Ｒ４　京都府(前)　公立　数学　問題

数-22-公-京都(前)-問-01

1　次の問１～問９に答えよ。

問１　$(-5)^2-2^3\div 4$　を計算せよ。

問２　$\frac{3}{2}ab\div\frac{1}{6}ab^2\times(-a^2b)$　を計算せよ。

問３　$\sqrt{6}\times\sqrt{18}-\frac{9}{\sqrt{27}}$　を計算せよ。

問４　次の連立方程式を解け。

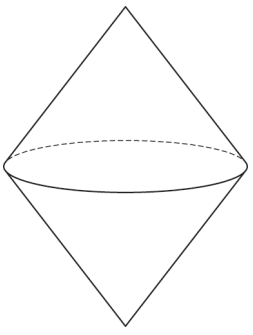
$$\begin{cases}3x-(y+8)=12\\x-2y=0\end{cases}$$

問５　1 次関数　$y=-\frac{7}{3}x+5$　について，x の増加量が 6 のときの y の増加量を求めよ。

問６　$(x-y)^2-49$　を因数分解せよ。

問７　2 次方程式　$4x^2-4x-1=0$　を解け。

問８　底面の半径が 3 cm，母線の長さが 5 cm である円錐(すい)を 2 つ用意し，2 つの円錐の底面をぴったり重ねると，右の図のような立体ができた。このとき，できた立体の表面積を求めよ。ただし，円周率は π とする。



問９　右の表は，あるサッカーチームが１年間に行ったそれぞれの試合の得点を調べ，その結果を度数分布表に整理したものである。このとき，次の(**ア**)～(**ウ**)を，値の小さいものから順に並べかえ，**記号**で書け。

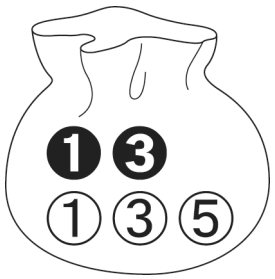
(**ア**) 得点の平均値　(**イ**) 得点の中央値　(**ウ**) 得点の最頻値

得点(点)	度数(試合)
0	14
1	13
2	12
3	2
4	1
計	42

数-22-公-京都(前)-問-02

2　右の図のように，1，3 の数が書かれた黒玉と，1，3，5 の数が書かれた白玉がそれぞれ１個ずつ，合計 5 個の玉が入っている袋がある。

このとき，次の**問１・問２**に答えよ。ただし，袋に入っているどの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。



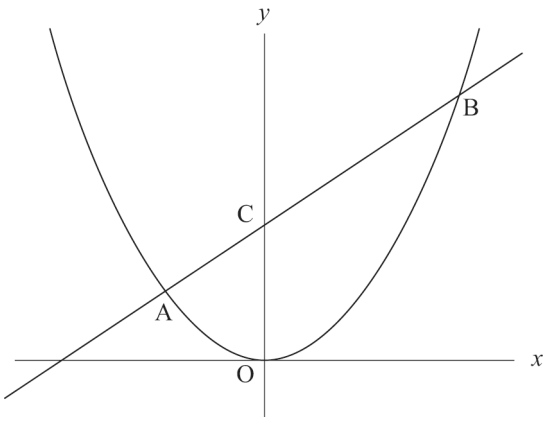
問１　5 個の玉が入っている袋から玉を 1 個取り出し，取り出した玉に書かれている数を調べてから袋にもどす。次に，もう一度この袋から玉を 1 個取り出し，取り出した玉に書かれている数を調べる。このとき，はじめに取り出した玉に書かれている数と，次に取り出した玉に書かれている数が等しくなる確率を求めよ。

問２　5 個の玉が入っている袋から玉を同時に 2 個取り出し，取り出した 2 個の玉のうち，白玉の個数を a 個とする。また，取り出した 2 個の玉に書かれている数の和を b とする。このとき，$4a=b$ となる確率を求めよ。

数-22-公-京都(前)-問-03

3 右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に2点A，Bがあり，点Aの座標は $(-3,\ 2)$，点Bの x 座標は6である。また，2点A，Bを通る直線と y 軸との交点をCとする。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。



問１ a の値を求めよ。

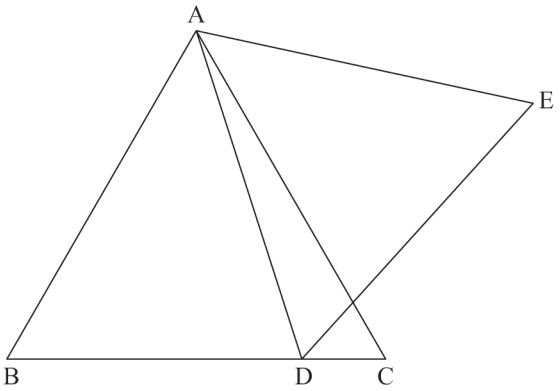
問２ 直線ABの式を求めよ。

問３ x 軸上に点Dを，線分BDと線分CDの長さの和が最も小さくなるようにとるとき，△BCDの面積を求めよ。

数-22-公-京都(前)-問-04

4 右の図のように，正三角形ABCがあり，辺BC上に点Dを，BD：DC＝7：2となるようにとる。また，△ABCと同じ平面上に点Eを，△ADEが正三角形となるようにとる。

このとき，次の**問１・問２**に答えよ。ただし，点Eは直線ADに対して点Bと同じ側にないものとする。

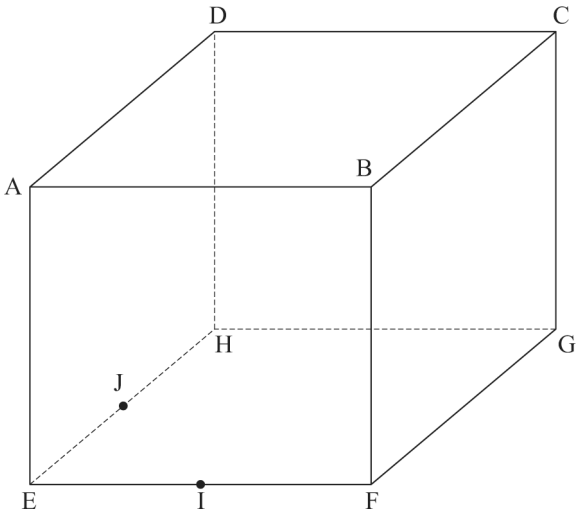


問１ △ABD≡△ACE であることを証明せよ。

問２ 2点C，Eを通る直線と直線ADとの交点をFとするとき，EC：CFを最も簡単な整数の比で表せ。

5 右の図のように，直方体 ABCD－EFGH があり，AB＝AD＝4 cm，AE＝$2\sqrt{3}$ cm である。また，2 辺 EF，EH の中点をそれぞれ I，J とする。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。

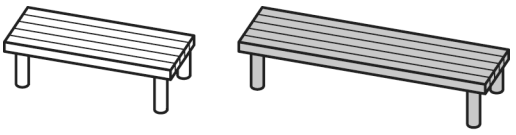


問１　線分 IJ の長さを求めよ。

問２　四角形 BDJI の面積を求めよ。

問３　2 点 A，G を通る直線と四角形 BDJI との交点を K とするとき，四角錐（すい） KEFGH の体積を求めよ。

6 右の図のような，長いすAと長いすBが，それぞれたくさんある。長いすAには1脚あたり必ず2人座り，長いすBには1脚あたり必ず3人座るものとする。長いすA，Bを使用してちょうどn人座るとき，長いすA，Bの脚数の組み合わせの総数は何通りあるか，長いすAだけ使用する場合と長いすBだけ使用する場合を含めて考える。



長いすA　　長いすB

たとえば，$n=9$のとき，長いすAを3脚と長いすBを1脚使用する場合と，長いすBだけを3脚使用する場合があるから，長いすA，Bの脚数の組み合わせの総数は2通りである。

次の表は，$n=2$，3，4，5，6のときの，長いすA，Bの脚数の組み合わせと，長いすA，Bの脚数の組み合わせの総数をまとめたものである。

n	長いすA，Bの脚数の組み合わせ	長いすA，Bの脚数の組み合わせの総数
2	{長いすA…1脚 長いすB…0脚	1通り
3	{長いすA…0脚 長いすB…1脚	1通り
4	{長いすA…2脚 長いすB…0脚	1通り
5	{長いすA…1脚 長いすB…1脚	1通り
6	{長いすA…3脚 長いすB…0脚 ，{長いすA…0脚 長いすB…2脚	2通り

このとき，次の**問1**～**問3**に答えよ。ただし，nは2以上の自然数とする。

問1　$n=20$のとき，長いすA，Bの脚数の組み合わせの総数は何通りあるか求めよ。

問2　$n=127$のとき，長いすA，Bの脚数の組み合わせの総数は何通りあるか求めよ。

問3　aを2以上の自然数とする。長いすA，Bの脚数の組み合わせの総数がa通りあるときのnの値として考えられるもののうち，最小の値と最大の値を，それぞれaを用いて表せ。ただし，答えは，かっこがあればかっこをはずし，同類項があれば同類項をまとめて簡単にすること。

Ｒ４　京都府(前)　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-京都(前)-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４	$x=$　　，$y=$		
		問５			
		問６			
		問７	$x=$		
		問８	cm^2		
		問９	(　　) → (　　) → (　　)		
数-22-公-京都(前)-KY-02	2	問１			
		問２			
数-22-公-京都(前)-KY-03	3	問１	$a=$		
		問２	$y=$		
		問３			
数-22-公-京都(前)-KY-04	4	問１			
		問２	EC : CF=　　:		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-京都(前)-KY-05	5	問１		cm		
		問２		cm^2		
		問３		cm^3		
数-22-公-京都(前)-KY-06	6	問１		通り		
		問２		通り		
		問３	最小の値	最大の値		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-京都(前)-K-01	1	問１	23	2	
		問２	$-9a^2$	2	
		問３	$5\sqrt{3}$	2	
		問４	$x=8,\ y=4$	2	完全解答
		問５	-14	2	
		問６	$(x-y+7)(x-y-7)$	2	
		問７	$x=\dfrac{1\pm\sqrt{2}}{2}$	2	完全解答， $\dfrac{1}{2}\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$も可
		問８	30π　cm^2	2	
		問９	（ ウ ）→（ イ ）→（ ア ）	2	完全解答
数-22-公-京都(前)-K-02	2	問１	$\dfrac{9}{25}$	2	0.36も可
		問２	$\dfrac{3}{10}$	2	0.3も可
数-22-公-京都(前)-K-03	3	問１	$a=\dfrac{2}{9}$	2	
		問２	$y=\dfrac{2}{3}x+4$	2	
		問３	16	3	
数-22-公-京都(前)-K-04	4	問１	(例) △ABD と△ACE で， △ABC は正三角形だから，　AB＝AC　……① △ADE は正三角形だから，　AD＝AE　……② ∠BAC＝60°だから，　∠BAD＝60°－∠CAD ∠DAE＝60°だから，　∠CAE＝60°－∠CAD よって，　∠BAD＝∠CAE　……③ ①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので， △ABD≡△ACE	4	
		問２	EC : CF＝　49　:　18	3	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-京都(前)-木-05	5	問１	$2\sqrt{2}$　cm		2	
		問２	$6\sqrt{7}$　cm^2		2	
		問３	$\dfrac{32\sqrt{3}}{5}$　cm^3		3	
数-22-公-京都(前)-木-06	6	問１	4　通り		2	
		問２	21　通り		2	
		問３	最小の値　　$6a-6$	最大の値　　$6a+1$	3	完全解答

数-22-公-京都(前)-KS-01

1　【小問集合】

問１　$(-5)^2-2^3\div 4=(-5)\times(-5)-2\times 2\times 2\times\frac{1}{4}=25-2=23$

ポイント》累乗の“効力”に注意！

$-\boxed{5^2}=-5\times 5=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

⇒ このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

問５　1次関数 $y=-\frac{7}{3}x+5$ の変化の割合は $-\frac{7}{3}$ である。

よって，(y の増加量)＝(変化の割合)×(x の増加量)$=-\frac{7}{3}\times 6=-14$

ポイント》変化の割合

変化の割合とは，x の値が 1 増加したときに，y の値がどれだけ変化するかを示すもの。

［**公式**］変化の割合$=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。

問６　$x-y=\mathrm{A}$ とおくと，(与式)$=\mathrm{A}^2-49=(\mathrm{A}+7)(\mathrm{A}-7)=(x-y+7)(x-y-7)$

問８　求める立体の表面積は，円錐 1 つ分の側面積の 2 倍である。円錐の底面の円周は，側面のおうぎ形の弧の長さと等しく，その長さは 6π cm である。また，側面のおうぎ形の半径は，円錐における母線にあたる。よって，側面積(おうぎ形の面積)は，

$\frac{1}{2}\times$(おうぎ形の半径)×(おうぎ形の弧の長さ)$=\frac{1}{2}\times 5\times 6\pi=15\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

であり，求める立体の表面積は，$2\times 15\pi=30\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

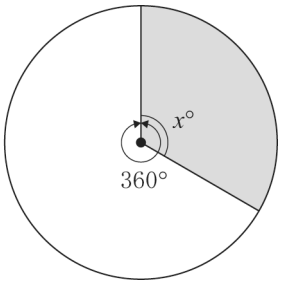
ポイント》おうぎ形のまとめ

「おうぎ形は円の一部分である」ということがポイント！

(おうぎ形の面積)＝(円の面積) $\times\frac{x}{360}$

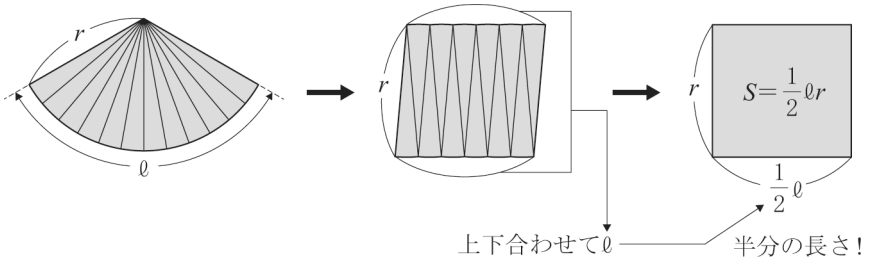
(おうぎ形の弧の長さ)＝(円周) $\times\frac{x}{360}$

←「一部分」……「１周 360°のうち，何度分か」を表す割合！



また，おうぎ形の面積には次のような公式もある。

おうぎ形の面積を S，弧の長さを ℓ，おうぎ形の半径を r とすると，$S=\frac{1}{2}\ell r$



問９　**(ア)**　得点の平均点は，$\frac{0\times 14+1\times 13+2\times 12+3\times 2+4\times 1}{42}=\frac{47}{42}\fallingdotseq 1.12$(点)

(イ)　データの度数の合計は 42 なので，得点の中央値は，得点の小さい方から並べたときの 21，22 番目の平均値である。どちらも 1 点なので，中央値は 1 点である。

(ウ)　得点の最頻値は，度数の最も多い 0 点である。

以上のことから，**(ア)**～**(ウ)**を小さいものから順に並べかえると，**(ウ)**→**(イ)**→**(ア)**となる。

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用。

① 平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

② 中央値(メジアン)…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値

⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

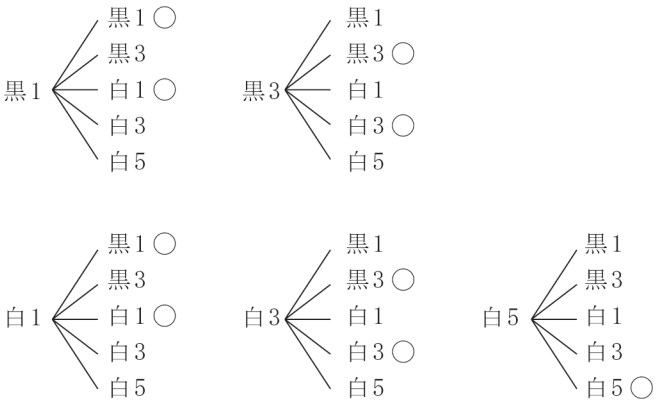
③ 最頻値(モード)…資料中で，最も多く出てくる値

数-22-公-京都(前)-KS-02

2 【確率】

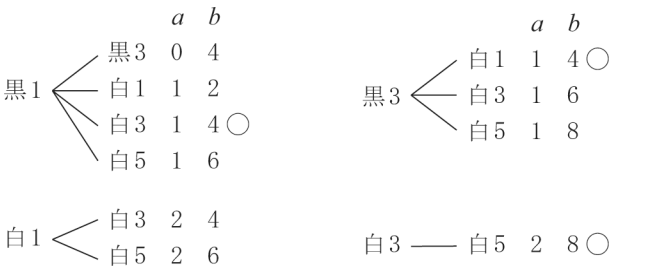
問 1 玉の取り出し方を樹形図で表すと**図 1** のようになる。よって，求める確率は，$\frac{9}{25}$

図 1



問 2 玉の取り出し方を樹形図で表すと**図 2** のようになる。白玉の個数 a，2 個の玉に書かれている数の和 b に注目すると，求める確率は，$\frac{3}{10}$

図 2



数-22-公-京都(前)-KS-03

3 【関数の利用】

問 1 点 A(−3，2)は，関数 $y=ax^2$ のグラフ上にあるから，関数の式に点の座標を代入し，$2=a\times(-3)^2$

$\Rightarrow \quad 9a=2 \quad \Rightarrow \quad a=\frac{2}{9}$

問 2 点 B は，関数 $y=\frac{2}{9}x^2$ のグラフ上にあるから，関数の式に $x=6$ を代入し，$y=\frac{2}{9}\times 6^2=8$

よって，点 B の座標は，B(6，8)である。

直線 AB の式を $y=bx+c$ とおくと，直線 AB は 2 点 A，B を通るから，それぞれの点の座標を関数の式に代入することで，$2=-3b+c$，$8=6b+c$ の 2 つの式を得る。これらを連立方程式として解くと，$b=\frac{2}{3}$，$c=4$ よって，直線 AB の式は，$y=\frac{2}{3}x+4$

問３　**図１**のように，点 C と x 軸に関して対称な点 C′をとる。このとき，線分 BC′と x 軸との交点を D とすると，BD＋CD＝BD＋C′D で，線分 BD と線分 CD の長さの和が最も小さくなる。

直線 BC′は切片が－4 なので，その式は $y=dx-4$ とおける。直線 BC′は点 B(6，8)を通るから，その点の座標を関数の式に代入すると，$8=6d-4$

$\Rightarrow \quad d=2$

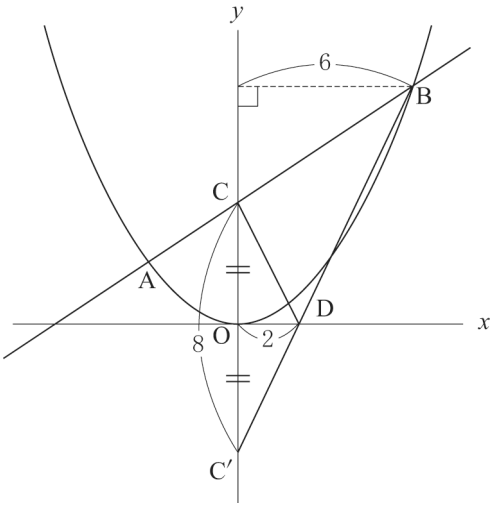
よって，直線 BC′の式は，$y=2x-4$ である。点 D は，直線 BC′上かつ x 軸上の点なので，

$y=0$ を $y=2x-4$ に代入することで，その x 座標は，$0=2x-4 \quad \Rightarrow \quad x=2$ と求められる。

また，△BCD は，△BCC′から△CC′D を除いた図形なので，その面積は，

$\frac{1}{2}\times 8\times 6-\frac{1}{2}\times 8\times 2=24-8=16$

図１



数-22-公-京都(前)-KS-04

4　【平面図形】

問２

ポイント図形問題突破のポイント

①　問題文中から，条件となる情報をさがす！

②　①からわかることを発想として広げておく！

③　問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！

④　前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

解答のヒント

①　問題文から情報をさがすと，△ABC，△ADE が正三角形，BD：DC＝7：2 が見つかる。また，前問で△ABD≡△ACE であるとわかったことにも注意しよう。

②　正三角形からは，「3 辺がすべて等しい」「3 つの内角がすべて等しく 60°」

△ABD≡△ACE からは，「対応する辺や角がそれぞれ等しい」などが発想として出てくる。

③　線分比を問われているので，比につながるような条件「相似」「平行」「角の二等分線」などが利用できないか考える。

以上のことに注目しながら解いていこう。

問１より，△ABD≡△ACE だから，対応する角は等しいので，∠ABD＝∠ACE

正三角形 ABC より，∠BAC＝∠ABD

よって，∠BAC＝∠ACE だから，錯角が等しいので，

AB // EF

よって，平行線と線分の比より，

AB：CF＝BD：DC＝7：2

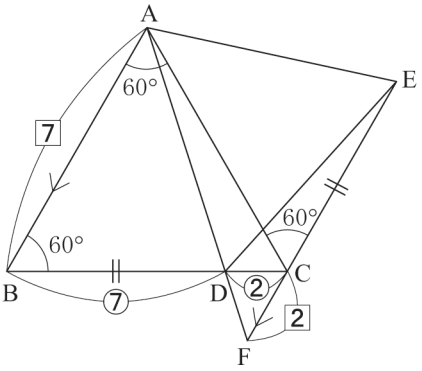
$\Rightarrow$ CF＝$\frac{2}{7}$AB，BD＝$\frac{7}{9}$BC＝$\frac{7}{9}$AB

△ABD≡△ACE だから，対応する辺は等しいので，

BD＝CE＝$\frac{7}{9}$AB

よって，EC：CF＝$\frac{7}{9}$AB：$\frac{2}{7}$AB＝49：18

図１



数-22-公-京都(前)-KS-05

5 【空間図形】

問1 △EIJ は EJ＝EI＝2cm，∠IEJ＝90°の直角二等辺三角形だから，$IJ=\sqrt{2}EI=2\sqrt{2}$(cm)

問2 BD // IJ，BI＝DJ より，四角形 BDJI は等脚台形である。

また，△ABD は AB＝AD，∠BAD＝90°の直角二等辺三角形だから，$BD=\sqrt{2}AB=4\sqrt{2}$(cm)である。

さらに，△BFI で三平方の定理より，$BI=\sqrt{BF^2+FI^2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=\sqrt{16}=4$(cm)である。

ここで，**図1**のように，頂点 I，J から辺 BD に垂線 IP，JQ をおろす。

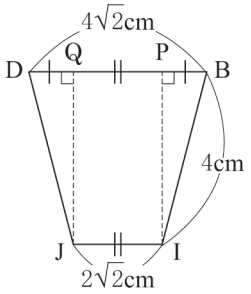
$PQ=IJ=2\sqrt{2}$(cm)，$BP=DQ=(4\sqrt{2}-2\sqrt{2})\div 2=\sqrt{2}$(cm)

△IBP で三平方の定理より，$IP=\sqrt{BI^2-BP^2}=\sqrt{4^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{14}$(cm)

よって，等脚台形 BDJI の面積は，

$(IJ+BD)\times IP\times\frac{1}{2}=(2\sqrt{2}+4\sqrt{2})\times\sqrt{14}\times\frac{1}{2}=6\sqrt{7}(cm^2)$

図1



問3 面 BDJI は，面 AEGC に関して対称なので，面 AEGC を取り出して考える。また，**図2**のように，線分 AC と線分 BD の交点を L，線分 EG と線分 IJ の交点を M とし，K から面 EFGH に垂線 KN をおろす。このとき，3 点 L，M，N は面 AEGC 上にあり，**図3**のような位置関係になる。

$AL=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}BD=2\sqrt{2}$(cm)，直角二等辺三角形 EIJ について，MI＝MJ より，△EMI も直角二等辺三角形だから，

$EM=\frac{EI}{\sqrt{2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$(cm)，$MG=EG-EM=BD-EM=4\sqrt{2}-\sqrt{2}=3\sqrt{2}$(cm)

AL // MG より，平行線と線分の比から，AK：KG＝AL：MG＝$2\sqrt{2}:3\sqrt{2}=2:3$

KN // AE より，平行線と線分の比から，KN：AE＝KG：AG＝3：(2＋3)＝3：5

よって，$KN=\frac{3}{5}AE=\frac{3}{5}\times 2\sqrt{3}=\frac{6\sqrt{3}}{5}$(cm)

したがって，四角錐 KEFGH の体積は，

(正方形 EFGH)×$KN\times\frac{1}{3}=4\times 4\times\frac{6\sqrt{3}}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{32\sqrt{3}}{5}(cm^3)$

図2

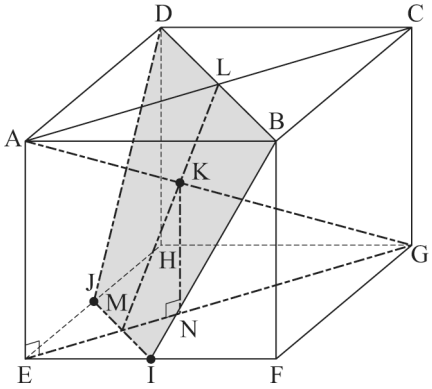
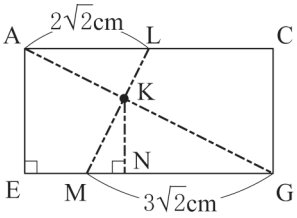


図3



数-22-公-京都(前)-KS-06

6 【規則性に関する問題】

問1 使用する長いす A，B の脚数を，それぞれ x 脚，y 脚とおく。長いす A，B を使用してちょうど n 人座るとき，その関係式は，$2x+3y=n$ と表せる。

$n=20$ より，関係式は $2x+3y=20$　これを x について解くと，$x=10-\frac{3}{2}y$ となる。x が整数となるためには，y は 2 の倍数でなければならない。また，x が 0 以上であることに注意すると，この式を満たすような y の値は，$y=0$，2，4，6 の 4 通り。それぞれに x の値が求められるので，長いす A，B の脚数の組み合わせは 4 通りである。

問２　$n=127$ より，関係式は $2x+3y=127$　これを x について解くと，$x=\dfrac{127-3y}{2}$ となる。x が整数となるためには，$127-3y$ は 2 の倍数，すなわち，偶数でなければならない。そのためには，$3y$ は奇数でなければならない。また，x が 0 以上であることに注意すると，この式を満たすような y の値は，$y=1$，3，5，……，41 となる　$y=2k-1$（k は自然数）と考えると，$k=1$，2，3，……，21 と対応するため，y の値は全部で 21 通りである。それぞれに x の値が求められるので，長いす A，B の脚数の組み合わせは 21 通りである。

問３　**問１**や**問２**で解いたとおり，n の値が偶数なのか奇数なのかで，組み合わせの数え方が異なっていることがわかるので，そのことに気を付けながら，まずは具体例を考えよう。

［1］n が偶数である場合，関係式 $2x+3y=n$ を x について解くと，$x=\dfrac{n}{2}-\dfrac{3}{2}y$ であり，y は 2 の倍数でなければならない。よって，y の値は，$y=0$，2，4，……となる。ここで，組み合わせの総数 a について，具体的に考えていく。$a=2$ の場合，$y=0$，2 の 2 通り，$a=3$ の場合，$y=0$，2，4 の 3 通り，……となる。ここで，y の最大値に注目すると，$a=2$ のとき $y=2$，$a=3$ のとき $y=4$，$a=4$ のとき $y=6$，……となるため，y の最大値を a で表すと，$y=2a-2$ となる。

よって，長いす B を最も多く使用し，長いす A をまったく使用しないときが，組み合わせの総数が a 通りになる場合における，最小の人数 n となるから，$x=0$，$y=2a-2$ を関係式に代入することで，

$n=2\times0+3(2a-2)=6a-6$

また，組み合わせの総数が a より 1 通り多い，$(a+1)$通りとなる場合も同様に考え，最小の人数 n を求める。y の最大値が，$y=2(a+1)-2=2a$ であるため，$x=0$ とともに関係式に代入することで，

$n=2\times0+3\times2a=6a$

よって，これよりも 2 人少なければ（人数 n が偶数の場合を考えているため，1 人少ないと奇数となってしまうことに注意），組み合わせの総数が a 通りになる場合において，人数 n が最大になるため，そのときの n は $n=6a-2$

［2］n が奇数である場合，関係式 $2x+3y=n$ を x について解くと，$x=\dfrac{n}{2}-\dfrac{3}{2}y$ であり，y は奇数でなければならない。よって，y の値は，$y=1$，3，5，……となる。ここで，組み合わせの総数 a について，具体的に考えていく。$a=2$ の場合，$y=1$，3 の 2 通り，$a=3$ の場合，$y=1$，3，5 の 3 通り，……となる。ここで，y の最大値に注目すると，$a=2$ のとき $y=3$，$a=3$ のとき $y=5$，$a=4$ のとき $y=7$，……となるため，y の最大値を a で表すと，$y=2a-1$ となる。

よって，長いす B を最も多く使用し，長いす A をまったく使用しないときが，組み合わせの総数が a 通りになる場合における，最小の人数 n となるから，$x=0$，$y=2a-1$ を関係式に代入することで，

$n=2\times0+3(2a-1)=6a-3$

また，組み合わせの総数が a より 1 通り多い，$(a+1)$通りとなる場合も同様に考え，最小の人数 n を求める。y の最大値が，$y=2(a+1)-1=2a+1$ であるため，$x=0$ とともに関係式に代入することで，

$n=2\times0+3(2a+1)=6a+3$

よって，これよりも 2 人少なければ（人数 n が奇数の場合を考えているため，1 人少ないと偶数となってしまうことに注意），組み合わせの総数が a 通りになる場合において，人数 n が最大になるため，そのときの n は $n=6a+1$

［1］，［2］より，n の値の中で最小の値は，$6a-6$，最大の値は，$6a+1$ である。