac{1\pm\sqrt{37}}{2}$	2	
		問３	$a=\dfrac{4}{5}$	2	
		問４	$\dfrac{1}{4}$	2	
		問５	〔作図〕  	2	
		問６	(1) $ab-a$　個	1	
			(2) $n=8$	2	
		問７	(1) 5080　円	1	
			(2) $1200<a<1320$	2	
数-21-公-熊本-K-03	3	問１	イ，オ	2	
		問２	10　分　30　秒	2	
		問３	〔記号〕 イ 〔理由〕 図２から，通学時間が 18 分未満の人数が 22 人だから。	2	
数-21-公-熊本-K-04	4	問１	$\dfrac{9}{4}$　cm	2	
		問２	$\dfrac{9}{2}$　cm^3	2	
		問３	AQ：QP＝4：11	2	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-熊本-K-05A	5 問題A	問1	1		1	
		問2	(4, 4)		1	
		問3	$y=\frac{1}{2}x+2$		2	
		問4	$\left(\frac{4}{3}, \frac{8}{3}\right)$		2	
数-21-公-熊本-K-05B	5 問題B	問1	$a=\frac{3}{4}$		1	
		問2	$y=\frac{3}{2}x+6$		2	
		問3	(1)	$\frac{3}{2}$	1	
			(2)	9　倍	2	
数-21-公-熊本-K-06A	6 問題A	問1	対頂角だから ∠FED＝∠AEO　……④ ③，④より ∠DCB＝∠FED　……⑤ △OBD は OB＝OD の二等辺三角形だから ∠CBD＝∠EDF　……⑥ ⑤，⑥より，2 組の角がそれぞれ等しい。		3	
		問2	(1)	$\frac{9}{4}$　倍	1	
			(2)	$\frac{5\sqrt{11}}{4}$ cm^2	2	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-熊本-K-06B	6 問題 B	問１	〔証明〕 △BCF と△CDH において △ABC は直角二等辺三角形だから 　∠CBF＝45°　……① △ACD は直角二等辺三角形だから 　∠DCH＝45°　……② ①，②より 　∠CBF＝∠DCH　……③ ∠ACB＝90°だから 　∠BCF＝90°－∠ACF　……④ ∠ADC＝90°だから 　∠CDH＝90°－∠ADE　……⑤ ∠ACF＝∠ADE だから，④，⑤より 　∠BCF＝∠CDH　……⑥ ③，⑥より，2 組の角がそれぞれ等しいから 　△BCF∽△CDH	4	
		問２	DH：HG＝5：3	2	

数-21-公-熊本-KS-01

1　【計算分野】

問４　$(-6a)^2\times 2ab^2\div(-9a^2b)=(-6a)\times(-6a)\times 2ab^2\div(-9a^2b)=\dfrac{(-6a)\times(-6a)\times 2ab^2}{-9a^2b}=-8ab$

ポイント》累乗の”効力”に注意！

$-\boxed{5^2}=-5\times5=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

⇒このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

問５　$(2x+1)^2+(5x+1)(x-1)=(2x)^2+2\times2x\times1+1^2+5x\times x+5x\times(-1)+1\times x+1\times(-1)$

$=4x^2+4x+1+5x^2-5x+x-1=9x^2$

数-21-公-熊本-KS-02A

2　**【問題Ａ】**　【小問集合】

問２　$(x+3)(x-3)=x$　⇒　$x^2-9=x$　⇒　$x^2-x-9=0$

⇒　二次方程式の解の公式より，$x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-9)}}{2\times1}=\dfrac{1\pm\sqrt{37}}{2}$

問３　$x=1$ のとき，$y=a\times1^2=a$，$x=4$ のとき，$y=a\times4^2=16a$

よって，x の増加量は，$4-1=3$，y の増加量は，$16a-a=15a$ なので，変化の割合は，$\dfrac{15a}{3}=5a$ であり，これが 4 と等しいので，$5a=4$　よって，$a=\dfrac{4}{5}$

別解として，関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$ であることを利用し，$a\times(1+4)=5a$ とすることもできる。

ポイント》変化の割合のポイント

変化の割合とは，x の値が増加したときに，y の値がどれだけ変化するかを示すもの。

［公式］変化の割合＝$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。

また，グラフの形状によって，注意点が異なる。

・直線のグラフ(比例 $y=ax$，一次関数 $y=ax+b$)

→変化の割合は一定で，定数 a の値に等しい。

・曲線のグラフ$\left(\text{反比例}y=\dfrac{a}{x}\text{，関数}y=ax^2\right)$

→変化の割合は一定でないため，**［公式］**を利用して計算する必要がある。

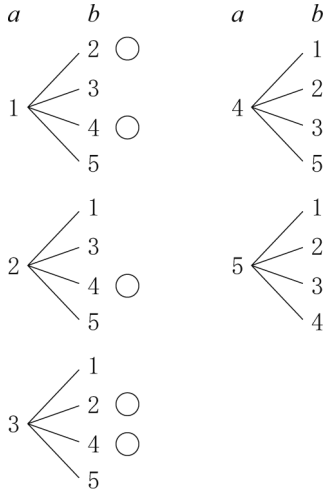
※関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$ で求められる。

問４　玉の取り出し方を樹形図で表すと**図１**にようになる。

$\dfrac{3b}{2a}$の値が整数になる場合の数は，図の○印より，5 通りである。

よって，求める確率は，$\dfrac{5}{20}=\dfrac{1}{4}$

図１



ポイント》確率のポイント

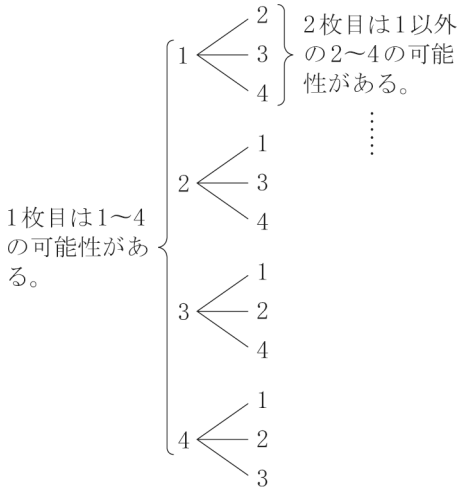
①　問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる場合」を縦に並べてかいていく。

例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



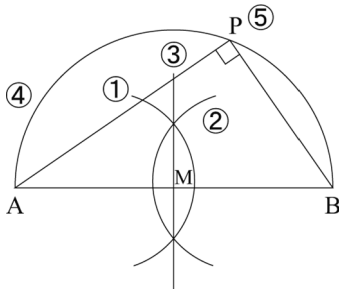
問５

ポイント》具体的な角度を作図するには

作図でかくことができる角度は，90°，60°の足し算・引き算や 2 倍，$\frac{1}{2}$倍など（厳密にはそれ以外でも作図可能な角度はある）。

90°は，基本的な垂線の作図のほか，半円の弧に対する円周角の性質を利用した作図方法（**図１**）がある。

図１



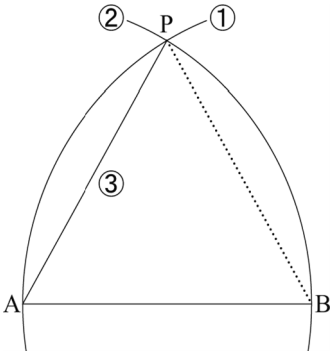
①～③ 線分 AB の垂直二等分線を作図し，線分 AB の中点 M をとる。

④ 点 M を中心として，AM，BM が半径となるような円を作図する。

⑤ ④で描いた円周上に任意の点 P をとり，A と P，B と P を結ぶと，∠APB＝90°となる。

60°は，正三角形を作図する（**図２**）。

図２



①・②　点A，Bをそれぞれ中心として半径ABの円をかき，その交点をPとする。

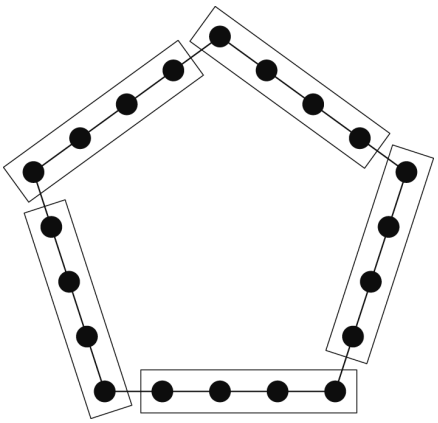
③　AとPを結ぶと，∠PAB＝60°となる（△APBが正三角形となる）。

これらの角の二等分線を作図すれば，45°や30°，15°がかける。

問６　(1) 正五角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ5個となるように碁石を並べたときの碁石の個数は，**図２**のように，「碁石4個を1セットとし，それを5セット並べた」とすると，4×5＝20(個)

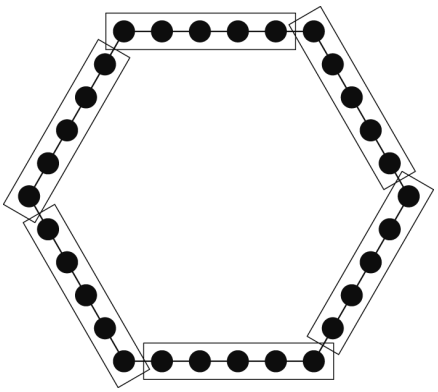
正六角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ6個となるように碁石を並べたとき同様にして，**図３**のように，「碁石5個を1セットとし，それを6セット並べた」と考えて，5×6＝30(個)

図２



(2) (1)と同様にして，正 n 角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ n 個となるように碁石を並べたときの碁石の個数は，「碁石$(n-1)$個を1セットとし，それを n セット並べた」と考えられるので，$(n-1)\times n=n^2-n$(個)

図３



問７　(1) 400＋40×10＋120×10＋140×3＝2420(円)

(2) 大輔さんが住んでいる市の1か月当たりの水道料金の基本料金を x 円とする。

大輔さんが住んでいる市における，1か月間の水の使用量が 28m^3 のときの水道料金は，

$x+80\times28=2240+x$(円)である。

また，美咲さんが住んでいる市における，1か月間の水の使用量が 28m^3 のときの水道料金は，

(1)より，2420＋140×(8－3)＝3120(円)である。

よって，$2240+x=3120 \Rightarrow x=880$(円)

2 **【問題B】** 【小問集合】

問2 $(x+3)(x-3)=x \Rightarrow x^2-9=x \Rightarrow x^2-x-9=0$

$\Rightarrow$ 二次方程式の解の公式より，$x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-9)}}{2\times1}=\dfrac{1\pm\sqrt{37}}{2}$

問3 $x=1$ のとき，$y=a\times1^2=a$，$x=4$ のとき，$y=a\times4^2=16a$

よって，x の増加量は，$4-1=3$，y の増加量は，$16a-a=15a$ なので，変化の割合は，$\dfrac{15a}{3}=5a$ であり，これが 4 と等しいので，$5a=4$ よって，$a=\dfrac{4}{5}$

別解として，関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$ であることを利用し，$a\times(1+4)=5a$ とすることもできる。

ポイント》変化の割合のポイント

変化の割合とは，x の値が増加したときに，y の値がどれだけ変化するかを示すもの。

［公式］ 変化の割合$=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。

また，グラフの形状によって，注意点が異なる。

・直線のグラフ(比例 $y=ax$，一次関数 $y=ax+b$)

→変化の割合は一定で，定数 a の値に等しい。

・曲線のグラフ$\left(\text{反比例}y=\dfrac{a}{x}\text{，関数}y=ax^2\right)$

→変化の割合は一定でないため，**［公式］**を利用して計算する必要がある。

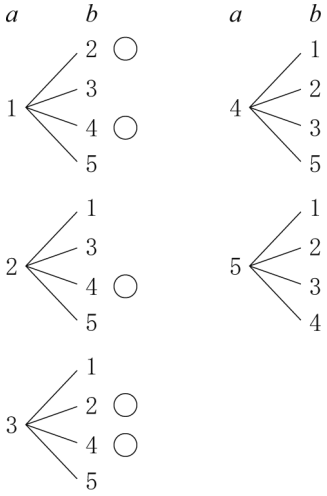
※関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$ で求められる。

問4 玉の取り出し方を樹形図で表すと**図1**にようになる。

$\dfrac{3b}{2a}$の値が整数になる場合の数は，図の○印より，5 通りである。

よって，求める確率は，$\dfrac{5}{20}=\dfrac{1}{4}$

図1



ポイント》確率のポイント

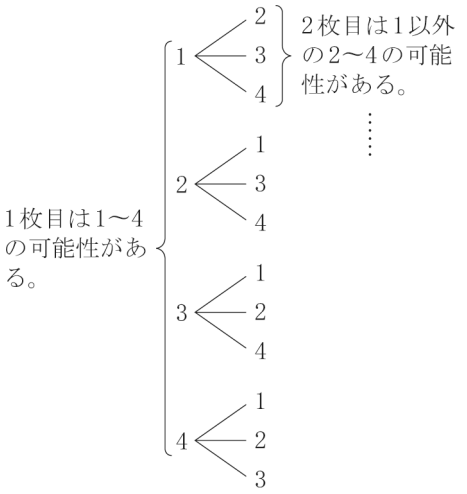
① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④　樹形図は「起こりうる場合」を縦に並べてかいていく。

例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



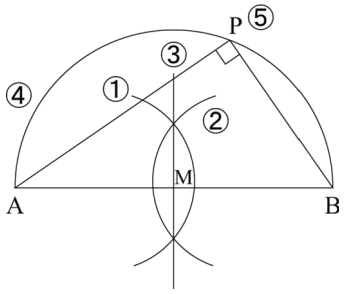
問５

ポイント》具体的な角度を作図するには

作図でかくことができる角度は，90°，60°の足し算・引き算や 2 倍，$\frac{1}{2}$倍など（厳密にはそれ以外でも作図可能な角度はある）。

90°は，基本的な垂線の作図のほか，半円の弧に対する円周角の性質を利用した作図方法（**図１**）がある。

図１



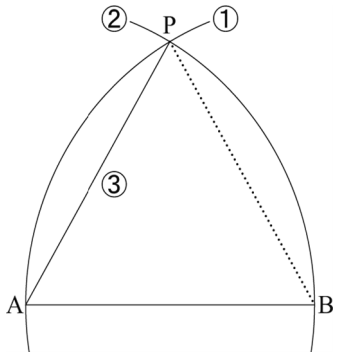
①〜③　線分 AB の垂直二等分線を作図し，線分 AB の中点 M をとる。

④　点 M を中心として，AM，BM が半径となるような円を作図する。

⑤　④で描いた円周上に任意の点 P をとり，A と P，B と P を結ぶと，∠APB＝90°となる。

60°は，正三角形を作図する（**図２**）。

図２



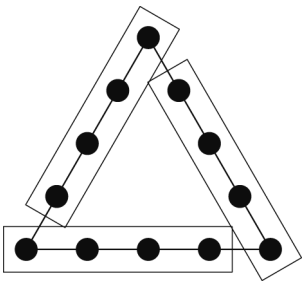
①・②　点 A，B をそれぞれ中心として半径 AB の円をかき，その交点を P とする。

③　A と P を結ぶと，∠PAB＝60°となる（△APB が正三角形となる）。

これらの角の二等分線を作図すれば，45°や 30°，15°を作図できる。

問６　(1) 正三角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ 5 個となるように碁石を並べたときの碁石の個数は，**図２**のように，「碁石 4 個を 1 セットとし，それを 3 セット並べた」とすると，4×3＝12(個)
正 a 角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ b 個となるように碁石を並べたときも同様にして，「碁石$(b-1)$個を 1 セットとし，それを a セット並べた」と考えて，
$(b-1)\times a=ab-a$(個)

図２



(2) (1)と同様にして，正 n 角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ n 個となるように碁石を並べたときの碁石の個数は，「碁石$(n-1)$個を 1 セットとし，それを n セット並べた」と考えられるので，
$(n-1)\times n=n^2-n$(個)　また，正$(n+2)$角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ$(n+1)$個となるように碁石を並べたときの碁石の個数は，「碁石 n 個を 1 セットとし，それを$(n+2)$セット並べた」と考えられるので，$n\times(n+2)=n^2+2n$(個)
よって，n^2-n(個)は，n^2+2n(個)よりも 24 個少なかったので，$(n^2+2n)-(n^2-n)=24$
⇒　$3n=24$　⇒　$n=8$

ポイント》「～は…より多い／少ない」の立式
X は Y より a 多い　⇒　X＞Y だから，$X-Y=a$
X は Y より b 少ない　⇒　X＜Y だから，$Y-X=b$

問７　(1) ヒバリ市とリンドウ市において，1 か月間に同じ量の水を使用したときに，水道料金が等しくなるのは，2 つの市の水道料金を表すグラフが交わるときなので，グラフより，$x>20$ のときである。
$x>20$ のときの，ヒバリ市の x と y の関係を表す式は，$y=620+140\times10+170\times(x-20)=170x-1380$
リンドウ市の x と y の関係を表す式は，$y=900+110\times x=110x+900$
よって，それぞれのグラフの交点は，連立方程式 $\begin{cases} y=170x-1380 \\ y=110x+900 \end{cases}$ を解くことで，
$(x,\ y)=(38,\ 5080)$と求められる。よって，そのときの水道料金は，5080 円である。

(2) 1 か月間に水を $x\,\mathrm{m}^3$ 使用したときの水道料金を y 円とすると，1 か月当たりの基本料金が a 円，使用量 1 m^3 につき 80 円であるときの水道料金は，$y=80x+a$(円) … ① である。
1 か月間の水の使用量が 10 m^3 のとき，①の水道料金は，$y=80\times10+a=a+800$(円)　グラフより，ヒバリ市の水道料金は 620 円，リンドウ市の水道料金は 2000 円である。よって，$a+800$(円)が 620 円，2000 円のどちらよりも高くなるようにするので，$a+800=2000$　⇒　$a=1200$　より，基本料金を 1200 円よりも高くすればよい。
1 か月間の水の使用量が 30 m^3 のとき，①の水道料金は，$y=80\times30+a=a+2400$(円)，$x>20$ より，(1)で求めた式を用いると，ヒバリ市の水道料金は，$170\times30-1380=3720$(円)，リンドウ市の水道料金は，$110\times30+900=4200$(円)である。よって，$a+2400$(円)が 3720 円，4200 円のどちらよりも安くなるようにするので，$a+2400=3720$　⇒　$a=1320$　より，基本料金を 1320 円よりも安くすればよい。
以上のことから，求める a の値の範囲は，$1200<a<1320$

数-21-公-熊本-KS-03

3　【資料の活用】

問１　**ア**　範囲は，最大値と最小値の差のことであり，0 分以上 6 分未満の階級から，42 分以上 48 分未満の階級まで，各階級に該当する生徒がいることから，範囲は 6 分ではない。よって，誤り。なお，階級の幅は，6 分である。
イ　12 分以上 18 分未満の階級の度数が最多の 10 人であるから，最頻値は，その階級の階級値である
$\dfrac{12+18}{2}=15$(分)である。よって，正しい。

ウ　**イ**より，最頻値は 15 分である。また，34 人のデータにおける中央値は，データを小さい順に並べたときの 17 番目と 18 番目の平均値である。0 分以上 18 分未満の各階級の度数の合計は，1＋3＋10＝14(人)，0 分以上 24 分未満の各階級の度数の合計は，1＋3＋10＋8＝22(人)であることから，中央値が含まれる階級は，

18 分以上 24 分未満の階級である。よって，その階級値は，$\frac{18+24}{2}=21$(分)であるから，最頻値と，中央値が含まれる階級の階級値は等しくない。よって，誤り。

エ　**ウ**より，中央値が含まれる階級は，18 分以上 24 分未満の階級であり，その度数は 8 人である。よって，その相対度数は，$\frac{8}{34}=0.235\cdots\cdots<0.25$ だから，誤り。

オ　通学時間が 30 分以上の生徒の人数は，3＋2＋1＝6(人)である。よって，34 人の中の割合は，$\frac{6}{34}=0.176\cdots\cdots<0.2$ だから，正しい。

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用。

①　平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

②　中央値（メジアン）…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値

　⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均＝中央値

③　最頻値（モード）…資料中で，最も多く出てくる値

ポイント》相対度数の求め方

「相対」とは，他と比べるという意味。つまり，全体(度数の合計)と比べて，その度数がどれだけの割合かを表すのが「相対度数」である。よって，求め方は，

相対度数＝$\frac{\text{対象となる階級の度数}}{\text{度数の合計}}$

問２　問題文中の**図１**，**図２**のヒストグラムにおける，各階級の度数の差をそれぞれとると，0 分以上 6 分未満の階級では 1 人，6 分以上 12 分未満の階級では 4 人，12 分以上 18 分未満の階級では 3 人，それ以上の階級では 0 人であることがわかり，これが自転車で通学していない 8 人の生徒の通学時間のデータである。よって，その平均値は，各階級の階級値を利用することで，

$\frac{3\times1+9\times4+15\times3}{8}=10.5$(分)と求められる。よって，平均値は，10 分 30 秒。

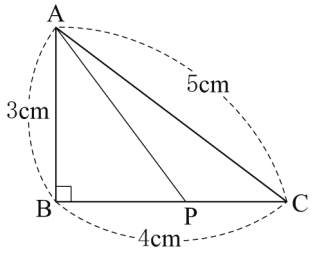
数-21-公-熊本-KS-04

4　【空間図形】

問１　**図１**のように，△ABC を取り出して考えると，△ABP∽△CBA より，AB：CB＝BP：BA

⇒　3：4＝BP：3　⇒　BP＝$\frac{9}{4}$(cm)

図１



問２　△ABP＝$\frac{1}{2}\times AB\times BP=\frac{1}{2}\times3\times\frac{9}{4}=\frac{27}{8}$(cm^2)より，

三角すい EABP の体積は，

$\frac{1}{3}\times\triangle ABP\times BE=\frac{1}{3}\times\frac{27}{8}\times4=\frac{9}{2}$(cm^3)

問３　△ABC＝$\frac{1}{2}\times AB\times BC=\frac{1}{2}\times3\times4=6$(cm^2)より，三角柱 ABC－DEF の体積は，

△ABC×AD＝6×4＝24(cm^3)

よって，三角すい EABQ の体積は，$24\times\frac{1}{20}=\frac{6}{5}$(cm^3)

三角すい EABP と三角すい EABQ の高さは等しいので，その体積比は，底面積の比と等しい。

このことから，△ABP：△ABQ＝$\frac{9}{2}$：$\frac{6}{5}$＝15：4

また，△ABP：△ABQ＝AP：AQ＝15：4 より，AQ：QP＝4：11

数-21-公-熊本-KS-05A

5 【問題Ａ】 【関数のグラフと図形】

問１ 点Ａは，x 座標が-2 であり，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあるので，その y 座標は，

$y=\frac{1}{4}\times(-2)^2=1$

問２ 点Ｂの y 座標は，点Ａの y 座標より 3 だけ大きいことから，$1+3=4$ であり，点Ｂは，

関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあるので，$4=\frac{1}{4}x^2$ ⇒ $x=\pm4$ ⇒ 点Ｂの x 座標は正であることから，

$x=4$ よって，点Ｂの座標はＢ(4，4)

問３ **問１**，**問２**より，2 点Ａ，Ｂの座標は，Ａ$(-2，1)$，Ｂ(4，4)である。直線ＡＢの式を $y=ax+b$ とおき，2 点Ａ，Ｂの座標を代入してできる連立方程式 $\begin{cases}1=-2a+b\\4=4a+b\end{cases}$ を解くと，$(a，b)=\left(\frac{1}{2}，2\right)$ なので，直線ＡＢの式は，$y=\frac{1}{2}x+2$ である。

ポイント》直線の式の求め方

① $y=ax+b$ とおく。

② その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「(x,y)：対応する x,y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

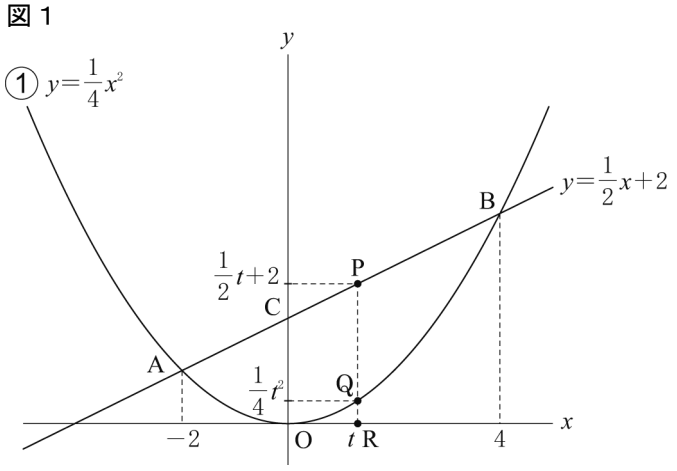
問４ **図１**のように，点Ｐの x 座標を t とおくと，

点Ｐが関数 $y=\frac{1}{2}x+2$ のグラフ上にあることから，その y 座標は，$y=\frac{1}{2}t+2$，

点Ｑが関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあることから，その y 座標は，$y=\frac{1}{4}t^2$，

点Ｒが x 軸上にあることから，その y 座標は，0 である。

図１



よって，$PQ=\frac{1}{2}t+2-\frac{1}{4}t^2=-\frac{1}{4}t^2+\frac{1}{2}t+2$，$QR=\frac{1}{4}t^2$ より，

$PQ:QR=\left(-\frac{1}{4}t^2+\frac{1}{2}t+2\right):\frac{1}{4}t^2=5:1$ ⇒ $\frac{5}{4}t^2=-\frac{1}{4}t^2+\frac{1}{2}t+2$ ⇒ $3t^2-t-4=0$

⇒ 二次方程式の解の公式より，$t=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times3\times(-4)}}{2\times3}=\frac{1\pm\sqrt{49}}{6}=\frac{1\pm7}{6}$

⇒ $t=\frac{4}{3}$，-1 点Ｐは線分ＢＣ上にあることから，$0\leqq t\leqq4$ より，$t=\frac{4}{3}$

よって，点Ｐの y 座標は，$y=\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}+2=\frac{8}{3}$ だから，点Ｐの座標は，$P\left(\frac{4}{3}，\frac{8}{3}\right)$

数-21-公-熊本-KS-05B

5 【問題Ｂ】 【関数のグラフと図形】

問１ 点Ａは，y 座標が 3 であり，関数 $y=-x+1$ のグラフ上にあるので，その x 座標は，

$3=-x+1$ ⇒ $x=-2$ よって，点Ａの座標はＡ$(-2，3)$

また，点Ａは，関数 $y=ax^2$ のグラフ上にもあるので，$3=a\times(-2)^2$ よって，$a=\frac{3}{4}$

問２　問１より，関数㋐のグラフの式は，$y=\frac{3}{4}x^2$

点 C は，x 座標が 4 であり，関数 $y=\frac{3}{4}x^2$ のグラフ上にあるので，その y 座標は，$y=\frac{3}{4}\times4^2=12$

よって，点 C の座標は，C(4，12)

直線 AC の式を $y=mx+n$ とおき，2 点 A，C の座標を代入してできる連立方程式 $\begin{cases}3=-2m+n\\12=4m+n\end{cases}$ を解くと，$(m，n)=\left(\frac{3}{2}，6\right)$ なので，直線 AC の式は，$y=\frac{3}{2}x+6$ である。

ポイント》直線の式の求め方

①　$y=ax+b$ とおく。

②　その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「(x,y)：対応する x,y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

問３　(1) 点 B の x 座標は，点 A の x 座標より $\frac{8}{3}$ だけ大きいことから，$-2+\frac{8}{3}=\frac{2}{3}$ である。

点 P の x 座標を t とおくと，点 P が関数 $y=\frac{3}{4}x^2$ のグラフ上にあることから，その y 座標は，$y=\frac{3}{4}t^2$，

点 Q が関数 $y=\frac{3}{2}x+6$ のグラフ上にあることから，その y 座標は，$y=\frac{3}{2}t+6$，

点 R が関数 $y=-x+1$ のグラフ上にあることから，その y 座標は，$y=-t+1$ である。

よって，$PQ=\frac{3}{2}t+6-\frac{3}{4}t^2=-\frac{3}{4}t^2+\frac{3}{2}t+6$，$PR=\frac{3}{4}t^2-(-t+1)=\frac{3}{4}t^2+t-1$ より，

$PQ：PR=\left(-\frac{3}{4}t^2+\frac{3}{2}t+6\right)：\left(\frac{3}{4}t^2+t-1\right)=3：1$　⇒　$\left(\frac{3}{4}t^2+t-1\right)\times3=-\frac{3}{4}t^2+\frac{3}{2}t+6$

⇒　$2t^2+t-6=0$

二次方程式の解の公式より，$t=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times2\times(-6)}}{2\times2}=\frac{-1\pm\sqrt{49}}{4}=\frac{-1\pm7}{4}$

$t=\frac{3}{2}$，-2　点 P は 2 点 B，C の間にあることから，$\frac{2}{3}\leqq t\leqq4$ より，$t=\frac{3}{2}$

(2) ここまでの状況をまとめると，**図１**のようになる。3 点 A，B，R の x 座標を利用することで，

$AB：BR=\left\{\frac{2}{3}-(-2)\right\}：\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\right)=16：5$ とわかるから，$\triangle APR=\frac{21}{16}\triangle ABP$

$PQ：PR=3：1$ より，

$\triangle ARQ=\frac{4}{1}\triangle APR=\frac{4}{1}\times\frac{21}{16}\triangle ABP$

$=\frac{21}{4}\triangle ABP$

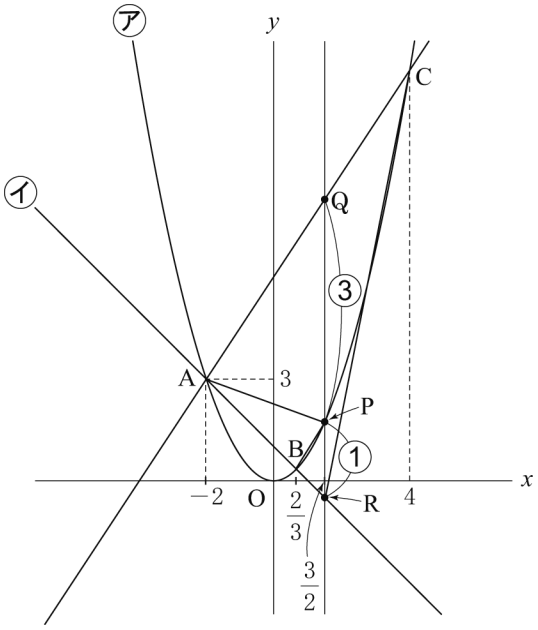
3 点 A，Q，C の x 座標を利用することで，

$AQ：QC=\left\{\frac{3}{2}-(-2)\right\}：\left(4-\frac{3}{2}\right)=7：5$ とわかるから，$\triangle ARC=\frac{12}{7}\triangle ARQ$

$=\frac{12}{7}\times\frac{21}{4}\triangle ABP=9\triangle ABP$

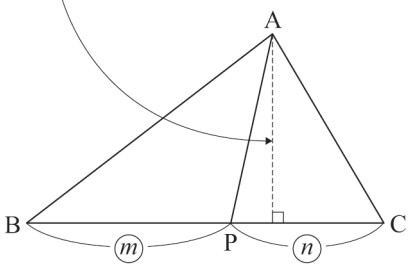
よって，$\triangle ARC$ の面積は，$\triangle ABP$ の面積の 9 倍である。

図１



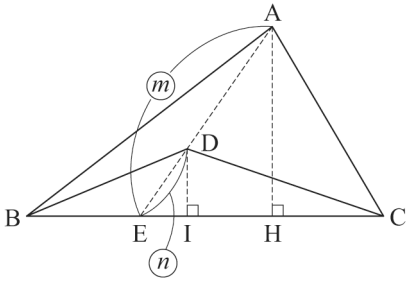
ポイント》面積比は 3 パターン！

① 高さが共通→底辺の比＝面積比



△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

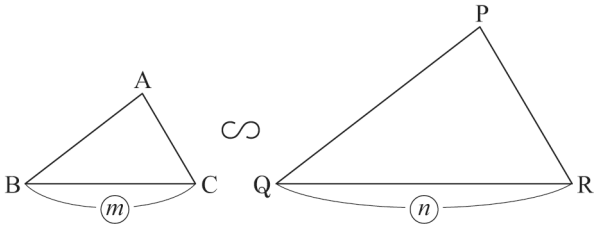
② 底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE

△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

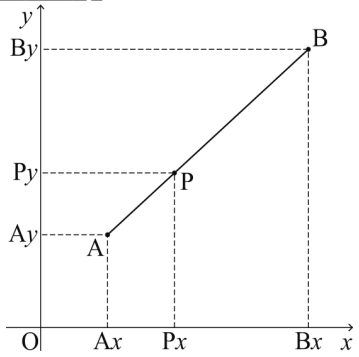
③ 相似→相似比の 2 乗＝面積比



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，

△ABC：△PQR＝m^2：n^2

ポイント》グラフ上の線分比は，x 座標または y 座標を基準にして考える！



⇒ AP：PB ＝ A_xP_x：P_xB_x ＝ A_yP_y：P_yB_y

6 【問題Ａ】 【平面図形】

問２ (1) **問１**より，△DCO と△AEO は，∠DCO＝∠DOC＝∠AEO＝∠AOE より，2 組の角がそれぞれ等しいので，△DCO∽△AEO　さらに，半円 O の半径だから，DO＝AO より，その相似比は 1 : 1 だから，△DCO≡△AEO　よって，OC＝OE＝1(cm)

BC＝OC＋OB＝6(cm)，DE＝OD－OE＝4(cm)で，**問１**より，△BDC∽△DFE なので，その相似比は，BC : DE＝6 : 4＝3 : 2　よって，その面積比は，△BDC : △DFE＝$3^2 : 2^2$＝9 : 4

したがって，△BDC の面積は，△DFE の面積の$\frac{9}{4}$倍である。

(2) (1)より，△BDC＝$\frac{9}{4}$△DFE

＝$\frac{9}{4}\times 2\sqrt{11}=\frac{9\sqrt{11}}{2}$(cm^2)

CO : OB＝1 : 5 より，△BDO＝$\frac{5}{6}$△BDC

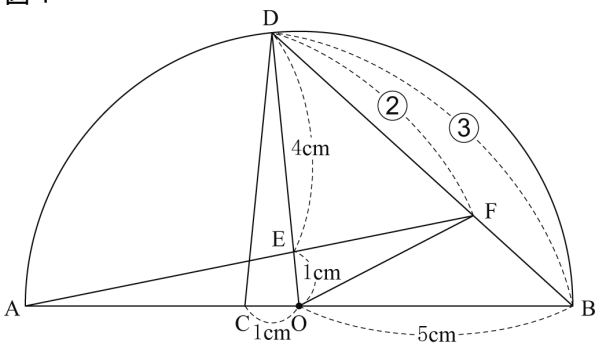
図１のように，△BDC∽△DFE より，

BD : DF＝3 : 2　⇒　DF : FB＝2 : 1

よって，△BFO＝$\frac{1}{3}$△BDO＝$\frac{1}{3}\times\frac{5}{6}$△BDC

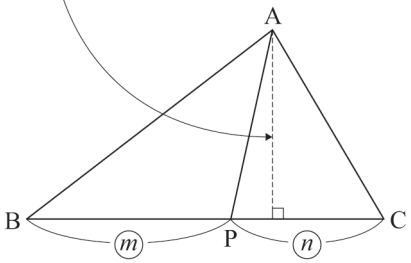
＝$\frac{5}{18}$△BDC＝$\frac{5}{18}\times\frac{9\sqrt{11}}{2}=\frac{5\sqrt{11}}{4}$(cm^2)

図１



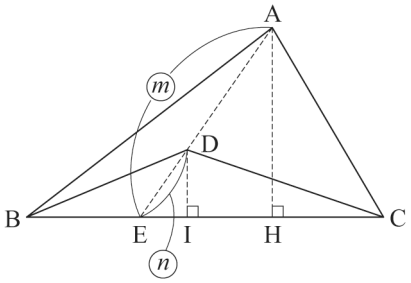
ポイント》面積比は 3 パターン！

① 高さが共通→底辺の比＝面積比



△ABP : △ACP＝BP : PC＝m : n

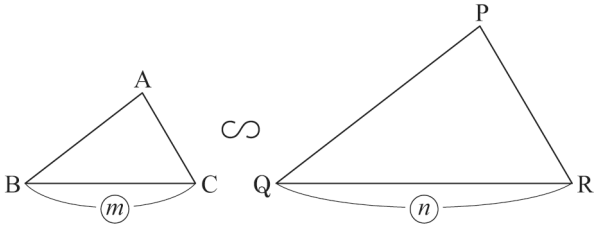
② 底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH : DI＝AE : DE

△ABC : △DBC＝AH : DI＝AE : DE＝m : n

③ 相似→相似比の 2 乗＝面積比



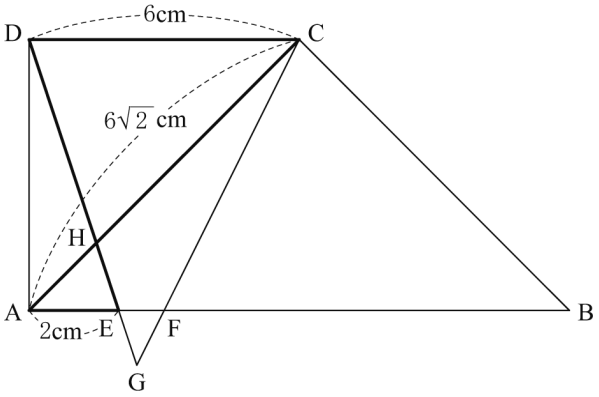
△ABC∽△PQRで，相似比がm : nのとき，

△ABC : △PQR＝m^2 : n^2

6 【問題Ｂ】 【平面図形】

問２　△ACD は，∠ADC＝90°の直角二等辺三角形であり，AC＝$6\sqrt{2}$ cm であることから，
DC：AC＝1：$\sqrt{2}$　⇒　DC：$6\sqrt{2}$＝1：$\sqrt{2}$
⇒　DC＝6(cm)
∠DCA＝∠CAB＝45°だから，錯角が等しいので，DC//AB
図１のように，△HDC と△HEA において，平行線と線分の比から，
DH：EH＝DC：EA＝6：2＝3：1

図１



また，**図２**のように，直角二等辺三角形 ABC の頂点 C から底辺 AB に垂線 CM をおろすと，点 M は底辺 AB の中点となり，△ACM は AM＝CM＝6(cm)の直角二等辺三角形となる。
△CFM において，三平方の定理より，
$FM^2=CF^2-CM^2=(3\sqrt{5})^2-6^2=9$
⇒　FM＞0 より，FM＝3(cm)
EF＝AM－AE－FM＝6－2－3＝1(cm)

図２

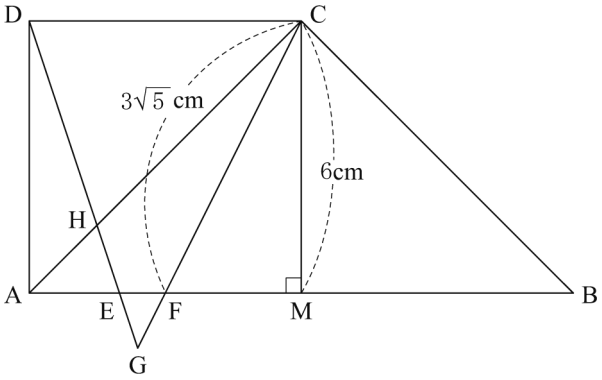


図３のように，DC//EF より，△GDC において，平行線と線分の比から，
GE：GD＝EF：DC＝1：6
⇒　DE：EG＝5：1
DH：EH＝3：1＝15：5,
DE：EG＝5：1＝20：4 より，
DH：HE：EG＝15：5：4
よって，DH：HG＝15：9＝5：3

図３

