Ｒ５　京都府(中)　公立　数学　問題

数-23-公-京都(中)-問-01

1　次の問１～問８に答えよ。

問１　$-6^2+4\div\left(-\frac{2}{3}\right)$ を計算せよ。

問２　$4ab^2\div 6a^2b\times 3ab$ を計算せよ。

問３　$\sqrt{48}-3\sqrt{2}\times\sqrt{24}$ を計算せよ。

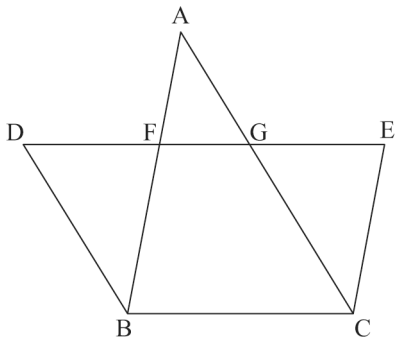
問４　次の連立方程式を解け。

$$\begin{cases} 4x+3y=-7 \\ 3x+4y=-14 \end{cases}$$

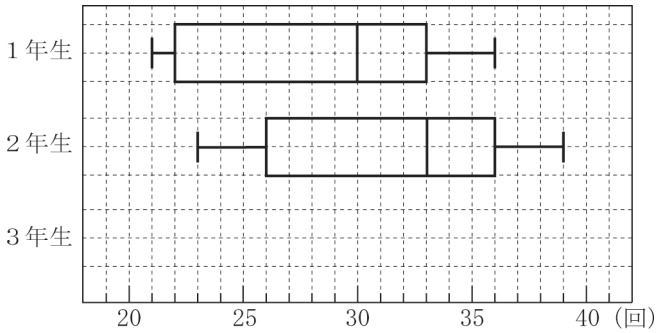
問５　$x=\sqrt{5}+3$，$y=\sqrt{5}-3$ のとき，xy^2-x^2y の値を求めよ。

問６　関数 $y=\frac{16}{x}$ のグラフ上にあり，x 座標，y 座標がともに整数となる点の個数を求めよ。

問７　右の図において，AB // EC，AC // DB，DE // BC である。また，線分 DE と線分 AB，AC との交点をそれぞれ F，G とすると，AF：FB＝2：3 であった。BC＝10 cm のとき，線分 DE の長さを求めよ。



問８　３学年がそれぞれ 8 クラスで編成された，ある中学校の体育の授業で，長なわ跳びを行った。右の図は，各クラスが連続で跳んだ回数の最高記録を，学年ごとに箱ひげ図で表そうとしている途中のものであり，1 年生と 2 年生の箱ひげ図はすでにかき終えている。また，右の**資料**は，3 年生のクラスごとの最高記録をまとめたものである。図の 1 年生と 2 年生の箱ひげ図を参考にし，答案用紙の図に 3 年生の箱ひげ図をかき入れて，図を完成させよ。

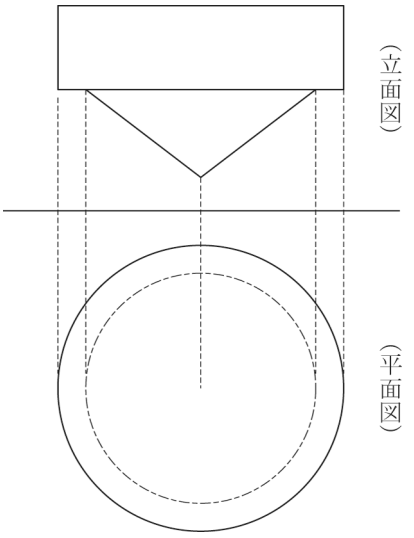


資料　３年生のクラスごとの最高記録（回）

28,　39,　28,　40,　33,　24,　35,　31

数-23-公-京都(中)-問-02

2　底面の半径が 5 cm の円柱と，底面の半径が 4 cm の円錐（すい）があり，いずれも高さは 3 cm である。この 2 つの立体の底面の中心を重ねてできた立体を X とすると，立体 X の投影図は右の図のように表される。



このとき，次の**問１・問２**に答えよ。

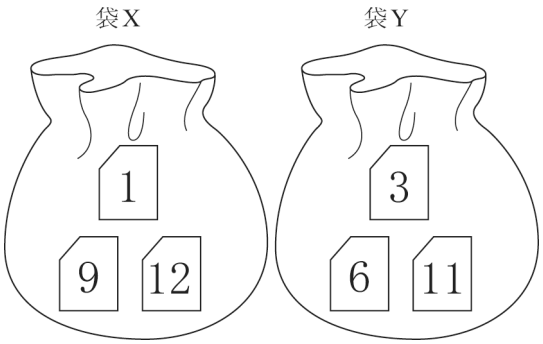
問１　立体 X の体積を求めよ。

問２　立体 X の表面積を求めよ。

3 右の**図１**のように，袋 X と袋 Y には，数が 1 つ書かれたカードがそれぞれ 3 枚ずつ入っている。袋 X に入っているカードに書かれた数はそれぞれ 1，9，12 であり，袋 Y に入っているカードに書かれた数はそれぞれ 3，6，11 である。

真人さんは袋 X の中から，有里さんは袋 Y の中からそれぞれ 1 枚のカードを同時に取り出し，取り出したカードに書かれた数の大きい方を勝ちとするゲームを行う。

図１



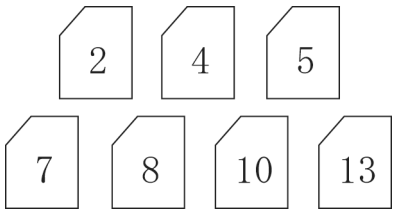
このとき，次の**問１・問２**に答えよ。ただし，それぞれの袋において，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

問１　真人さんが勝つ確率を求めよ。

問２　右の**図２**のように，新たに，数が 1 つ書かれたカードを 7 枚用意した。これらのカードに書かれた数はそれぞれ 2，4，5，7，8，10，13 である。4 と書かれたカードを袋 X に，2，5，7，8，10，13 と書かれたカードのうち，いずれか 1 枚を袋 Y に追加してゲームを行う。

このとき，真人さんと有里さんのそれぞれの勝つ確率が等しくなるのは，袋 Y にどのカードを追加したときか，次の**(ア)**～**(カ)**から**すべて**選べ。

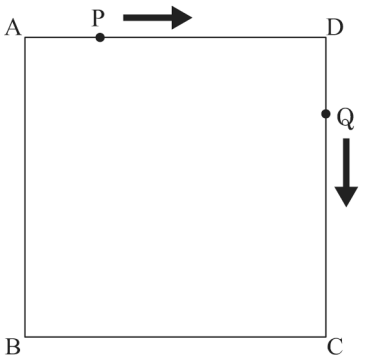
図２



(ア) 2　**(イ)** 5　**(ウ)** 7　**(エ)** 8　**(オ)** 10　**(カ)** 13

数-23-公-京都(中)-問-04

4 右の図のような，1 辺が 6 cm の正方形 ABCD がある。点 P は，頂点 A を出発し，辺 AD 上を毎秒 1 cm の速さで頂点 D まで進んで止まり，以後，動かない。また，点 Q は，点 P が頂点 A を出発するのと同時に頂点 D を出発し，毎秒 1 cm の速さで正方形 ABCD の辺上を頂点 C，頂点 B の順に通って頂点 A まで進んで止まり，以後，動かない。

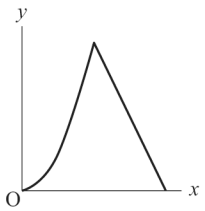


点 P が頂点 A を出発してから，x 秒後の△AQP の面積を y cm^2 とする。

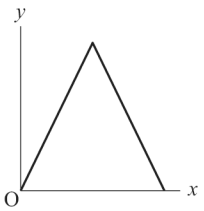
このとき，次の**問１・問２**に答えよ。

問１　$x=1$ のとき，y の値を求めよ。また，点 Q が頂点 D を出発してから，頂点 A に到着するまでの x と y の関係を表すグラフとして最も適当なものを，次の(**ア**)～(**エ**)から 1 つ選べ。

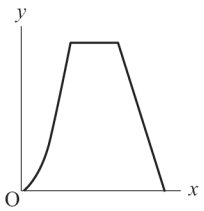
(**ア**)



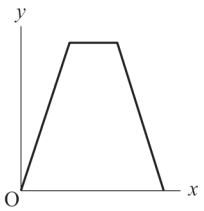
(**イ**)



(**ウ**)



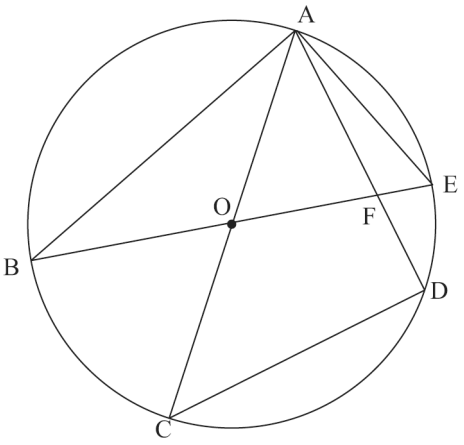
(**エ**)



問２　正方形 ABCD の対角線の交点を R とする。$0<x\leqq 18$ において，△RQD の面積が△AQP の面積と等しくなるような，x の値を**すべて**求めよ。

数-23-公-京都(中)-問-05

5 右の図のように，円 O の周上に 5 点 A，B，C，D，E がこの順にあり，線分 AC と線分 BE は円 O の直径である。また，AE＝4 cm で，∠ABE＝30°，∠ACD＝45°である。線分 AD と線分 BE との交点を F とする。



このとき，次の**問１～問３**に答えよ。

問１　円 O の直径を求めよ。

問２　線分 EF の長さを求めよ。

問３　線分 AC と線分 BD との交点を G とするとき，△OBG の面積を求めよ。

6 右の**図１**のような，タイルＡとタイルＢが，それぞれたくさんある。タイルＡとタイルＢを，次の**図２**のように，すき間なく規則的に並べたものを，1 番目の図形，2 番目の図形，3 番目の図形，…とする。

たとえば，2 番目の図形において，タイルＡは 4 枚，タイルＢは 12 枚である。

図１

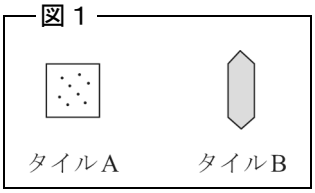
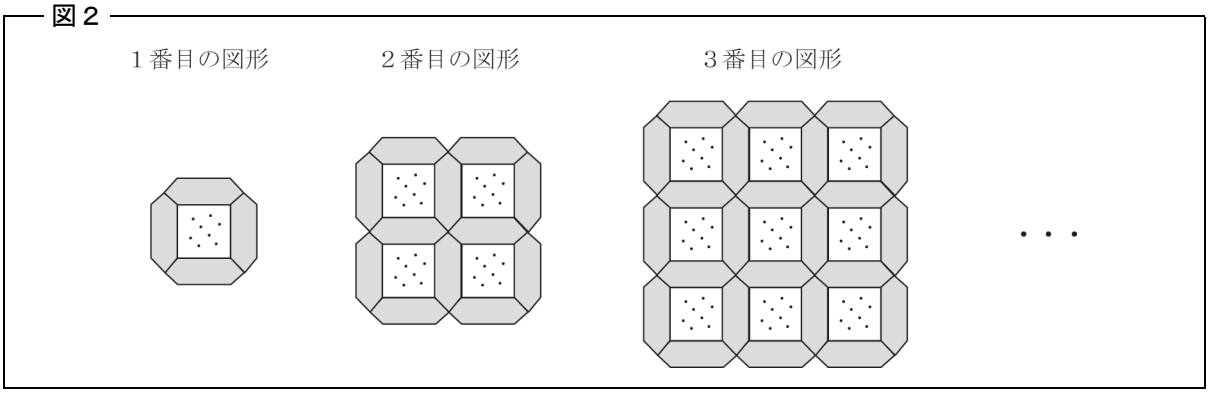


図２



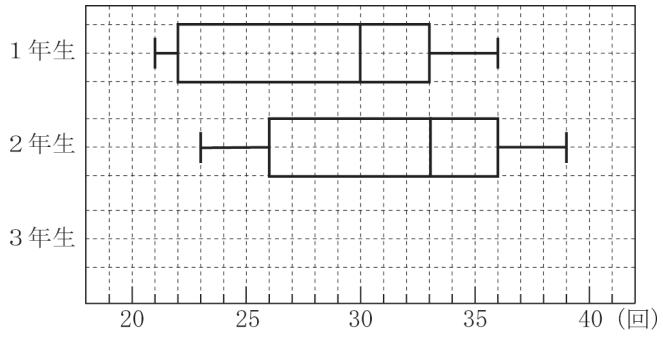
このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。

問１　5 番目の図形について，タイルＡの枚数を求めよ。

問２　12 番目の図形について，タイルＢの枚数を求めよ。

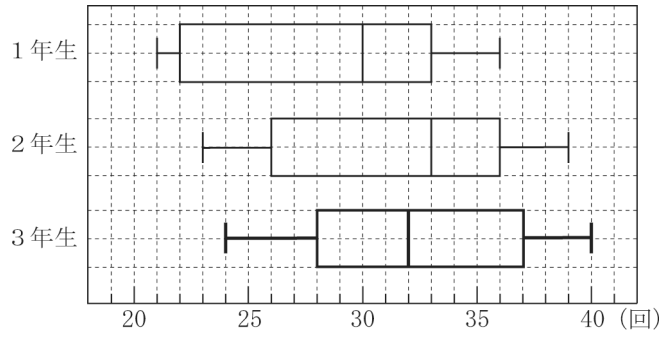
問３　n 番目の図形のタイルＡの枚数とタイルＢの枚数の差が 360 枚であるとき，n の値を求めよ。

Ｒ５　京都府(中)　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-京都(中)-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４	$x=$　　，$y=$		
		問５			
		問６	個		
		問７	cm		
		問８			
数-23-公-京都(中)-KY-02	2	問１	cm^3		
		問２	cm^2		
数-23-公-京都(中)-KY-03	3	問１			
		問２	ア　イ　ウ　エ　オ　カ		
数-23-公-京都(中)-KY-04	4	問１	$y=$		
			ア　イ　ウ　エ		
		問２	$x=$		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-京都(中)-KY-05	5	問１	cm		
		問２	cm		
		問３	cm^2		
数-23-公-京都(中)-KY-06	6	問１	枚		
		問２	枚		
		問３	$n=$		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-京都(中)-K-01	1	問１	-42	2	
		問２	$2b^2$	2	
		問３	$-8\sqrt{3}$	2	
		問４	$x=2$，$y=-5$	2	完全解答
		問５	24	2	
		問６	10　個	2	
		問７	16　cm	2	
		問８		2	
数-23-公-京都(中)-K-02	2	問１	91π　cm^3	2	
		問２	84π　cm^2	2	
数-23-公-京都(中)-K-03	3	問１	$\frac{5}{9}$	2	
		問２	㋑　㋒　㋓	2	完全解答
数-23-公-京都(中)-K-04	4	問１	$y=\frac{1}{2}$	1	0.5 も可
			㋒	1	
		問２	$x=3$，16	3	完全解答，順不同

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-京都(中)-木-05	5	問１	8　cm	2	
		問２	$(8-4\sqrt{3})$　cm	2	
		問３	$(8\sqrt{3}-12)$　cm^2	2	
数-23-公-京都(中)-木-06	6	問１	25　枚	1	
		問２	312　枚	2	
		問３	$n=18$	2	

数-23-公-京都(中)-KS-01

1　【小問集合】

問１　$-6^2+4\div\left(-\frac{2}{3}\right)=-6\times6+4\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-36-6=-42$

ポイント》累乗の“効力”に注意！

$-\boxed{5^2}=-(5\times5)=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

⇒ このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

問５　$xy=(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-3)=(\sqrt{5})^2-3^2=5-9=-4$，$y-x=(\sqrt{5}-3)-(\sqrt{5}+3)=-6$ より，

$xy^2-x^2y=xy(y-x)=-4\times(-6)=24$

問６　16 の約数が 1，2，4，8，16 だから，関数 $y=\frac{16}{x}$ に代入したとき，y の値が整数となるような整数 x の値は，$x=\pm1$，±2，±4，±8，±16 の 10 通りある。よって，求める点の個数は 10 個である。

問７　FB // EC，FE // BC より，2 組の対辺がそれぞれ平行だから，四角形 FBCE は平行四辺形である。

よって，FE＝BC＝10 cm

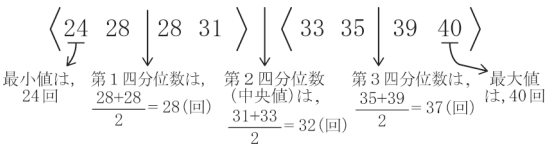
同様にして，四角形 DBCG も平行四辺形だから，DG＝BC＝10 cm

また，△ABC で平行線と線分の比より，FG：BC＝AF：AB　　FG：10＝2：5　　FG＝4 cm

したがって，DE＝DG＋FE－FG＝10＋10－4＝16(cm)

問８　3 年生のクラスごとの最高記録について，最小値，最大値，四分位数を求めると，**図１**のようになる。あとは以下の**ポイント》**にならって箱ひげ図を作成すればよい。

図１



ポイント》四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用

①　四分位数…(1)第 2 四分位数(中央値)，(2)第 1 四分位数，(3)第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値

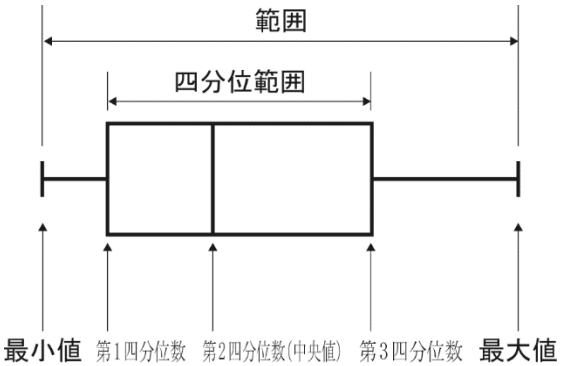
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

②　四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

③　箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



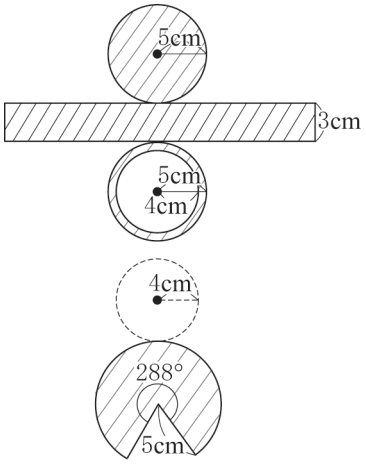
数-23-公-京都(中)-KS-02

2 【空間図形】

問１　立体 X の体積は，円柱と円錐の体積の和だから，$\pi\times5^2\times3+\pi\times4^2\times3\times\frac{1}{3}=91\pi(\text{cm}^3)$

問２　円柱と円錐の展開図のうち，**図１**の斜線部分の面積が，立体 X の表面積である。

図１



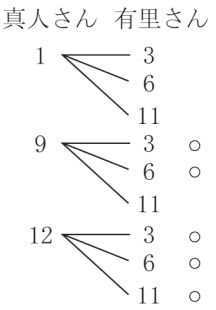
円柱の底面積は，$\pi\times5^2=25\pi(\text{cm}^2)$　…①
円柱の側面を展開したときの長方形は，直角をはさむ 2 辺の長さがそれぞれ，円柱の高さ 3 cm，底面の円の円周 $2\pi\times5=10\pi(\text{cm})$と等しい。よって，円柱の側面積は，
$3\times10\pi=30\pi(\text{cm}^2)$　…②
円錐の母線，高さ，底面の半径からなる直角三角形において，三平方の定理より，母線の長さは，$\sqrt{3^2+4^2}=5(\text{cm})$
円錐の底面積は，$\pi\times4^2=16\pi(\text{cm}^2)$　…③
円錐の側面を展開したときのおうぎ形の中心角の大きさを $x°$ とする。おうぎ形の弧の長さは，円錐の底面の円の円周と等しく，8π cm であり，おうぎ形と等しい半径をもつ円の円周は $2\pi\times5=10\pi(\text{cm})$だから，$10\pi\times\frac{x}{360}=8\pi$ より，$x=288°$
よって，円錐の側面積は，$\pi\times5^2\times\frac{288}{360}=20\pi(\text{cm}^2)$　…④
したがって，求める表面積は，①＋②＋(①－③)＋④$=25\pi+30\pi+(25\pi-16\pi)+20\pi=84\pi(\text{cm}^2)$

数-23-公-京都(中)-KS-03

3 【確率】

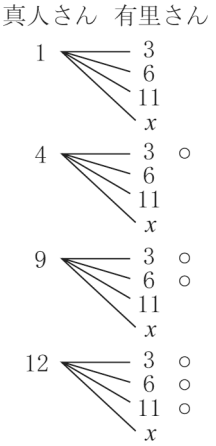
問１　真人さんと有里さんの取り出すカードの組み合わせを樹形図で表すと，**図１**のようになる。全部で 9 通りのうち，真人さんが勝つのは○印の 5 通りだから，求める確率は，$\frac{5}{9}$

図１



問２　袋 Y に追加したカードに書かれた数を x とする。真人さんと有里さんの取り出すカードの組み合わせを樹形図で表すと，**図２**のようになる。全部で 16 通りのうち，真人さんが勝つ場合が 8 通りあれば，真人さんと有里さんのそれぞれの勝つ確率が等しくなる。x にかかわらず真人さんが勝つのは，○印の 6 通りだから，2 人が取り出すカードの組み合わせ$(1,\ x)$，$(4,\ x)$，$(9,\ x)$，$(12,\ x)$のうち，真人さんが勝つ場合がちょうど 2 通りあればよい。よって，$4<x<9$ であればよいから，$x=5$，7，8 のときに問題の条件を満たす。よって，答えは（**イ**），（**ウ**），（**エ**）である。

図２



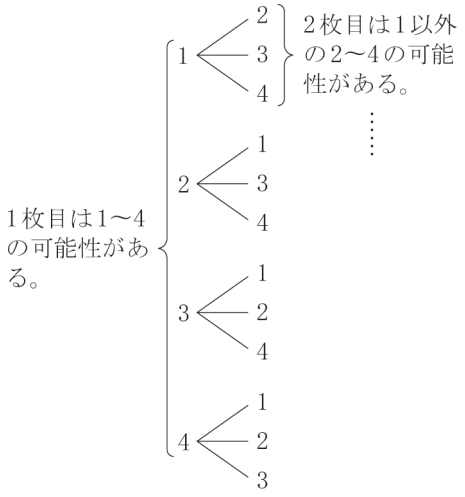
ポイント≫確率の求め方

① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。
例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



数-23-公-京都(中)-KS-04

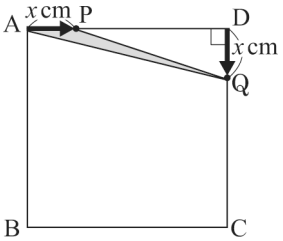
4 【関数の利用】

問１ (i) 2 点 P，Q がそれぞれ辺 AD 上，辺 CD 上にあるとき，すなわち，$0<x\leqq 6$ のとき，**図１**のように，△AQP の面積は，$y=x\times x\times\frac{1}{2}$

$y=\frac{1}{2}x^2$

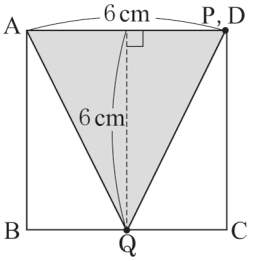
よって，$x=1$ のとき，$y=\frac{1}{2}\times 1^2=\frac{1}{2}$

図１



(ii) 点 Q が辺 BC 上にあるとき，すなわち，$6<x\leqq 12$ のとき，**図２**のように，△AQP の面積は，$y=6\times 6\times\frac{1}{2}$　　$y=18$

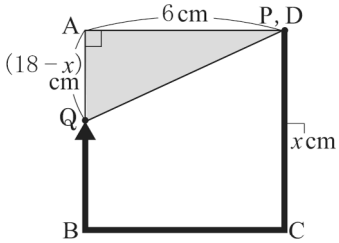
図２



(iii) 点 Q が辺 AB 上にあるとき，すなわち，$12<x\leqq 18$ のとき，**図３**のように，△AQP の面積は，$y=(18-x)\times 6\times\frac{1}{2}$

$y=-3x+54$

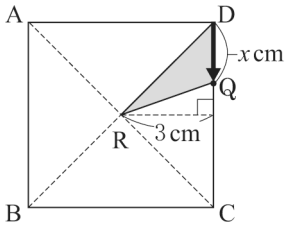
図３



(ｉ)，(ii)，(iii)より，放物線(曲線)→ x 軸に平行な直線→右下がりの直線の順に変化している（**ウ**）のグラフが最も適当である。

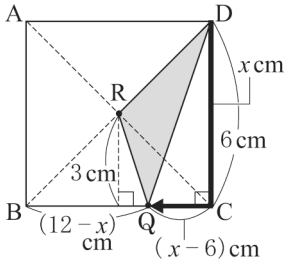
問２　(I) 点 Q が辺 CD 上にあるとき，すなわち，$0<x\leqq 6$ のとき，
図４のように，△RQD の面積は，$\triangle RQD=x\times 3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}x$

図４



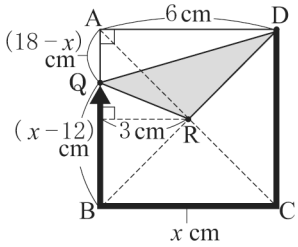
(II) 点 Q が辺 BC 上にあるとき，すなわち，$6<x\leqq 12$ のとき，図５のように，△RQD の面積は，
$\triangle RQD=6\times 6\times\frac{1}{2}-(12-x)\times 3\times\frac{1}{2}-(x-6)\times 6\times\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}x+18$

図５



(III) 点 Q が辺 AB 上にあるとき，すなわち，$12<x\leqq 18$ のとき，図６のように，△RQD の面積は，
$\triangle RQD=6\times 6\times\frac{1}{2}-(x-12)\times 3\times\frac{1}{2}-(18-x)\times 6\times\frac{1}{2}$
$=\frac{3}{2}x-18$

図６



よって，△AQP の面積と△RQD の面積が等しくなるときの x を求めると次のようになる。
(i)，(I) $0<x\leqq 6$ のとき，$\frac{1}{2}x^2=\frac{3}{2}x$　　これを解いて，$x=0$，3　　$0<x\leqq 6$ より，$x=3$
(ii)，(II) $6<x\leqq 12$ のとき，$18=-\frac{3}{2}x+18$　　これを解いて，$x=0$　　$6<x\leqq 12$ より，不適。
(iii)，(III) $12<x\leqq 18$ のとき，$-3x+54=\frac{3}{2}x-18$　　これを解いて，$x=16$　　$12<x\leqq 18$ より，これは条件に適している。
以上のことから，$x=3$，16

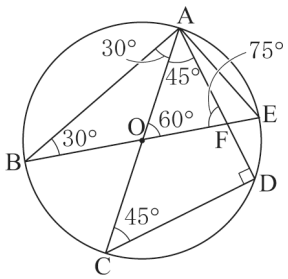
数-23-公-京都(中)-KS-05

5　【平面図形】

問１　線分 BE が円 O の直径だから，∠BAE＝90°　　よって，△ABE は，30°，60°，90°の大きさの内角をもつ直角三角形だから，AE：BE＝1：2　　BE＝2AE＝2×4＝8 cm

問２　問１と同様の理由で，AE：AB＝1：$\sqrt{3}$ だから，
AB＝$\sqrt{3}$ AE＝$4\sqrt{3}$ (cm)
OA＝OB より，△ABO は二等辺三角形だから，
∠ABO＝∠BAO＝30°，∠AOE＝30°＋30°＝60°
線分 AC が円 O の直径だから，∠ADC＝90°
∠ACD＝45°より，∠CAD＝45°
よって，∠BAF＝∠BAO＋∠CAD＝30°＋45°＝75°
△AOF の内角の和より，
∠AFO＝180°－∠AOE－∠CAD＝180°－60°－45°＝75°
これまでの角度の情報を図にまとめると，図１のようになる。

図１



よって，∠BAF＝∠AFO＝75°だから，２つの角が等しいので，△ABF は AB＝BF＝$4\sqrt{3}$ cm の二等辺三角形である。よって，EF＝BE－BF＝8－$4\sqrt{3}$ (cm)

問３　△EAF と△OBG において(図２),

問１より，円 O の半径は 4cm だから，AE＝BO＝4cm　…①

$\overset{\frown}{DE}$に対する円周角なので，∠EAF＝∠OBG　…②

対頂角は等しいから，∠BOG＝∠AOE＝60°

よって，∠AEF＝∠BOG＝60°　…③

①，②，③より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，

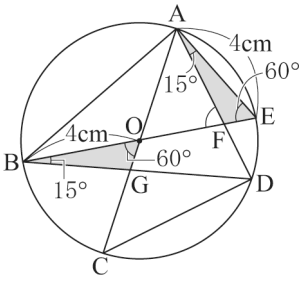
△EAF≡△OBG

よって，△EAF＝△OBG だから，△EAF の面積が問題の答えとなる。

$\triangle ABE = AE \times AB \times \frac{1}{2} = 4 \times 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{3}\ (cm^2)$だから,

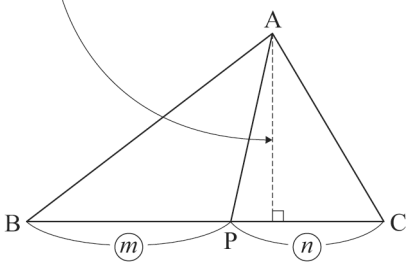
$\triangle EAF = \frac{EF}{BE} \times \triangle ABE = \frac{8-4\sqrt{3}}{8} \times 8\sqrt{3} = 8\sqrt{3} - 12\ (cm^2)$

図２



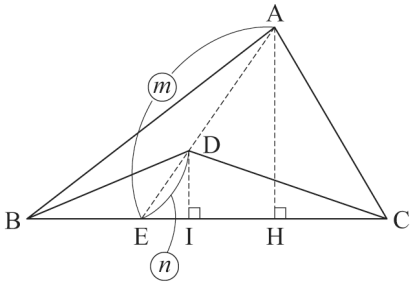
ポイント》面積比は 3 パターン！

①　高さが共通→底辺の比＝面積比



△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

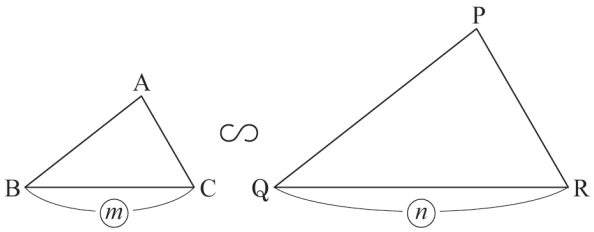
②　底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE

△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③　相似→相似比の２乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，

△ABC：△PQR＝m^2：n^2

数-23-公-京都(中)-KS-06

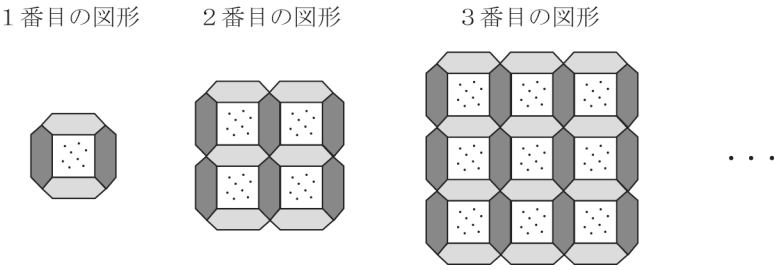
6　【規則性に関する問題】

問１　タイル A の枚数は，1 番目の図形で $1^2=1$(枚)，2 番目の図形で $2^2=4$(枚)，3 番目の図形で $3^2=9$(枚)，…と変化していくから，n 番目の図形では n^2 枚となる。よって，$n=5$ のとき，$5^2=25$(枚)

問２　**図１**のように，タイル B のうち，の向きに並べられたものに注目する。の向きに並べられたタイル B の枚数は，1 番目の図形では 1×2＝2(枚)，2 番目の図形では 2×3＝6(枚)，3 番目の図形では 3×4＝12(枚)，…と変化していくから，n 番目の図形では $n(n+1)$ 枚となる。よって，の向きに並べられたタイル B の枚数は，の向きに並べられたものと同数だから，n 番目の図形で並べられたすべてのタイル B の枚数は，$2n(n+1)$ 枚である。

よって，$n=12$ のとき，$2\times12\times(12+1)=312$(枚)

図１



問３　問１，２より，n 番目の図形のタイル A の枚数とタイル B の枚数の差は，$2n(n+1)-n^2=n^2+2n$ だから，$n^2+2n=360$　　これを解いて，$n=-20$，18　　n は自然数だから，$n=18$

ポイント≫規則性問題を突破するには

まずは具体例をいくつか(3 つ以上)考え，規則性を見つけてから式をつくる！