Ｒ４　京都府(中)　公立　数学　問題

数-22-公-京都(中)-問-01

1　次の**問１**～**問８**に答えよ。

問１　$-3^2-6\times5$　を計算せよ。

問２　$\dfrac{8a+9}{4}-\dfrac{6a+4}{3}$　を計算せよ。

問３　$(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2$　を計算せよ。

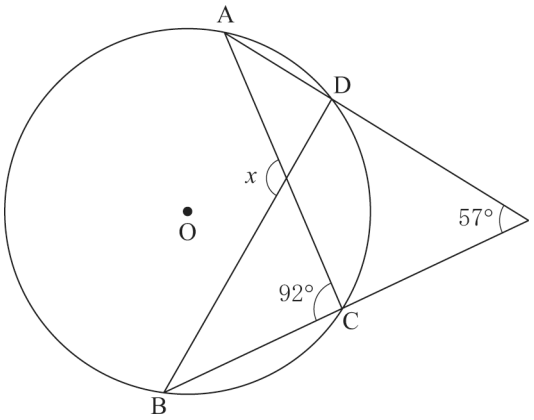
問４　方程式　$0.16x-0.08=0.4$　を解け。

問５　次の連立方程式を解け。

$$\begin{cases}7x-3y=11\\3x-2y=-1\end{cases}$$

問６　関数　$y=\dfrac{1}{4}x^2$　について，x の変域が $a\leqq x\leqq 3$ のときの y の変域が $b\leqq y\leqq 9$ である。このとき，a，b の値をそれぞれ求めよ。

問７　次の図で，4 点 A，B，C，D は円 O の周上にある。このとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。



問８　箱の中に同じ大きさの白玉だけがたくさん入っている。この箱の中に，同じ大きさの黒玉を 50 個入れてよくかき混ぜた後，この箱の中から 40 個の玉を無作為に抽出すると，その中に黒玉が 3 個含まれていた。この結果から，はじめにこの箱の中に入っていた白玉の個数はおよそ何個と考えられるか。**一の位**を四捨五入して答えよ。

数-22-公-京都(中)-問-02

2　1 から 6 までの目があるさいころを 2 回投げ，1 回目に出た目の数を a，2 回目に出た目の数を b とする。

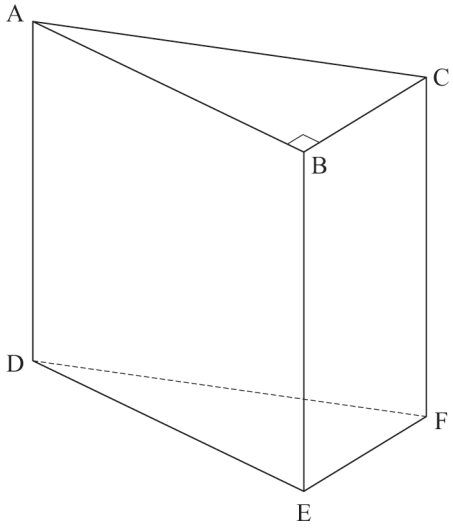
このとき，次の**問１・問２**に答えよ。ただし，さいころの 1 から 6 までの目の出方は，同様に確からしいものとする。

問１　$\frac{a}{b}=2$ となる確率を求めよ。

問２　$\frac{a}{b}$ の値が循環小数になる確率を求めよ。

数-22-公-京都(中)-問-03

3　右の図のように，三角柱 ABC－DEF があり，AB＝8 cm，BC＝4 cm，AC＝AD，∠ABC＝90° である。



このとき，次の**問１・問２**に答えよ。

問１　次の文は，点 B と平面 ADFC との距離について述べたものである。文中の ［　　］ に当てはまるものを，下の(**ア**)～(**オ**)から 1 つ選べ。

［　　］ を G とするとき，線分 BG の長さが，点 B と平面 ADFC との距離である。

(**ア**) 辺 AC の中点
(**イ**) 辺 CF の中点
(**ウ**) 線分 AF と線分 CD との交点
(**エ**) ∠CBE の二等分線と辺 CF との交点
(**オ**) 点 B から辺 AC にひいた垂線と辺 AC との交点

問２　2 点 H，I をそれぞれ辺 AC，DF 上に $\mathrm{CH}=\mathrm{DI}=\frac{9}{2}$ cm となるようにとるとき，四角錐(すい)BCHDI の体積を求めよ。

4 右の**図１**のように，池のまわりに１周 1800 m の円形のジョギングコースがあり，このジョギングコース上に地点Ａがある。ひなたさんは，午前９時ちょうどに地点Ａを出発し，このジョギングコースを，一定の速さで同じ向きに２周歩いて，午前９時 48 分ちょうどに地点Ａに着いた。また，大輝さんは，ひなたさんと同時に地点 A を出発し，このジョギングコースを，一定の速さでひなたさんと同じ向きに１周走って，地点Ａに着いたところで 18 分間休憩した。休憩後，再び地点 A を出発し，１周目と同じ一定の速さで，１周目と同じ向きにもう１周走って，午前９時 36 分ちょうどに地点Ａに着いた。

右の**図２**は，午前９時から午前９時 48 分における，ひなたさんが午前９時に地点Ａを出発してからの時間と，ひなたさんが午前９時に地点Ａを出発してから進んだ道のりとの関係をグラフに表したものである。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。

図１

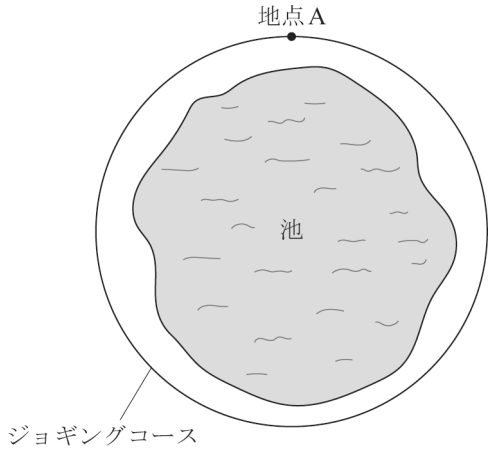
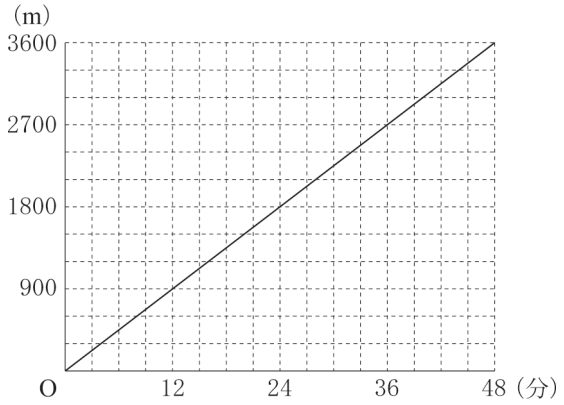


図２



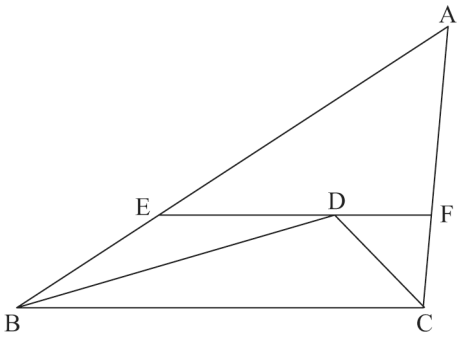
問１　午前９時から午前９時 36 分における，大輝さんが午前９時に地点Ａを出発してからの時間と，大輝さんが午前９時に地点Ａを出発してから進んだ道のりとの関係を表すグラフを答案用紙の図にかけ。

問２　大輝さんが，休憩後，ひなたさんに追いついたのは午前９時何分何秒か求めよ。ただし，分，秒いずれも０以上 59 以下の整数で答えること。

問３　京平さんは，午前９時 29 分ちょうどに地点Ａを出発し，このジョギングコースを，一定の速さでひなたさんと反対向きに１周走って，午前９時 41 分ちょうどに地点Ａに着いた。このとき，京平さんが，大輝さんとすれ違ってから，ひなたさんとすれ違うまでに進んだ道のりを求めよ。

数-22-公-京都(中)-問-05

5 右の図のように，△ABC があり，AB＝9 cm，BC＝7 cm である。∠ABC の二等分線と∠ACB の二等分線との交点を D とする。また，点 D を通り辺 BC に平行な直線と 2 辺 AB，AC との交点をそれぞれ E，F とすると，BE＝3 cm であった。



このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。

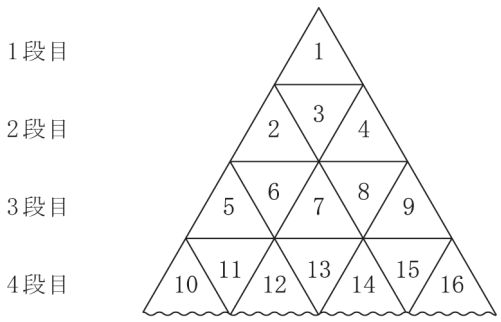
問１　線分 EF の長さを求めよ。

問２　線分 AF の長さを求めよ。

問３　△CFD と△ABC の面積の比を最も簡単な整数の比で表せ。

数-22-公-京都(中)-問-06

6 同じ大きさの正三角形の板がたくさんある。これらの板を，重ならないようにすき間なくしきつめて，大きな正三角形を作り，上の段から順に 1 段目，2 段目，3 段目，…とする。右の図のように，1 段目の正三角形の板には 1 を書き，2 段目の正三角形の板には，左端の板から順に 2，3，4 を書く。3 段目の正三角形の板には，左端の板から順に 5，6，7，8，9 を書く。4 段目以降の正三角形の板にも同じように，連続する自然数を書いていく。たとえば，4 段目の左端の正三角形の板に書かれている数は 10 であり，4 段目の右端の正三角形の板に書かれている数は 16 である。

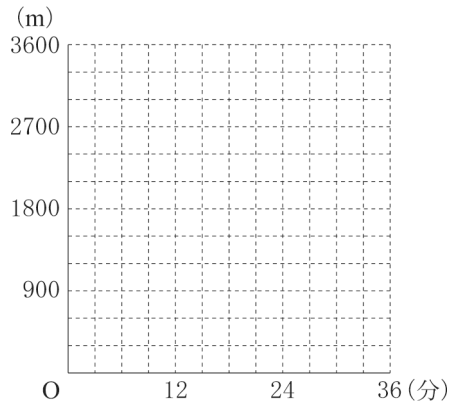


このとき，次の**問１・問２**に答えよ。

問１　7 段目の左端の正三角形の板に書かれている数と 7 段目の右端の正三角形の板に書かれている数をそれぞれ求めよ。

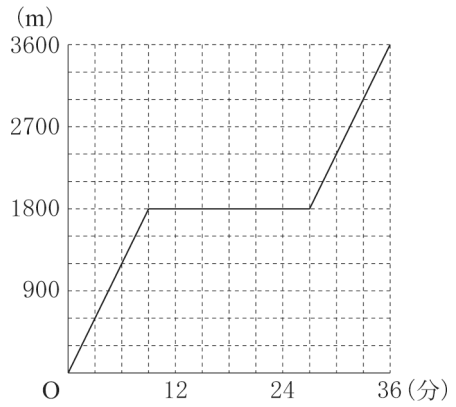
問２　n 段目の左端の正三角形の板に書かれている数と n 段目の右端の正三角形の板に書かれている数の和が 1986 であった。このとき，n の値を求めよ。

Ｒ４　京都府(中)　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-京都(中)-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４	$x=$		
		問５	$x=$　　，$y=$		
		問６	$a=$		
			$b=$		
		問７	$\angle x=$　　°		
		問８	およそ　　個		
数-22-公-京都(中)-KY-02	2	問１			
		問２			
数-22-公-京都(中)-KY-03	3	問１	ア　　イ　　ウ　　エ　　オ		
		問２	cm^3		
数-22-公-京都(中)-KY-04	4	問１			
		問２	午前９時　　分　　秒		
		問３	m		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-京都(中)-KY-05	5	問１		cm		
		問２		cm		
		問３	△CFD：△ABC＝　　：			
数-22-公-京都(中)-KY-06	6	問１	7 段目の左端の正三角形の板に書かれている数			
			7 段目の右端の正三角形の板に書かれている数			
		問２	n＝			

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-京都(中)-K-01	1	問１	-39	2	
		問２	$\frac{11}{12}$	2	
		問３	$7+2\sqrt{10}$	2	
		問４	$x=3$	2	
		問５	$x=5,\ y=8$	2	完全解答
		問６	$a=-6$	1	
			$b=0$	1	
		問７	$\angle x=127$ °	2	
		問８	およそ　620　個	2	
数-22-公-京都(中)-K-02	2	問１	$\frac{1}{12}$	2	
		問２	$\frac{2}{9}$	2	
数-22-公-京都(中)-K-03	3	問１	㋔	2	
		問２	48　cm^3	2	
数-22-公-京都(中)-K-04	4	問１		2	
		問２	午前９時　28　分　48　秒	2	
		問３	350　m	2	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-京都(中)-木-05	5	問1	$\frac{14}{3}$ cm		2	
		問2	$\frac{10}{3}$ cm		2	
		問3	△CFD：△ABC＝5：63		2	
数-22-公-京都(中)-木-06	6	問1	7 段目の左端の正三角形の板に書かれている数	37	1	
			7 段目の右端の正三角形の板に書かれている数	49	1	
		問2	n＝32		2	

数-22-公-京都(中)-KS-01

1　【小問集合】

問１　$-3^2-6\times5=-3\times3-6\times5=-9-30=-39$

ポイント》累乗の“効力”に注意！

$-\boxed{5^2}=-(5\times5)=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

⇒ このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

問２　$\dfrac{8a+9}{4}-\dfrac{6a+4}{3}=\dfrac{3(8a+9)}{12}-\dfrac{4(6a+4)}{12}=\dfrac{3(8a+9)-4(6a+4)}{12}=\dfrac{24a+27-24a-16}{12}=\dfrac{11}{12}$

問４　$0.16x-0.08=0.4$　両辺を 100 倍して，$16x-8=40$　⇒　$16x=48$　⇒　$x=3$

問６　関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ において，$x=3$ のとき，$y=\dfrac{1}{4}\times3^2=\dfrac{9}{4}$

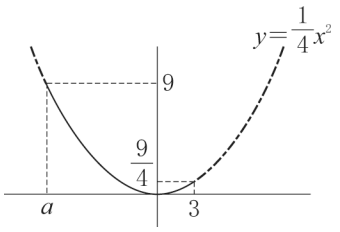
よって，**図１**のように，$x=a$ のとき $y=9$ であるから，$9=\dfrac{1}{4}a^2$

⇒　$a^2=36$　⇒　$a=\pm6$

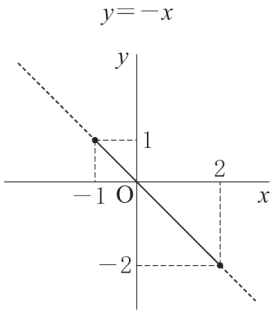
x の変域が $a\leqq x\leqq3$ だから，$a<3$ より，$a=-6$

よって，x の変域が $-6\leqq x\leqq3$ のとき，y の変域は，$0\leqq y\leqq9$ だから，$b=0$

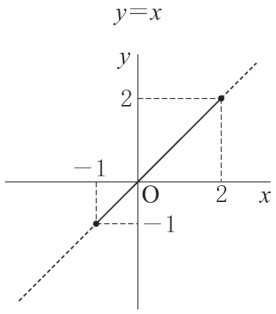
図１



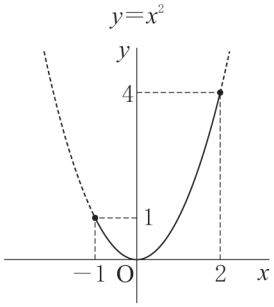
ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！



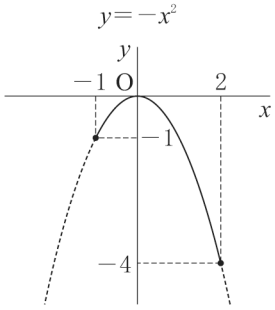
$-2\leqq y\leqq1$



$-1\leqq y\leqq2$



$0\leqq y\leqq4$



$-4\leqq y\leqq0$

特に，関数 $y=ax^2$ の変域を求めるときに注意しよう。

問７　**図２**のように，直線 AD と直線 BC の交点を E，線分 AC と線分 BD の交点を F とする。

△ACE の内角と外角の関係より，

∠CAE＝∠ACB－∠AEC＝92°－57°＝35°

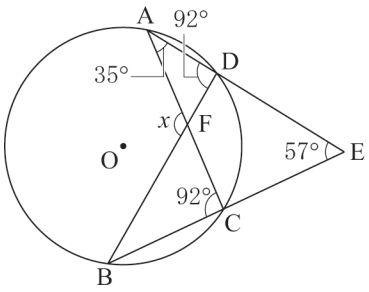
点 C，D を含まない$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角より，

∠ADB＝∠ACB＝92°

△AFD の内角と外角の関係より，

∠x＝∠FAD＋∠ADF＝35°＋92°＝127°

図２



問８　黒玉を入れた後の箱の中の白玉と黒玉の総数を x 個とすると，x 個の中に 50 個の黒玉が入っていることになる。また，無作為に抽出した 40 個の玉の中に 3 個の黒玉が含まれていたことから，その比率が等しいことに着目すると，$\dfrac{50}{x}=\dfrac{3}{40}$　両辺の逆数をとると，$\dfrac{x}{50}=\dfrac{40}{3}$　⇒　$x=\dfrac{2000}{3}$

よって，はじめに箱の中に入っていた白玉の個数は，$\dfrac{2000}{3}-50=\dfrac{1850}{3}=616.\cdots\cdots$より，およそ 620(個)

数-22-公-京都(中)-KS-02

2 【確率】

問1 さいころの目の出方を表で表すと**図1**のようになる。$\frac{a}{b}=2$ となるのは，○印の場合だから，求める確率は，$\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

問2 $\frac{a}{b}$の値が循環小数になるのは，$\frac{a}{b}$を既約分数としたとき，分母の数が2と5以外の素因数をもつときである。よって，$b=1$，2，4，5のときは，条件を満たさない。また，$b=3$，6のときの，$a=3$，6は，約分することで，条件を満たさないことがわかる。よって，条件を満たすのは，**図1**の色をつけたマスの場合だから，求める確率は，$\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

図1

a \ b	1	2	3	4	5	6
1						
2	○					
3						
4		○				
5						
6			○			

ポイント》確率の求め方

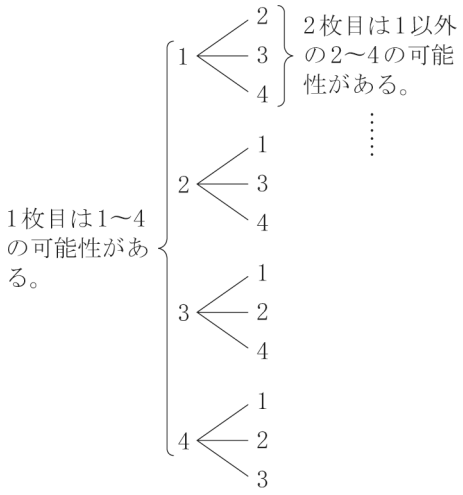
① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを2つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。

例：4枚のカード 1，2，3，4 から2枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



数-22-公-京都(中)-KS-03

3 【空間図形】

問1 平面ABCと平面ADFCは垂直なので，点Bから平面ADFCにひいた垂線は，点Bから辺ACにひいた垂線と一致する。

問２　四角錐 BCHDI（**図１**）の底面 CHDI は，CH＝DI，CH//DI より，1 組の対辺が平行でその長さが等しいから，平行四辺形である。また，底面 CHDI と頂点 B との距離(＝高さ)は，**問１**と同様に，点 B から辺 AC にひいた垂線の長さである。

△ABC で三平方の定理より，

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$(cm)

図２のように，△ABC において，点 B から辺 AC におろした垂線を BJ とする。

∠ABC＝∠BJC＝90°，∠ACB＝∠BCJ より，2 組の角がそれぞれ等しいから，△ABC∽△BJC

よって，AB : BJ＝AC : BC　⇒　8 : BJ＝$4\sqrt{5}$: 4＝$\sqrt{5}$: 1

⇒　$\sqrt{5}$BJ＝8　⇒　$BJ=\dfrac{8}{\sqrt{5}}=\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$(cm)

したがって，四角錐 BCHDI の体積は，

(平行四辺形 CHDI)×BJ×$\dfrac{1}{3}$＝(CH×AD)×BJ×$\dfrac{1}{3}$

$=\dfrac{9}{2}\times4\sqrt{5}\times\dfrac{8\sqrt{5}}{5}\times\dfrac{1}{3}=48(\text{cm}^3)$

図１

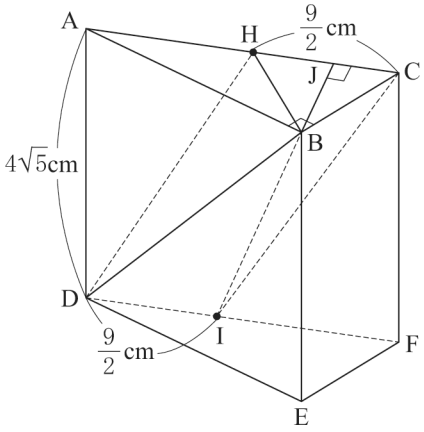
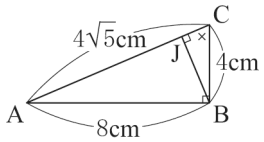


図２



数-22-公-京都(中)-KS-04

4　【関数の利用】

問１　大輝さんは，午前 9 時から午前 9 時 36 分の 36 分間のうち，18 分間は休憩しているため，残りの 36－18＝18(分間)で，池のまわりを 2 周していることになる。よって，1 周するのにかかる時間は，18÷2＝9(分)

よって，9 分後に 1800m 地点，9＋18＝27(分後)までそこにとどまり，27＋9＝36(分後)に 3600m 地点に移動するようなグラフを書けばよい。

問２　ひなたさんが移動する様子をグラフに書き込むと，**図１**のようになる。大輝さんが，休憩後，ひなたさんに追いついたのは，**図１**の●印のときであるから，

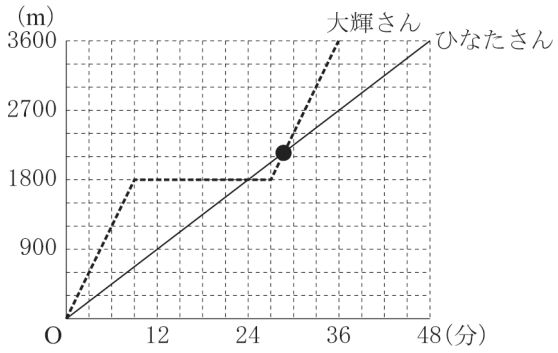
2 人のグラフの交点を求めればよい。

$27\leqq x$ のときの大輝さんのグラフの式を，

$y=ax+b$ とおく。グラフが 2 点(27，1800)，(36，3600)を通ることから，$1800=27a+b$，$3600=36a+b$ の 2 式を得る。これらを連立方程式として解くと，$a=200$，$b=-3600$ であるから，$27\leqq x$ のときの大輝さんのグラフの式は，

$y=200x-3600$ … ①

図１



ひなたさんのグラフは，切片が 0，傾きが，$\dfrac{3600}{48}=75$ だから，その式は，$y=75x$ … ②

①，②を連立方程式として解くことで，$x=\dfrac{144}{5}=28\dfrac{4}{5}=28\dfrac{48}{60}$

したがって，求める時刻は，午前 9 時 28 分 48 秒

問３　京平さんが移動する様子をグラフに書き込むと，**図２**のようになる。京平さんのグラフと，大輝さんのグラフとの交点●印，京平さんのグラフと，ひなたさんのグラフとの交点○印を考えればよい。

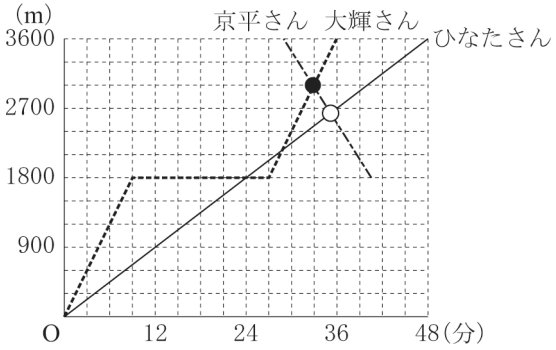
京平さんのグラフの式を，$y=cx+d$ とおく。

グラフが２点(29，3600)，(41，1800)を通ることから，$3600=29c+d$，$1800=41c+d$ の２式を得る。

これらを連立方程式として解くと，$c=-150$，$d=7950$ であるから，京平さんのグラフの式は，

$y=-150x+7950$ … ③

図２



京平さんと大輝さんがすれ違ったときの道のり y は，①，③を連立方程式として解くことで，

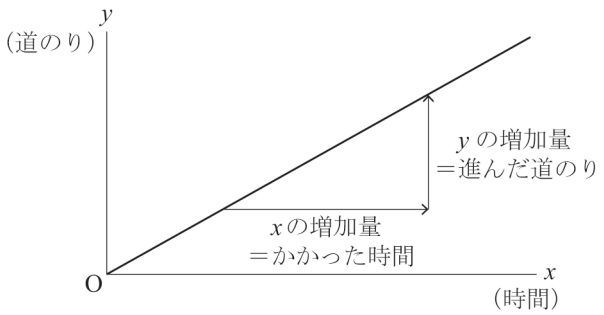
$y=3000$(m)

京平さんとひなたさんがすれ違ったときの道のり y は，②，③を連立方程式として解くことで，

$y=2650$(m)

したがって，求める道のりは，$3000-2650=350$(m)

ポイント》速さに関するグラフの問題では，「速さ＝変化の割合」と覚えておこう！



$\Rightarrow$ 速さ$=\dfrac{\text{道のり}}{\text{時間}}=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$

＝ 変化の割合(一次関数の傾き)

数-22-公-京都(中)-KS-05

5　【平面図形】

問１　EF // BC より，平行線と線分の比から，EF : BC＝AE : AB　$\Rightarrow$　EF : 7＝(9−3) : 9＝2 : 3

$\Rightarrow$　EF$=\dfrac{14}{3}$cm

問２　**図１**のように，EF // BC より，錯角は等しいので，

∠EDB＝∠DBC である。

また，∠EBD＝∠DBC より，∠EBD＝∠EDB だから，

△BED は EB＝ED＝3cm の二等辺三角形である。

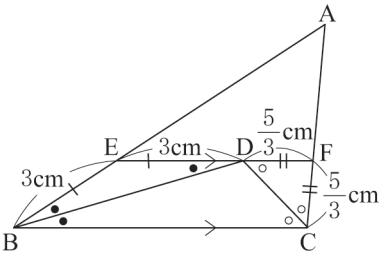
同様にして，△CFD は FC＝FD の二等辺三角形である。

よって，FC＝FD＝EF−ED$=\dfrac{14}{3}-3=\dfrac{5}{3}$(cm)

EF // BC より，平行線と線分の比から，

AF : FC＝AE : EB　$\Rightarrow$　AF : $\dfrac{5}{3}$＝6 : 3　$\Rightarrow$　AF$=\dfrac{10}{3}$cm

図１



問３　**図２**のように，EF // BC より，底辺を ED としたときの△BED の高さ，底辺を BC としたときの△DBC の高さ，底辺を FD としたときの△CFD の高さは，すべて等しい。

よって，△BED，△DBC，△CFD の面積の比は，

底辺の比 ED：BC：FD＝3：7：$\frac{5}{3}$＝9：21：5 に等しい。

よって，△CFD＝$\frac{5}{9+21+5}$×(台形 EBCF)＝$\frac{1}{7}$×(台形 EBCF)

また，EF // BC より，△AEF∽△ABC だから，

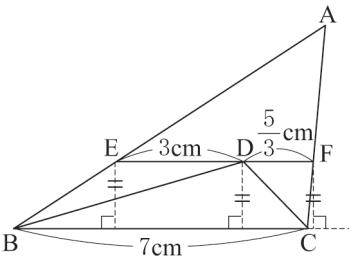
△AEF：△ABC＝AE^2：AB^2＝6^2：9^2＝4：9

よって，(台形 EBCF)：△ABC＝(9−4)：9＝5：9　だから，(台形 EBCF)＝$\frac{5}{9}$△ABC

したがって，△CFD＝$\frac{1}{7}$×(台形 EBCF)＝$\frac{1}{7}$×$\frac{5}{9}$△ABC＝$\frac{5}{63}$△ABC だから，

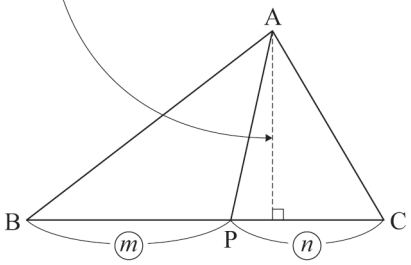
△CFD：△ABC＝$\frac{5}{63}$△ABC：△ABC＝5：63

図２



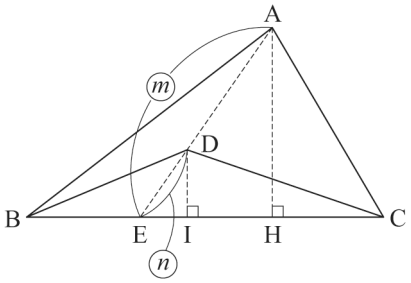
ポイント》面積比は３パターン！

①　高さが共通→底辺の比＝面積比



△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

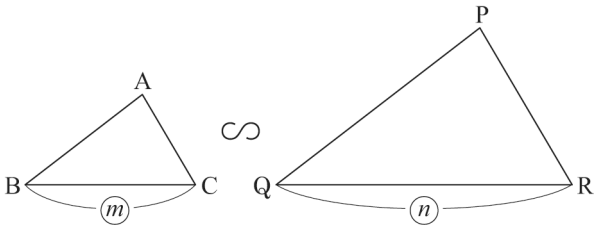
②　底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE

△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③　相似→相似比の２乗



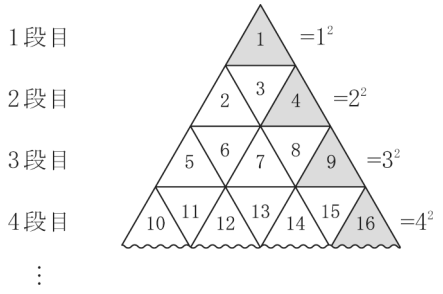
△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，

△ABC：△PQR＝m^2：n^2

6 【規則性に関する問題】

問１　**図１**のように，各段の右端の正三角形の板に書かれている数は，1 段目が $1=1^2$，2 段目が $4=2^2$，3 段目が $9=3^2$，4 段目が $16=4^2$，……，n 段目が n^2，となっている。
よって，6 段目の右端の正三角形の板に書かれている数は，$6^2=36$ だから，7 段目の左端の正三角形の板に書かれている数は，$36+1=37$ である。また，7 段目の右端の正三角形の板に書かれている数は，$7^2=49$

図１



問２　$(n-1)$ 段目の右端の正三角形の板に書かれている数は，$(n-1)^2$ だから，n 段目の左端の正三角形の板に書かれている数は，$(n-1)^2+1=n^2-2n+2$ である。また，n 段目の右端の正三角形の板に書かれている数は，n^2 である。
よって，$(n^2-2n+2)+n^2=1986$　⇒　$n^2-n-992=0$　という方程式を得られる。
992 を素因数分解すると，$992=2^5\times31$ だから，$992=32\times31$ であることを利用して，
$(n-32)(n+31)=0$　⇒　$n>0$ より，$n=32$

ポイント》規則性問題を突破するには
まずは具体例をいくつか(3 つ以上)考え，規則性を見つけてから式をつくる！