H29　京都府(前)　公立　数学　問題

数-17-公-京都(前)-問-01

1　次の**問１**～**問９**に答えよ。

問１　$\frac{27}{4} \div \left(-\frac{3}{8}\right) - (-12) \times \left(-\frac{5}{2}\right)$　を計算せよ。

問２　$\frac{5a-2b}{8} - \frac{3a-4b}{5}$　を計算せよ。

問３　$\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{6}} - \frac{10}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{4}{3}}$　を計算せよ。

問４　6 cm の距離が実際の 4.5 km の距離を表している地図がある。この地図上の距離が 16 cm である 2 つの地点の間の実際の距離は何 km か求めよ。

問５　y は x に反比例し，$x=2$ のとき $y=-9$ である。$x=-6$ のとき，y の値を求めよ。

問６　方程式　$4x-3y=6x-2y-2=19$　を解け。

問７　二次方程式　$(2x-5)(x-2)=(x-1)^2+4$　を解け。

問８　△ABC があり，AB＝12 cm，BC＝8 cm，∠ACB＝90° のとき，辺 CA の長さを求めよ。

問９　右の表は，ある中学校に通う 1 年生女子 40 人のハンドボール投げの記録を調べ，その結果をまとめたものである。この表から，ハンドボール投げの記録の平均値と最頻値（モード）を求めよ。

記録(m)	度数(人)
0以上 ～ 6未満	6
6 ～ 12	10
12 ～ 18	14
18 ～ 24	8
24 ～ 30	2
計	40

数-17-公-京都(前)-問-02

2　それぞれに 1 から 6 までの目がある大小 2 つのさいころを同時に投げる。大きいさいころの出た目の数を m，小さいさいころの出た目の数を n とする。

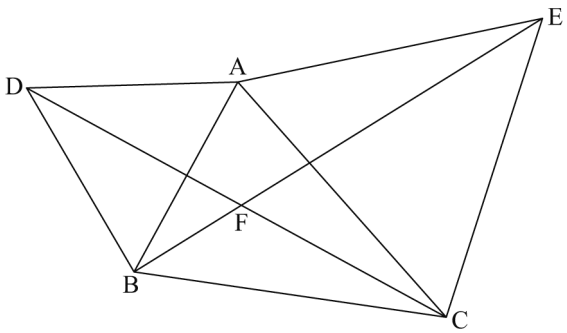
このとき，次の**問１・問２**に答えよ。ただし，それぞれのさいころの 1 から 6 までの目の出方は同様に確からしいものとする。

問１　$\dfrac{m}{n}$ が整数となる確率を求めよ。また，$\dfrac{m}{n}$ が有理数となる確率を求めよ。

問２　$\dfrac{1}{2} \leqq \dfrac{m}{n} < 3$ となる確率を求めよ。

数-17-公-京都(前)-問-03

3　右の図のように，△ABC があり，∠BAC は鋭角で，AB＜AC である。△ABC と同じ平面上に 2 点 D，E を，△ADB と△ACE がともに正三角形となるようにとる。また，2 点 C，D を通る直線と，2 点 B，E を通る直線との交点を F とする。



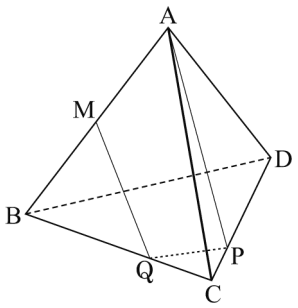
このとき，次の**問１・問２**に答えよ。ただし，点 D は直線 AB に対して点 C と同じ側にないものとし，点 E は直線 AC に対して点 B と同じ側にないものとする。

問１　△ABE≡△ADC を証明せよ。

問２　∠ADC＝29°，∠BEC＝42° のとき，∠BAC と∠DFE の大きさをそれぞれ求めよ。

数-17-公-京都(前)-問-04

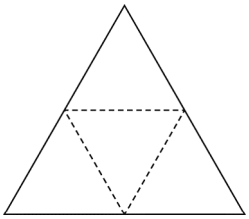
4 右の図のような，1辺の長さが5 cmの正四面体ABCDがあり，辺ABの中点をMとする。また，2点P，Qをそれぞれ辺CD，BC上に，3つの線分AP，PQ，QMの長さの和AP＋PQ＋QMが最短となるようにとる。



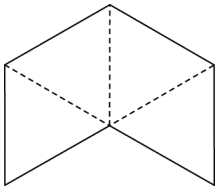
このとき，次の**問1**～**問3**に答えよ。

問1 正四面体の展開図として**適当でないもの**を，次の(**ア**)～(**ウ**)から1つ選べ。

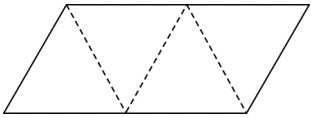
(**ア**)



(**イ**)



(**ウ**)



問2 AP＋PQ＋QMを求めよ。

問3 正四面体ABCDと四面体MQCPの体積の比を最も簡単な整数の比で表せ。

数-17-公-京都(前)-問-05

5 1辺の長さが12 cmの正方形が2つある。右の**図1**のように，それぞれの正方形から1辺の長さが4 cmの正方形を4つ切り取ってできた図形を図形P，図形Qとし，それぞれの底辺をAB，CDとする。

右の**図2**のように，図形Qを固定し，図形Qと同じ平面上に図形Pを4点A，B，C，Dがこの順に一直線上にあるように置く。その後，2点A，Bが直線CD上にある状態で，図形Pを矢印の方向に毎秒1 cmの速さで平行移動させる。点Bが点Cの位置にきたときからx秒後の，図形Pと図形Qが重なった部分の面積をy cm^{2}とする。

このとき，次の**問1**～**問3**に答えよ。ただし，図形Pと図形Qは直線CDに対して同じ側にあるものとする。

図1

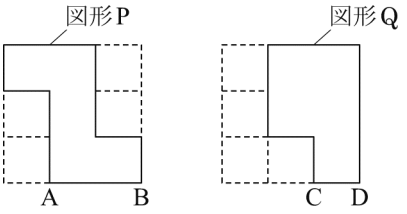
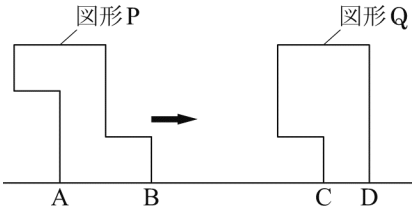


図2

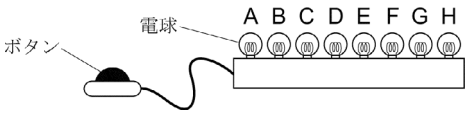


問1 $x=2$のとき，yの値を求めよ。また，$x=5$のとき，yの値を求めよ。

問2 $8<x<12$のとき，線分ACの長さをxを用いて表せ。また，このときのyをxの式で表せ。

問3 2回目にyの値が60になるのは，1回目にyの値が60になったときから何秒後か求めよ。

6 右の図のような，1つのボタンと8個の電球A～Hをつないだ装置がある。それぞれの電球は次の〈**規則**〉にしたがって，点灯と消灯が切り替わる。



〈**規則**〉

- 電球Aは，ボタンを1回押すごとに切り替わる。
- 電球Bは，ボタンを2回押すごとに切り替わる。
- 電球Cは，ボタンを 2^2 回押すごとに切り替わる。
- 電球Dは，ボタンを 2^3 回押すごとに切り替わる。
- 電球Eは，ボタンを 2^4 回押すごとに切り替わる。
- 電球Fは，ボタンを 2^5 回押すごとに切り替わる。
- 電球Gは，ボタンを 2^6 回押すごとに切り替わる。
- 電球Hは，ボタンを 2^7 回押すごとに切り替わる。

ボタンが1回も押されておらず，すべての電球が消灯している状態から，ボタンを1回目，2回目，3回目，…とくり返し押していく。次の表は，1回目から7回目までについて，点灯に切り替わる電球を○，消灯に切り替わる電球を●で表したものである。

	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	6回目	7回目
電球A	○	●	○	●	○	●	○
電球B		○		●		○	
電球C				○			
電球D							
電球E							
電球F							
電球G							
電球H							

ボタンを押した回数が5回のときに点灯している電球は，電球Aと電球Cである。

このとき，次の**問1**～**問4**に答えよ。

問1 ボタンを押した回数が10回のときに点灯している電球を，A～Hから**すべて**選べ。

問2 次の文は，電球Eについて述べたものである。文中の ① ・ ② に当てはまる数をそれぞれ求めよ。

> 電球Eは，ボタンを押した回数が ① の倍数になるときに消灯に切り替わり，そこからさらにボタンを ② 回押したときにふたたび点灯に切り替わる。

問3 ボタンを押した回数が64回のときに点灯している電球は何個か求めよ。

問4 ボタンを押した回数が2017回のときに点灯している電球を，A～Hから**すべて**選べ。

H29　京都府(前)　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-17-公-京都(前)-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４	km		
		問５	$y=$		
		問６	$x=$　　，$y=$		
		問７	$x=$		
		問８	cm		
		問９	平均値　　m		
			最頻値 (モード)　　m		
数-17-公-京都(前)-KY-02	2	問１	整数となる 確率		
			有理数となる 確率		
		問２			
数-17-公-京都(前)-KY-03	3	問１			
		問２	∠BAC＝　　°		
			∠DFE＝　　°		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−17−公−京都（前）−KY−04	4	問１	ア　　イ　　ウ		
		問２	cm		
		問３	正四面体 ABCD：四面体 MQCP＝　　：		
数−17−公−京都（前）−KY−05	5	問１	$x=2$ のとき　　$y=$		
			$x=5$ のとき　　$y=$		
		問２	AC＝　　cm		
			$y=$		
		問３	秒後		
数−17−公−京都（前）−KY−06	6	問１	A　B　C　D　E　F　G　H		
		問２	①		
			②		
		問３	個		
		問４	A　B　C　D　E　F　G　H		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-17-公-京都(前)-K-01	1	問1	-48	2	
		問2	$\dfrac{a+22b}{40}$	2	$\dfrac{1}{40}a+\dfrac{11}{20}b$ も可
		問3	$-\sqrt{3}$	2	
		問4	12　km	2	
		問5	$y=3$	2	
		問6	$x=\dfrac{5}{2}$，$y=-3$	2	完全解答，$x=2.5$ も可
		問7	$x=\dfrac{7\pm\sqrt{29}}{2}$	2	完全解答，$\dfrac{7}{2}\pm\dfrac{\sqrt{29}}{2}$ も可
		問8	$4\sqrt{5}$　cm	2	
		問9	平均値　13.5　m	1	
			最頻値(モード)　15　m	1	
数-17-公-京都(前)-K-02	2	問1	整数となる確率　$\dfrac{7}{18}$	2	
			有理数となる確率　1	1	
		問2	$\dfrac{25}{36}$	2	
数-17-公-京都(前)-K-03	3	問1	(例) △ABE と△ADC で， △ADB は正三角形なので，　AB＝AD　……① △ACE は正三角形なので，　AE＝AC　……② また，正三角形の内角はすべて 60° だから， ∠BAE＝∠BAC＋60°，∠DAC＝∠BAC＋60° よって，　∠BAE＝∠DAC　……③ ①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので， △ABE≡△ADC	4	
		問2	∠BAC＝73　°	1	
			∠DFE＝120　°	1	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-17-公-京都(前)-K-04	4	問1	㋑	1	
		問2	$\frac{5\sqrt{13}}{2}$ cm	2	
		問3	正四面体 ABCD：四面体 MQCP＝　　24：1	3	
数-17-公-京都(前)-K-05	5	問1	$x=2$ のとき　　$y=24$	1	
			$x=5$ のとき　　$y=52$	1	
		問2	AC＝$(x-8)$ cm	1	(　) なしも可
			$y=-12x+160$	1	
		問3	$\frac{4}{3}$ 秒後	3	
数-17-公-京都(前)-K-06	6	問1	㋑　㋓	2	完全解答
		問2	①　32	1	
			②　16	1	
		問3	1 個	2	
		問4	㋐　㋕　㋖　㋗	2	完全解答

数-17-公-京都(前)-KS-01

1　問1　$\frac{27}{4}\div\left(-\frac{3}{8}\right)-(-12)\times\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{27}{4}\times\left(-\frac{8}{3}\right)-30=-18-30=-48$

問2　$\frac{5a-2b}{8}-\frac{3a-4b}{5}=\frac{5(5a-2b)-8(3a-4b)}{40}=\frac{25a-10b-24a+32b}{40}=\frac{a+22b}{40}$

問3　$\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{6}}-\frac{10}{\sqrt{3}}+\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{3}}-\frac{10\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{3}-\frac{10\sqrt{3}}{3}+\frac{2\sqrt{3}}{3}=-\frac{3\sqrt{3}}{3}=-\sqrt{3}$

問4　求める距離を x km とする。x km＝100000 x cm だから，

$6:450000=16:100000x$　$6\times100000x=450000\times16$　$60x=720$　$x=12$

問5　$y=\frac{a}{x}$ として，$x=2$，$y=-9$ を代入すると，$-9=\frac{a}{2}$　$a=-18$　よって，$y=-\frac{18}{x}$

$y=-\frac{18}{x}$ に $x=-6$ を代入すると，$y=-\frac{18}{-6}=3$

問6　$\begin{cases}4x-3y=19\\6x-2y-2=19\end{cases}$ より，$\begin{cases}4x-3y=19\\6x-2y=21\end{cases}$　$4x-3y=19\cdots①$，$6x-2y=21\cdots②$とする。

①×2−②×3 より，$8x-18x=38-63$　$-10x=-25$　$x=\frac{5}{2}\cdots③$

①に③を代入して，$4\times\frac{5}{2}-3y=19$　$10-3y=19$　$-3y=9$　$y=-3$

問7　$(2x-5)(x-2)=(x-1)^2+4$　$2x^2-4x-5x+10=x^2-2x+1+4$　$x^2-7x+5=0$

解の公式を利用して，$x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times1\times5}}{2\times1}=\frac{7\pm\sqrt{29}}{2}$

問8　∠ACB＝90°より，辺 AB が斜辺となる。辺 CA の長さを x cm とすると，

$8^2+x^2=12^2$　$64+x^2=144$　$x^2=80$　$x>0$ だから，$x=4\sqrt{5}$

問9　平均値は，$(3\times6+9\times10+15\times14+21\times8+27\times2)\div40=540\div40=13.5$ (m)

最頻値(モード) は，度数の最も多い階級の階級値だから，15 m

数-17-公-京都(前)-KS-02

2　問1　大小 2 つのさいころの目の出方は全部で 36 通り。このうち，$\frac{m}{n}$ が整数となる場合は，

$(m,\ n)=(1,\ 1),\ (2,\ 1),\ (2,\ 2),\ (3,\ 1),\ (3,\ 3),\ (4,\ 1),\ (4,\ 2),\ (4,\ 4),\ (5,\ 1),\ (5,\ 5),\ (6,\ 1),$

$(6,\ 2),\ (6,\ 3),\ (6,\ 6)$ の 14 通り。よって，$\frac{m}{n}$ が整数となる確率は，$\frac{14}{36}=\frac{7}{18}$

また，有理数とは，整数 a と，0 でない整数 b を使って，分数 $\frac{a}{b}$ の形に表される数のことである。

整数 a も $\frac{a}{1}$ と表されるから，有理数である。よって，$\frac{m}{n}$ はかならず有理数となるから，その確率は 1

問2　$\frac{m}{n}\geqq3$ となる場合は，$(m,\ n)=(3,\ 1),\ (4,\ 1),\ (5,\ 1),\ (6,\ 1),\ (6,\ 2)$ の 5 通り。

$\frac{m}{n}<\frac{1}{2}$ となる場合は，$(m,\ n)=(1,\ 3),\ (1,\ 4),\ (1,\ 5),\ (1,\ 6),\ (2,\ 5),\ (2,\ 6)$ の 6 通り。

よって，$\frac{1}{2}\leqq\frac{m}{n}<3$ となる場合は，$36-(5+6)=25$ (通り) だから，求める確率は，$\frac{25}{36}$

数-17-公-京都(前)-KS-03

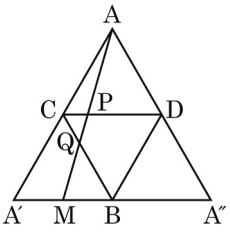
3　問1　正三角形の 3 つの辺がすべて等しいこと，3 つの角の大きさがすべて等しいことを利用して証明する。

問２　まず，**問１**より，△ABE≡△ADC だから，∠ABE＝∠ADC＝29°
また，∠AEB＝∠AEC－∠BEC＝60°－42°＝18°より，△ABE において，三角形の内角の和は 180°だから，∠BAE＝180°－(29°＋18°)＝133°　よって，∠EAC＝60°より，∠BAC＝133°－60°＝73°
次に，△ABE≡△ADC より，∠ACD＝∠AEB＝18°だから，∠ECF＝∠ECA＋∠ACD
＝60°＋18°＝78°　よって，△EFC において，三角形の内角・外角の性質より，
∠DFE＝∠FEC＋∠ECF＝42°＋78°＝120°

数-17-公-京都(前)-KS-04

4　**問１**　正四面体の展開図は，(**ア**)と(**ウ**)の２種類しかない。

問２　右の図のように，正四面体 ABCD の**問１**の(**ア**)の展開図にかいて考える。
AP＋PQ＋QM が最短となるとき，3 つの線分 AP，PQ，QM は，右の図の線分 AM と重なる。
△AA′A″は，1 辺の長さが 5×2＝10 (cm) の正三角形だから，△AA′B は 30°，60°，90°の直角三角形になるので，AA′：AB＝2：$\sqrt{3}$
よって，10：AB＝2：$\sqrt{3}$ より，AB＝$5\sqrt{3}$ (cm)



BM＝5÷2＝$\frac{5}{2}$(cm)だから，AP＋PQ＋QM＝y cm とすると，
三平方の定理より，$\left(\frac{5}{2}\right)^2+(5\sqrt{3})^2=y^2$　$y^2=\frac{325}{4}$
$y>0$ だから，$y=\frac{5\sqrt{13}}{2}$

問３　右上の図で，CD // A′A″より，AP：PM＝AC：CA′＝1：1 だから，CP＝$\frac{1}{2}$A′M＝$\frac{1}{4}$CD
また，△CQP∽△BQM だから，CQ：BQ＝CP：BM＝CP：A′M＝1：2　よって，CQ＝$\frac{1}{3}$BC
△BCD＝S とすると，△QCP＝$\frac{1}{4}$△QCD＝$\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}$△BCD＝$\frac{1}{12}S$
ここで，正四面体 ABCD において，点 A と△BCD の距離を h とすると，点 M は辺 AB の中点だから，点 M と△BCD の距離は$\frac{1}{2}h$ と表される。よって，正四面体 ABCD と四面体 MQCP の体積の比は，
$\left(\frac{1}{3}\times S\times h\right):\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{12}S\times\frac{1}{2}h\right)=\frac{1}{3}Sh:\frac{1}{72}Sh=\frac{1}{3}:\frac{1}{72}=24:1$

数-17-公-京都(前)-KS-05

5　**問１**　x＝2 のとき，y＝8×2＋4×2＝24　x＝5 のとき，y＝4×5＋4×4＋4×4＝52

問２　x＝0 のとき，点 B が点 C の位置にくるから，点 A は点 C の左側にあり，AC＝8 cm
x＝8 のとき，点 A が点 C の位置にくるから，8＜x＜12 のとき，点 A は点 C の右側にくる。
よって，8＜x＜12 のときの線分 AC の長さは，点 A が x 秒間に動いた長さから 8 cm をひいて求められる。点 A は毎秒 1 cm の速さで動くから，1×x－8＝x－8 (cm)
また，このときの y を x の式で表すと，y＝4×{8－(x－8)}＋8×{4－(x－8)}＝－12x＋160

問３　0≦x≦4 のとき 0≦y≦48 だから，y＝60 とはならない。
4≦x≦8 のとき 48≦y≦64 だから，y＝60 となる x の値が存在する。
このときの y を x の式で表すと，y＝4×x＋4×4＋4×4＝4x＋32
y＝4x＋32 に y＝60 を代入すると，60＝4x＋32　x＝7　4≦x≦8 を満たし，適する。
8≦x≦12 のとき 16≦y≦64 だから，y＝60 となる x の値が存在する。
このときの y を x の式で表すと，**問２**より，y＝－12x＋160 となるから，
y＝－12x＋160 に y＝60 を代入すると，60＝－12x＋160　$x=\frac{25}{3}$　8≦x≦12 を満たし，適する。
よって，$\frac{25}{3}-7=\frac{4}{3}$(秒後)

6 問１　$2^2=4$ (回)，$2^3=8$ (回)，$2^4=16$ (回)，$2^5=32$ (回)，$2^6=64$ (回)，$2^7=128$ (回)

$2^4>10$ より，電球 E～H は消灯のまま変化しない。

点灯している状態を□，消灯している状態を■とすると，電球Ａ～Ｄの 1～10 回目について，

電球Ａ…□■□■□■□■□■　電球Ｂ…■□□■■□□■■□

電球Ｃ…■■■□□□□■■■　電球Ｄ…■■■■■■■□□□　となる。

よって，点灯している電球は，電球Ｂ，Ｄ。

問２　電球Ａは，ボタンを押した回数が 2 の倍数になるときに消灯に切り替わる。

電球Ｂは，ボタンを押した回数が $4(=2^2)$ の倍数になるときに消灯に切り替わる。

電球Ｃは，ボタンを押した回数が $8(=2^3)$ の倍数になるときに消灯に切り替わる。

電球Ｄは，ボタンを押した回数が $16(=2^4)$ の倍数になるときに消灯に切り替わる。

よって，電球Ｅは，ボタンを押した回数が $32(=2^5)$ の倍数になるときに消灯に切り替わる。

また，電球Ｅは，ボタンを 16 回押すごとに点灯と消灯が切り替わるから，消灯に切り替わってからさらにボタンを 16 回押したときにふたたび点灯に切り替わる。

問３　電球Ｆ，Ｇ，Ｈはそれぞれ，ボタンを押した回数が $64(=2^6)$ の倍数，$128(=2^7)$ の倍数，$256(=2^8)$ の倍数になるときに消灯に切り替わる。

64 は 2，4，8，16，32，64 の倍数だから，ボタンを押した回数が 64 回のとき，電球Ａ～Ｆは消灯していることになる。

電球Ｇは，ボタンを 64 回押すと点灯に切り替わるから，点灯していることになる。

電球Ｈは，ボタンを 128 回押さないと点灯に切り替わらないから，消灯していることになる。

よって，点灯している電球は，電球Ｇの 1 個。

問４　ボタンを押した回数が 2017 回のとき，

電球Ａは，2017÷2＝1008 あまり 1 より，点灯している。

電球Ｂは，2017÷4＝504 あまり 1　1＜2 より，消灯している。

電球Ｃは，2017÷8＝252 あまり 1　1＜4 より，消灯している。

電球Ｄは，2017÷16＝126 あまり 1　1＜8 より，消灯している。

電球Ｅは，2017÷32＝63 あまり 1　1＜16 より，消灯している。

電球Ｆは，2017÷64＝31 あまり 33　33＞32 より，点灯している。

電球Ｇは，2017÷128＝15 あまり 97　97＞64 より，点灯している。

電球Ｈは，2017÷256＝7 あまり 225　225＞128 より，点灯している。

よって，点灯している電球は，電球Ａ，Ｆ，Ｇ，Ｈ。