Ｒ３　京都府(前)　公立　数学　問題

数-21-公-京都(前)-問-01

1　次の**問１**～**問９**に答えよ。

問１　$(-2)^2-(-6^2)\times\frac{2}{3}$　を計算せよ。

問２　$x-2y-\frac{x-9y}{5}$　を計算せよ。

問３　$(a+5)(a-3)-(a+4)(a-4)$　を計算せよ。

問４　y は x に反比例し，$x=-9$ のとき $y=\frac{8}{3}$ である。$x=4$ のときの y の値を求めよ。

問５　方程式　$2x+3y-5=4x+5y-21=10$　を解け。

問６　ある正多角形において，1 つの外角の大きさの 9 倍が，1 つの内角の大きさと等しいとき，この正多角形の辺の数を求めよ。

問７　絶対値が$\sqrt{10}$より小さい整数は全部で何個あるか求めよ。

問８　二次方程式　$x^2-8x-7=0$　を解け。

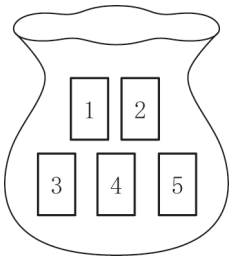
問９　次の表は，バスケットボール部に所属している太郎さんが，ある週の月曜日から金曜日までの 5 日間，フリースローを毎日 30 本行ったときの，フリースローを決めた本数を記録したものである。この表のうち，ある曜日の記録が誤っていることがわかり，その記録を n 本に訂正すると，5 日間の平均値と中央値がどちらもちょうど 15 本になった。このとき，記録が誤っていたのは何曜日か，下の**(ア)**～**(オ)**から 1 つ選べ。また，n の値を求めよ。

	月曜日	火曜日	水曜日	木曜日	金曜日
フリースローを決めた本数(本)	11	14	12	21	15

(ア)　月曜日　　**(イ)**　火曜日　　**(ウ)**　水曜日　　**(エ)**　木曜日　　**(オ)**　金曜日

数-21-公-京都(前)-問-02

2　右の図のように，1，2，3，4，5 の数が書かれたカードが 1 枚ずつ入っている袋がある。この袋からカードを 1 枚取り出し，それを袋にもどさずに，カードをもう 1 枚取り出す。最初に取り出したカードに書かれている数を a とし，袋の中に残った 3 枚のカードに書かれている数のうち最も小さい数を b とする。



このとき，次の**問１・問２**に答えよ。ただし，袋に入っているどのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

問１　$b=3$ となる確率を求めよ。

問２　$10a+b$ の値が素数となる確率を求めよ。

数-21-公-京都(前)-問-03

3 右の**図１**のように，台形 ABCD と長方形 EFGH がある。台形 ABCD は，1 辺が 8 cm の正方形 ABID と，∠CID＝90° の直角二等辺三角形 CDI に分けることができる。また，AB＝EF，BC＝FG である。

右の**図２**のように，台形 ABCD と長方形 EFGH を，4 点 B，C，F，G がこの順に直線ℓ上にあるように置く。長方形 EFGH を固定し，台形 ABCD を直線ℓにそって矢印の方向に毎秒 2 cm の速さで平行移動させ，点 C が点 G と重なったときに停止させる。点 C が点 F と重なったときから x 秒後の，台形 ABCD と長方形 EFGH が重なった部分の面積を y cm^2 とする。

図１

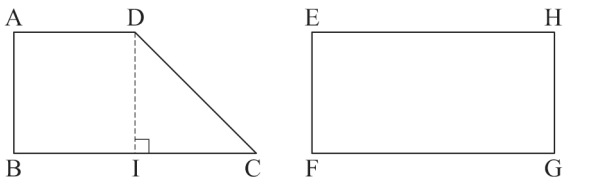
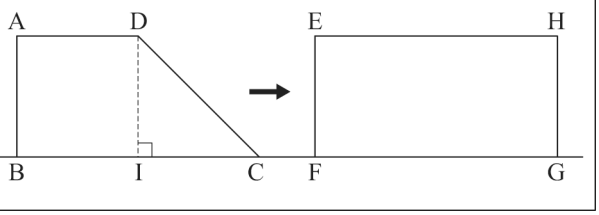


図２



このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。ただし，台形 ABCD と長方形 EFGH は同じ平面上にあり，直線ℓに対して同じ側にあるものとする。

問１　x＝3 のときの y の値を求めよ。また，x＝5 のときの y の値を求めよ。

問２　次の文章は，x と y の関係について述べたものである。文章中の ［①］・［②］ に当てはまるものを，下の(**ア**)～(**オ**)からそれぞれ 1 つずつ選べ。

0≦x≦4 のとき，y は ［①］。また，4≦x≦8 のとき，y は ［②］。

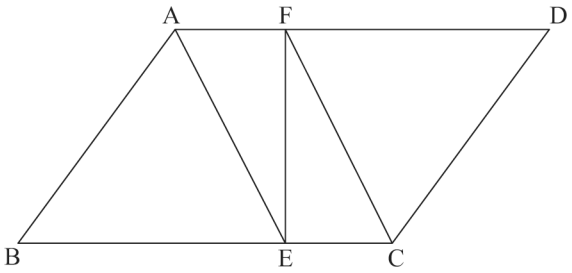
(**ア**)　x に比例する　　(**イ**)　x に反比例する　　(**ウ**)　x に比例しないが，x の一次関数である
(**エ**)　x の 2 乗に比例する　　(**オ**)　x の関数ではない

問３　x の値が 2 から 3 まで増加するときの y の増加量の 6 倍が，x の値が 3 から a まで増加するときの y の増加量と等しくなる。このときの a の値を求めよ。

数-21-公-京都(前)-問-04

4 右の図のように，平行四辺形 ABCD があり，辺 BC 上に点 E を，BE : EC＝5 : 2 となるようにとる。また，辺 AD 上に点 F を，∠AEF＝∠CFE となるようにとる。

このとき，次の**問１・問２**に答えよ。



問１　四角形 AECF は平行四辺形であることを証明せよ。

問２　線分 AC と線分 EF との交点を G，直線 AE と直線 CD との交点を H とするとき，四角形 CGEH と平行四辺形 ABCD の面積の比を最も簡単な整数の比で表せ。

数-21-公-京都(前)-問-05

5　点 O を中心とする球を，点 O を通る平面で切ってできる半球の形をした容器 X があり，右の**図１**のように，切り口を水平に保って満水にしてある。この切り口を円 O とすると，円 O の周の長さは 12π cm であった。また，右の**図２**のように，AD // BC の台形 ABCD があり，AD：BC＝3：1，CD＝12 cm，∠ADC＝90° である。台形 ABCD を，直線 CD を回転の軸として 1 回転させてできる立体の形をした容器 Y があり，空の容器 Y を，BC を半径とする円 C が底になるように水平な台の上に置く。右の**図３**のように，容器 Y に，容器 X に入っている水を残らず注ぐと，容器の底から水面までの高さは 9 cm になった。**図３**において，水面と線分 AB，線分 CD との交点をそれぞれ E，F とする。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。ただし，容器 X と容器 Y の厚さは考えないものとする。

図１

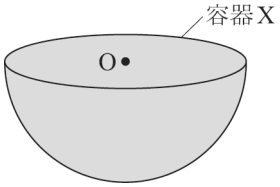


図２

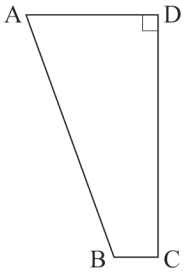
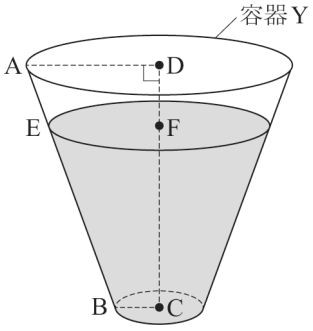


図３



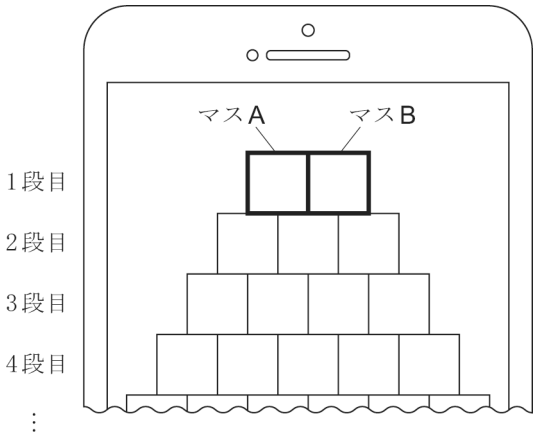
問１　円 O の半径を求めよ。また，**図１**において，容器 X に入っている水の体積を求めよ。

問２　AD：EF を最も簡単な整数の比で表せ。

問３　容器 Y の容積を求めよ。

6 プログラミング教室で，規則的に数を表示するプログラムをつくった。右の**図１**は，スマートフォンでこのプログラムを実行すると，初めに表示される画面の一部を表している。上の段から順に１段目，２段目，３段目，…とし，１段目には２個，２段目には３個，３段目には４個，…というように，n 段目には $(n+1)$ 個の正方形のマスが，左右対称となるように表示されている。１段目の左のマスをマスＡ，１段目の右のマスをマスＢとする。マスＡとマスＢに数をそれぞれ入力すると，次の〈**規則**〉に従って，２段目以降のマスに数が表示される。

図１



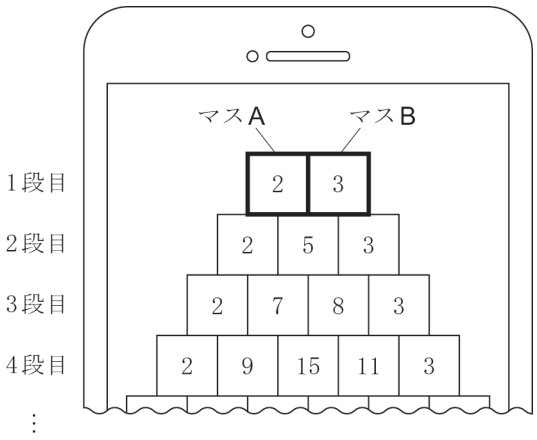
〈**規則**〉

・２段目以降の左端のマスには，マスＡに入力した数と同じ数が表示される。
・２段目以降の右端のマスには，マスＢに入力した数と同じ数が表示される。
・同じ段の隣り合う２つのマスに表示されている数の和が，その両方が接している１つ下の段のマスに表示される。

右の**図２**のように，たとえば，マスＡに 2，マスＢに 3 を入力すると，４段目の左から３番目のマスには，３段目の左から２番目のマスに表示されている 7 と，３段目の左から３番目のマスに表示されている 8 の和である 15 が表示される。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。ただし，すべてのマスにおいて，マスに表示された数字を画面上で確認することができるものとする。

図２



問１　マスＡに 3，マスＢに 4 を入力すると，４段目の左から２番目のマスに表示される数を求めよ。

問２　３段目の左から２番目のマスに 32，３段目の左から３番目のマスに -8 が表示されているとき，マスＡに入力した数と，マスＢに入力した数をそれぞれ求めよ。

問３　マスＡに 22，マスＢに -2 を入力したとき，m 段目の左から m 番目のマスに表示されている数の２乗が，$2m$ 段目の左から２番目のマスに表示されている数と一致した。このときの m の値を**すべて**求めよ。

Ｒ３　京都府(前)　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-京都(前)-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４	$y=$		
		問５	$x=$　　，$y=$		
		問６	本		
		問７	個		
		問８	$x=$		
		問９	ア　イ　ウ　エ　オ　$n=$		
数-21-公-京都(前)-KY-02	2	問１			
		問２			
数-21-公-京都(前)-KY-03	3	問１	$x=3$ のとき　$y=$		
			$x=5$ のとき　$y=$		
		問２	①　ア　イ　ウ　エ　オ		
			②　ア　イ　ウ　エ　オ		
		問３	$a=$		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-京都(前)-KY-04	4	問１				
		問２	四角形 CGEH：平行四辺形 ABCD＝　　：			
数-21-公-京都(前)-KY-05	5	問１	半径　　cm			
			体積　　cm^3			
		問２	AD：EF＝　　：			
		問３	cm^3			
数-21-公-京都(前)-KY-06	6	問１				
		問２	マスＡに 入力した数	マスＢに 入力した数		
		問３	m＝			

Ｒ３　京都府(前)　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-京都(前)-K-01	1	問１	28	2	
		問２	$\frac{4x-y}{5}$	2	$\frac{4}{5}x-\frac{1}{5}y$ も可
		問３	$2a+1$	2	
		問４	(y=)　-6	2	
		問５	(x=)　9,　(y=)　-1	2	完全解答
		問６	20　(本)	2	
		問７	7　(個)	2	
		問８	(x=)　$4\pm\sqrt{23}$	2	完全解答
		問９	㋑　　(n=)　16	2	完全解答
数-21-公-京都(前)-K-02	2	問１	$\frac{1}{10}$	2	0.1 も可
		問２	$\frac{2}{5}$	2	0.4 も可
数-21-公-京都(前)-K-03	3	問１	(x=3 のとき)　　(y=)　18	1	
			(x=5 のとき)　　(y=)　48	1	
		問２	①　　㋓	1	
			②　　㋒	1	
		問３	(a=)　$\frac{55}{8}$	3	6.875 も可

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-21-公-京都(前)-K-04	4	問１	(例) 四角形 AECF で, 平行四辺形 ABCD において AD // BC であるから, AF // EC　　……① 錯角∠AEF と∠CFE が等しいから, AE // FC　　……② ①，②から，2 組の向かいあう辺が，それぞれ平行であるから，四角形 AECF は平行四辺形である。	3	
		問２	(四角形 CGEH：平行四辺形 ABCD＝)　9　：　70	3	
数-21-公-京都(前)-K-05	5	問１	(半径)　6 (cm)	1	
			(体積)　144π (cm^3)	2	
		問２	(AD：EF＝)　6　：　5	2	
		問３	256π (cm^3)	3	
数-21-公-京都(前)-K-06	6	問１	13	2	
		問２	(マスＡに入力した数)　24　(マスＢに入力した数)　−16	2	完全解答
		問３	(m＝)　5，30	3	完全解答，順不同

数-21-公-京都(前)-KS-01

1　【小問集合】

問１　$(-2)^2-(-6^2)\times\frac{2}{3}=(-2)\times(-2)-(-6\times6)\times\frac{2}{3}=4-(-36)\times\frac{2}{3}=4+24=28$

ポイント》累乗の"効力"に注意！

$-\boxed{5^2}=-5\times5=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

問４　y は x に反比例するので，$y=\frac{a}{x}$，$xy=a$ という関係になっていることがわかる。

よって，$a=-9\times\frac{8}{3}=-24$　だから，y を x の式で表すと，$y=-\frac{24}{x}$

$x=4$ のとき，$y=-\frac{24}{4}=-6$

ポイント》関数の式と定数のまとめ

・y は x に比例する　→　式は $y=ax$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x に反比例する　→　式は $y=\frac{a}{x}$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x の１次関数である　→　式は $y=ax+b$，定数 a は「変化の割合」または「傾き」，定数 b は「切片」をそれぞれ表す。

・y は x の２乗に比例する　→　式は $y=ax^2$，定数 a を「比例定数」という。

問６　正 n 角形において，外角の和は 360°なので，１つの外角の大きさは，$\left(\frac{360}{n}\right)^\circ$ である。

また，内角の和は $180(n-2)$°なので，１つの外角の大きさは，$\left\{\frac{180(n-2)}{n}\right\}^\circ$ である。

よって，$\frac{360}{n}\times9=\frac{180(n-2)}{n}$　両辺に n をかけて，$360\times9=180(n-2)$

両辺を 180 で割って，$2\times9=n-2$　⇒　$n=20$　よって，正二十角形なので，辺の数は 20 本。

問７　$\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$　すなわち，$3<\sqrt{10}<4$ より，絶対値が$\sqrt{10}$より小さい整数は，−3，−2，−1，0，1，2，3 の 7 個。

問９　記録を小さい順に並べると，11，12，14，15，21 であり，正しい中央値が 15 であることから，誤った記録は 14 以下である。また，正しい平均値が 15 であることから，

$15\times5-(11+14+12+21+15)=2$(本)より，2 本増やして 15 以上になるのは 14，すなわち火曜日の記録であることがわかる。

よって，$n=14+2=16$

数-21-公-京都(前)-KS-02

2 【確率】

解答のヒント 複雑な条件をもつ確率は，「そもそも何を行うか」に注意する。

今回は，「1，2，3，4，5 の数が書かれたカードが 1 枚ずつ入った袋から，カードを 1 枚取り出し，それを袋にもどさずに，カードをもう 1 枚取り出す」ということを行うので，樹形図を使って状況を整理しよう。

カードの取り出し方と b の値，$10a+b$ の値を樹形図にしてまとめると，次のようになる。

問 1　樹形図より，$\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$

問 2　樹形図より，$\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

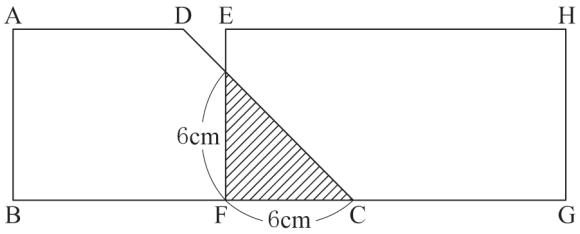
a	2枚目	b	$10a+b$
1	2	3	13
	3	2	12
	4	2	12
	5	2	12
2	1	3	23
	3	1	21
	4	1	21
	5	1	21
3	1	2	32
	2	1	31
	4	1	31
	5	1	31
4	1	2	42
	2	1	41
	3	1	41
	5	1	41
5	1	2	52
	2	1	51
	3	1	51
	4	1	51

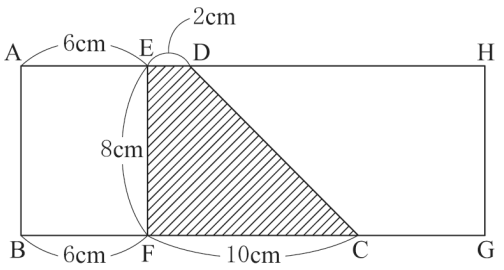
数-21-公-京都(前)-KS-03

3 【関数の利用】

問 1　$x=3$ のとき，FC＝2×3＝6(cm)，
∠DCF＝45°，∠EFC＝90°より，面積を求める図形は，直角二等辺三角形である。
よって，$y=6\times6\times\frac{1}{2}=18$

$x=5$ のとき，FC＝2×5＝10(cm)，
BF＝AE＝16－10＝6(cm)，
ED＝8－6＝2(cm)であり，面積を求める図形は台形だから，
$y=(2+10)\times8\times\frac{1}{2}=48$





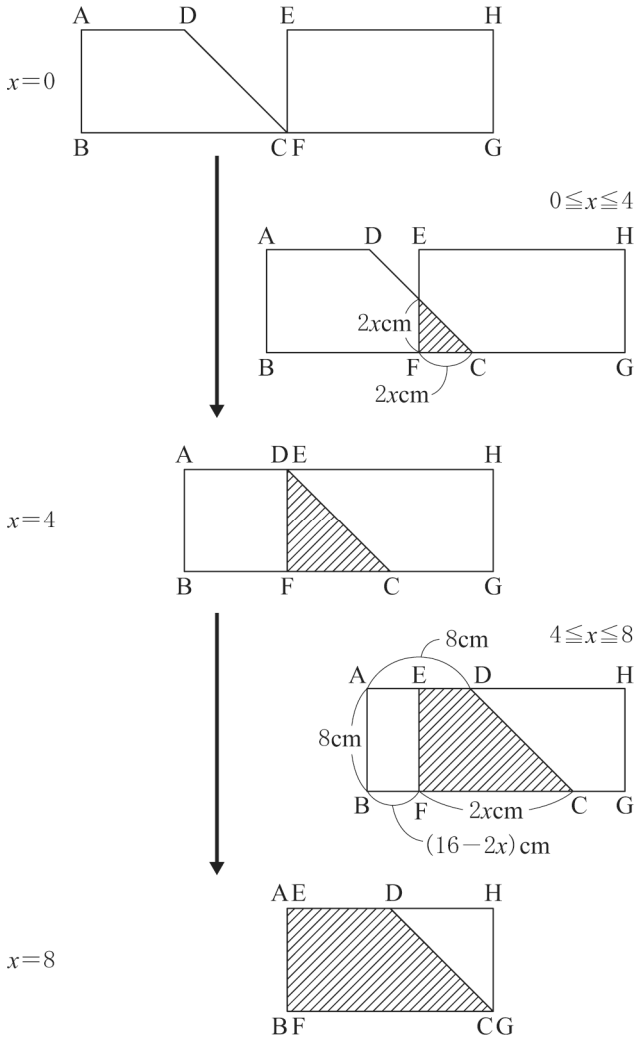
問２　$0 \leqq x \leqq 4$ のとき，FC$=2x$(cm)であり，面積を求める図形は，直角二等辺三角形なので，$y=2x \times 2x \times \frac{1}{2}=2x^2$　よって，y は x の 2 乗に比例する。

$4 \leqq x \leqq 8$ のとき，FC$=2x$(cm)，BF＝AE$=16-2x$(cm)であり，面積を求める図形は，台形 ABCD から長方形 ABFE を取り除いた図形なので，

$y=(8+16) \times 8 \times \frac{1}{2}-8 \times (16-2x)$

$=16x-32$

よって，y は x に比例しないが，x の一次関数である。



問３　x の値が 2 から 3 まで増加するときは，$0 \leqq x \leqq 4$ の範囲で考えればよいので，$y=2x^2$ の式を用いる。

$x=2$ のとき，$y=8$，$x=3$ のとき，$y=18$ だから，y の増加量は，$18-8=10$

x の値が 3 から a まで増加するときは，a の値がどれくらいかによって状況が変わる。

まず，a の値が $0 \leqq x \leqq 4$ の範囲にある，つまり，$3<a \leqq 4$ のとき，$y=2x^2$ の式を用いればよいので，

$x=a$ のとき，$y=2a^2$ だから，y の増加量は，$2a^2-18$

よって，$2a^2-18=10 \times 60$　⇒　$a^2=39$　⇒　$a=\pm\sqrt{39}$　$3<a \leqq 4$ より，不適。

次に，a の値が $4 \leqq x \leqq 8$ の範囲にある，つまり，$4 \leqq a \leqq 8$ のとき，$y=16x-32$ の式を用いればよいので，$x=a$ のとき，$y=16a-32$ だから，y の増加量は，$16a-32-18=16a-50$

よって，$16a-50=10 \times 60$　⇒　$a=\frac{55}{8}$　これは，$4 \leqq a \leqq 8$ を満たす。

数-21-公-京都(前)-KS-04

4　【平面図形】

問２

ポイント》図形問題突破のポイント

①　問題文中から，条件となる情報をさがす！

②　①からわかることを発想として広げておく！

③　問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！

④　前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

解答のヒント

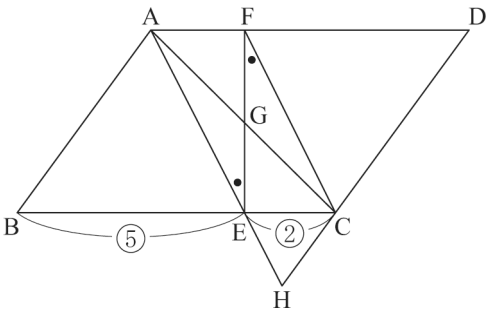
① 問題文から情報をさがすと，□ABCD，BE：EC＝5：2，∠AEF＝∠CFE が見つかる。また，前問で四角形 AECF が平行四辺形だとわかったことにも注意しよう。

② □ABCD，□AECF からは，「平行⇒同位角，錯角，平行線と線分の比」「2 組の対辺がそれぞれ等しい」「2 組の対角がそれぞれ等しい」「対角線がそれぞれの中点で交わる」
などが発想として出てくる。

③ 面積比を問われているので，平行線と線分の比を利用する可能性が高いことに注意。

以上のことに注目しながら解いていこう。

△ABC と△CDA において，平行四辺形の 2 組の対辺はそれぞれ等しいので，AB＝CD，BC＝DA
共通な辺だから，AC＝CA より，3 辺がそれぞれ等しいので，△ABC≡△CDA



よって，$\triangle ABC=\frac{1}{2}\square ABCD$

BE：EC＝5：2 より，$\triangle AEC=\frac{2}{7}\triangle ABC=\frac{1}{7}\square ABCD$

AC，EF は□AECF の対角線なので，AG＝GC　よって，$\triangle GEC=\frac{1}{2}\triangle AEC=\frac{1}{14}\square ABCD$

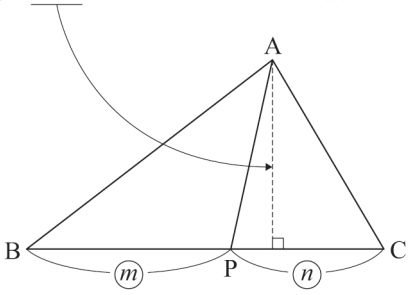
AB//CH より，AE：EH＝BE：EC＝5：2　よって，$\triangle ECH=\frac{2}{5}\triangle AEC=\frac{2}{35}\square ABCD$

(四角形 CGEH)＝△GEC＋△ECH$=\frac{1}{14}\square ABCD+\frac{2}{35}\square ABCD=\frac{9}{70}\square ABCD$

よって，(四角形 CGEH)：□ABCD＝9：70

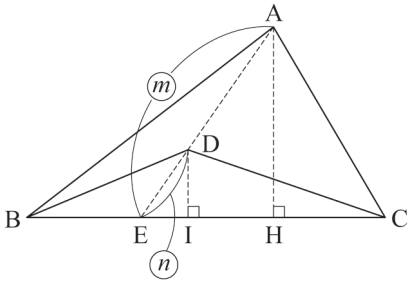
ポイント》面積比は 3 パターン！

① 高さが共通→底辺の比＝面積比



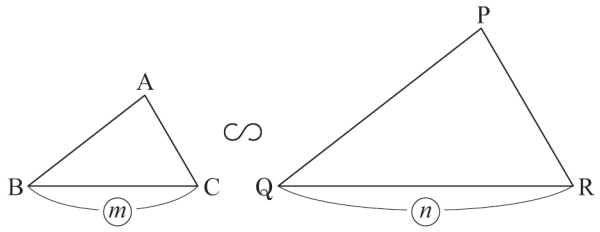
△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

② 底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE
△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③　相似→相似比の２乗

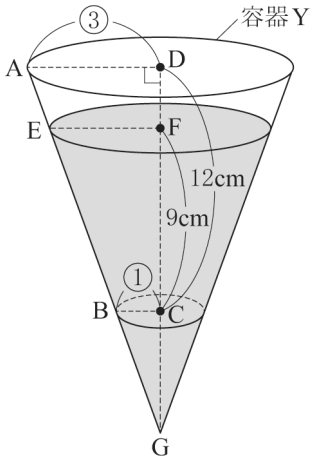


△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，
△ABC：△PQR＝m^2：n^2

数-21-公-京都(前)-KS-05

5　【空間図形】

問１　円Oの半径をrとすると，その円周は，$2\pi r=12\pi$，$r=6$(cm)
半球の容器Xの半径が6cmなので，その体積は，
$\frac{4}{3}\pi\times6^3\times\frac{1}{2}=144\pi$ (cm^3)



問２　台形ABCDにおいて，2直線AB，DCの交点をGとすると，
AD//BCより，GC：GD＝BC：AD＝1：3，GC：CD＝1：2
GC＝$\frac{1}{2}$CD＝$\frac{1}{2}\times12=6$(cm)
AD//EFより，AD：EF＝GD：GF＝18：15＝6：5

問３　容器X，容器Yの体積をそれぞれx，yとし，円Cを底面，点Gを頂点とする円すいの体積をzとする。
円Cを底面，点Gを頂点とする円すいと，円Fを底面，点Gを頂点とする円すいは，相似であり，その相似比はGC：GF＝6：15＝2：5なので，
体積比は2^3：5^3＝8：125
そして，その体積の差が容器Xに入っていた水の体積に等しいので，z：x＝8：(125−8)＝8：117
円Cを底面，点Gを頂点とする円すいと，円Dを底面，点Gを頂点とする円すいは，相似であり，
その相似比はBC：AD＝1：3なので，体積比は1^3：3^3＝1：27
そして，その体積の差が容器Yの体積に等しいので，z：y＝1：(27−1)＝1：26＝8：208
よって，x：y＝117：208だから，**問１**より，144π：y＝117：208
$y=\frac{208}{117}\times144\pi$，$y=256\pi$ (cm^3)

数-21-公-京都(前)-KS-06

6　【規則性に関する問題】

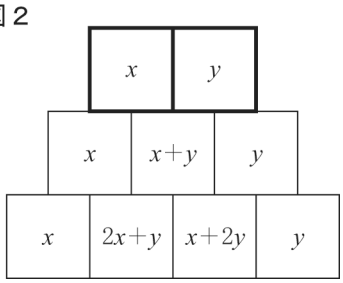
問１　表示結果は**図１**のようになる。

図１

		3	4	
	3	7	4	
3	10	11	4	
3	13	21	15	4

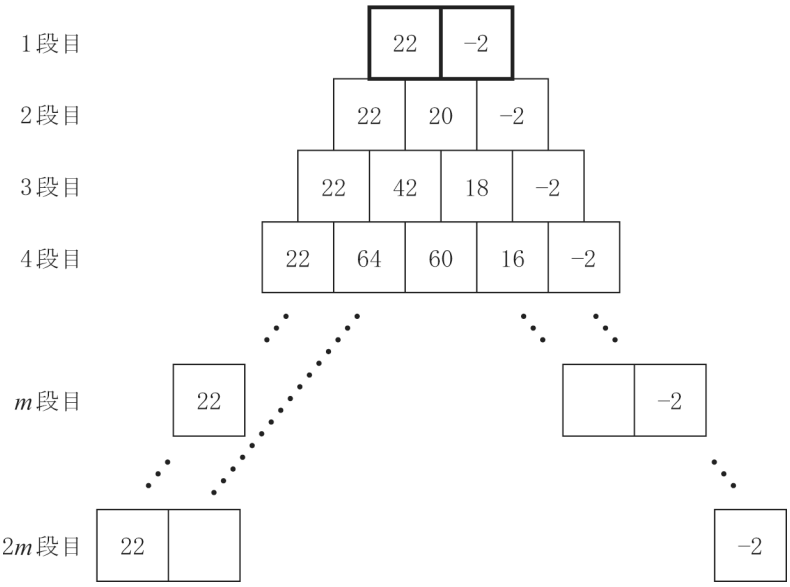
問２　マス A に入力した数を x, マス B に入力した数を y とすると，表示結果は**図２**のようになる。
よって，$2x+y=32$，$x+2y=-8$ を解いて，$x=24$，$y=-16$

図２



問３　表示結果は**図３**のようになる。
各段の右から 2 番目の数に着目すると，1 段目は 22，2 段目は 20，3 段目は 18，4 段目は 16，……と変化している。段が 1 つ進むごとに 2 ずつ数が減っていることがわかるので，m 段目の右から 2 段目の数は，
$-2(m-1)+22=-2m+24$
と表せることがわかる。
また，各段の左から 2 番目の数に着目すると，1 段目は−2，2 段目は 20，3 段目は 42，4 段目は 64，……

図３



と変化している。段が 1 つ進むごとに 22 ずつ数が増えていることがわかるので，m 段目の左から 2 段目の数は，$22(m-1)-2=22m-24$ と表せることがわかる。
よって，$(-2m+24)^2=22\times 2m-24$，$4m^2-96m+576=44m-24$，$m^2-35m+150=0$
$(m-5)(m-30)=0$，$m=5$，30