Ｒ６　京都府(中)　公立　数学　問題

数-24-公-京都(中)-問-01

1　次の**問１**～**問８**に答えよ。

問１　$6-2\times(-5^2)$　を計算せよ。

問２　$\frac{2}{3}(6x+3y)-\frac{1}{4}(8x-2y)$　を計算せよ。

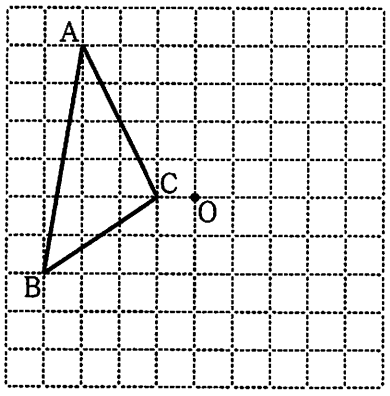
問３　$\sqrt{32}-\frac{16}{\sqrt{2}}+\sqrt{18}$　を計算せよ。

問４　$x=7$，$y=-6$ のとき，$(x-y)^2-10(x-y)+25$　の値を求めよ。

問５　２次方程式　$8x^2=22x$　を解け。

問６　y は x の２乗に比例し，$x=3$ のとき $y=-54$ である。このとき，y を x の式で表せ。

問７　右の図のように，方眼紙上に△ABC と点 O があり，４点 A，B，C，O は方眼紙の縦線と横線の交点上にある。△ABC を，点 O を回転の中心として，時計回りに 270° だけ回転移動させた図形を，答案用紙の方眼紙上にかけ。

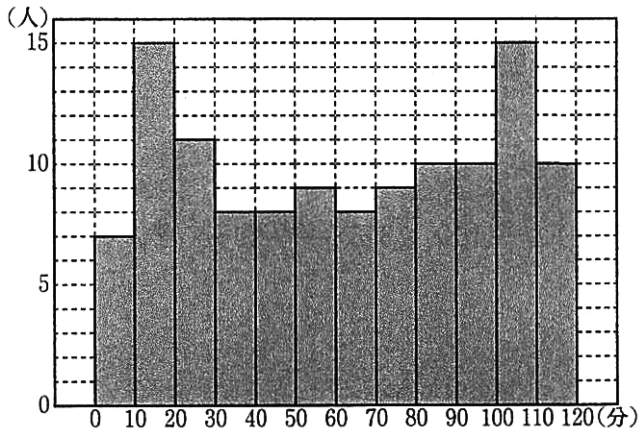


問８　赤玉が２個，白玉が２個，黒玉が１個の合計５個の玉が入っている袋がある。この袋から玉を１個取り出し，取り出した玉を袋にもどさずに，玉をもう１個取り出す。このとき，取り出した２個の玉の色が異なる確率を求めよ。ただし，袋に入っているどの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。

2 ある中学校の 2 年生は，A 組，B 組，C 組，D 組の 4 学級で編制されており，各学級の人数は 30 人である。この中学校では，家庭でのタブレット端末を活用した学習時間を調査しており，その結果から得られた学習時間のデータをさまざまな方法で分析している。右の**図 1** は，2 年生の 120 人全員のある日の学習時間を調査した結果を，ヒストグラムに表したものである。たとえば，**図 1** から，2 年生の 120 人のうち，学習時間が 0 分以上 10 分未満の生徒は 7 人いることがわかる。

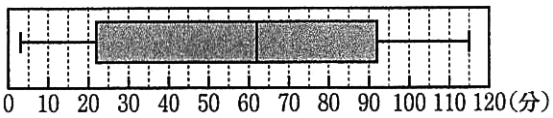
このとき，次の**問 1・問 2** に答えよ。

図 1

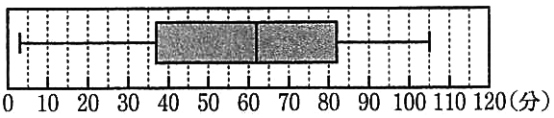


問 1 **図 1** において，学習時間が 30 分以上 90 分未満の生徒は何人いるか求めよ。また，右の(**ア**)～(**エ**)の箱ひげ図のいずれかは，**図 1** のヒストグラムに対応している。**図 1** のヒストグラムに対応している箱ひげ図を，(**ア**)～(**エ**)から 1 つ選べ。

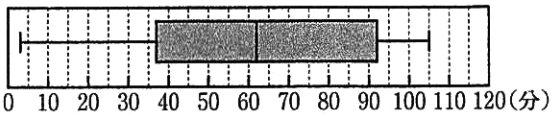
(**ア**)



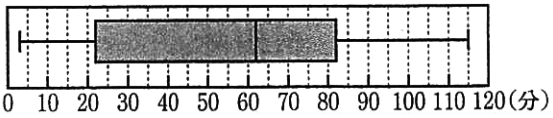
(**イ**)



(**ウ**)

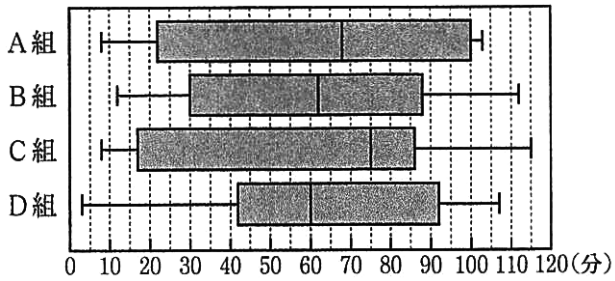


(**エ**)



問 2 右の**図 2** は，**図 1** のもととなった学習時間の調査結果を，学級ごとに箱ひげ図に表したものである。**図 2** から必ずいえるものを，次の(**ア**)～(**オ**)から **2 つ**選べ。

図 2



(**ア**) A 組は，学習時間が 60 分以上 70 分未満の生徒が 1 人以上いる。

(**イ**) B 組は，学習時間が 80 分以上の生徒が 8 人以上いる。

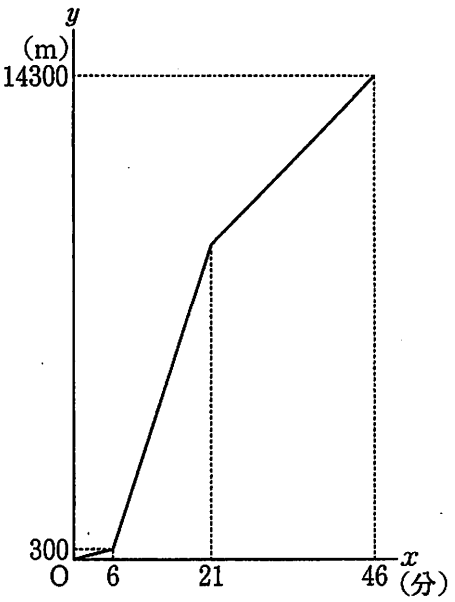
(**ウ**) C 組は，学習時間が 115 分の生徒が 1 人だけいる。

(**エ**) 4 学級のうち，D 組は，学習時間が 0 分以上 40 分未満の生徒の人数が最も多い。

(**オ**) 4 学級のうち，学習時間のデータの四分位範囲が最も大きい学級は，学習時間のデータの範囲が最も小さい。

数-24-公-京都(中)-問-03

3 A さんと B さんは，水泳，自転車，長距離走の 3 種目を，この順に連続して行うトライアスロンの大会に参加した。スタート地点から地点 P までが水泳，地点 P から地点 Q までが自転車，地点 Q からゴール地点までが長距離走で，スタート地点からゴール地点までの道のりは 14300 m であった。



A さんと B さんは同時にスタートし，どちらも同じ速さで泳ぎ，6 分後に地点 P に到着した。地点 P から地点 Q まで，A さんは分速 600 m，B さんは分速 500 m でそれぞれ走り，A さんは B さんより早く地点 Q に到着した。A さんは，地点 Q からゴール地点まで走っている途中で，B さんに追いつかれ，その後，B さんより遅れてゴールした。地点 Q からゴール地点までにおいて，A さんが走る速さは，B さんが走る速さの $\frac{4}{5}$ 倍であった。右の図は，A さんがスタートしてから x 分後の，A さんがスタート地点から進んだ道のりを y m として，x と y の関係をグラフに表したものである。ただし，A さん，B さんともに，各種目で進む速さはそれぞれ一定であり，種目の切り替えにかかる時間は考えないものとする。

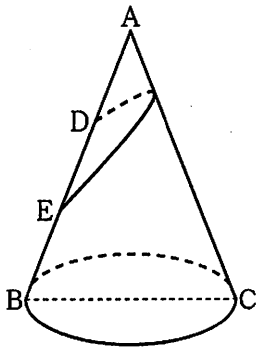
このとき，次の**問 1・問 2** に答えよ。

問 1　地点 P から地点 Q までの道のりは何 m か求めよ。また，$21 \leqq x \leqq 46$ のときの y を x の式で表せ。

問 2　地点 Q からゴール地点までにおいて，A さんが走っている途中で，B さんに追いつかれたときの，A さんがスタート地点から進んだ道のりは何 m か求めよ。

数-24-公-京都(中)-問-04

4 右の図のような，頂点を A，線分 BC を直径とする円を底面とする円錐(すい)があり，高さは $4\sqrt{6}$ cm，AB : BC＝3 : 2 である。線分 AB を 3 等分する点を点 A に近い方から順に D，E とする。また，この円錐の側面に，点 E から線分 AC を通り，点 D まで，ひもをゆるまないようにかける。



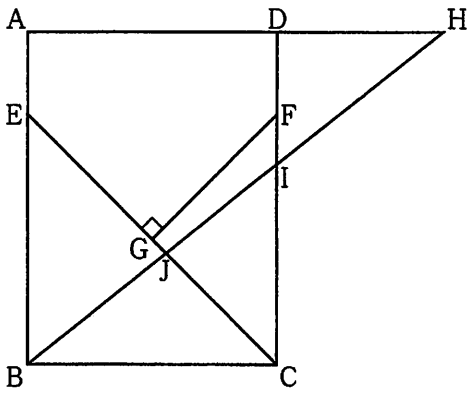
このとき，次の**問 1・問 2** に答えよ。

問 1　この円錐の底面の半径を求めよ。また，線分 AE の長さを求めよ。

問 2　かけたひもの長さが最短となるときの，ひもの長さを求めよ。ただし，ひもの太さは考えないものとする。

数-24-公-京都(中)-問-05

5 右の図のような，AB＝8 cm，AD＝6 cm の長方形 ABCD がある。点 E を，辺 AB 上に AE＝2 cm となるようにとり，線分 CE の垂直二等分線と辺 CD，線分 CE との交点をそれぞれ F，G とする。また，DH＝4 cm となるような点 H を，辺 AD を延長した直線上にとり，2 点 B，H を通る直線と辺 CD，線分 CE との交点をそれぞれ I，J とする。



このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。

問１　△CFG の面積を求めよ。

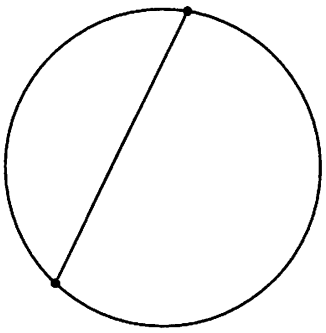
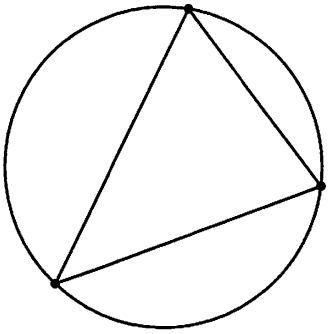
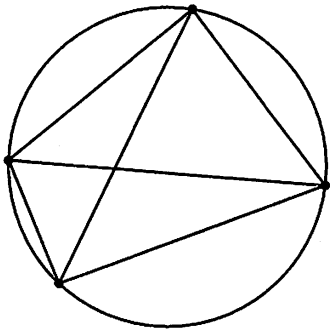
問２　線分 CI の長さを求めよ。

問３　四角形 FGJI の面積を求めよ。

数-24-公-京都(中)-問-06

6 円の周上に，n 個の点をそれぞれ異なる位置にとり，これらのすべての点を互いに結ぶ線分をひき，弦の本数を考える。

次の表は，n＝2，3，4 のときの，図と弦の本数をまとめたものである。

	n＝2	n＝3	n＝4
図			
弦の本数（本）	1	3	6

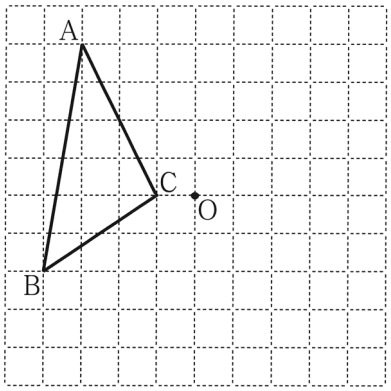
このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。ただし，n は 2 以上の自然数とする。

問１　n＝5 のとき，弦の本数を求めよ。

問２　n＝41 のとき，弦の本数を求めよ。

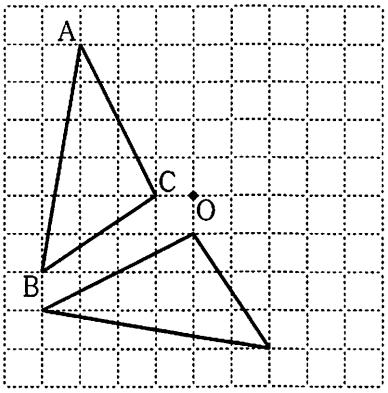
問３　弦の本数が 1953 本であるときの n の値を求めよ。

Ｒ６　京都府(中)　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-京都(中)-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５	$x=$　　,		
		問６	$y=$		
		問７			
		問８			
数-24-公-京都(中)-KY-02	2	問１	人		
			ア　　イ　　ウ　　エ		
		問２	ア　　イ　　ウ　　エ　　オ		
数-24-公-京都(中)-KY-03	3	問１	m		
			$y=$		
		問２	m		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-京都(中)-KY-04	4	問１	半径　　cm		
			AE＝　　cm		
		問２	cm		
数-24-公-京都(中)-KY-05	5	問１	cm^2		
		問２	cm		
		問３	cm^2		
数-24-公-京都(中)-KY-06	6	問１	本		
		問２	本		
		問３	n＝		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-京都(中)-木-01	1	問１	56	2	
		問２	$2x+\frac{5}{2}y$	2	$\frac{4x+5y}{2}$ も可
		問３	$-\sqrt{2}$	2	
		問４	64	2	
		問５	$x=0,\ \frac{11}{4}$	2	完全解答，順不同
		問６	$y=-6x^2$	2	
		問７		2	
		問８	$\frac{4}{5}$	2	0.8 も可
数-24-公-京都(中)-木-02	2	問１	52　人	1	
			㋐	1	
		問２	㋑　　㋕	2	完全解答
数-24-公-京都(中)-木-03	3	問１	9000　m	1	
			$y=200x+5100$	2	
		問２	12300　m	2	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-京都(中)-K-04	4	問１	半径　$2\sqrt{3}$　cm	1	
			AE＝$4\sqrt{3}$　cm	1	
		問２	$2\sqrt{21}$　cm	2	
数-24-公-京都(中)-K-05	5	問１	9　cm^2	1	
		問２	$\frac{24}{5}$　cm	2	4.8 も可
		問３	$\frac{13}{5}$　cm^2	3	2.6 も可
数-24-公-京都(中)-K-06	6	問１	10　本	1	
		問２	820　本	2	
		問３	n＝63	2	

数-24-公-京都(中)-KS-01

1　【小問集合】

問１　$6-2\times(-5^2)=6-2\times\{-(5\times5)\}=6-2\times(-25)=6+50=56$

ポイント≫累乗の“効力”に注意！

$-\boxed{5^2}=-(5\times5)=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

⇒ このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

問３　$\sqrt{32}-\dfrac{16}{\sqrt{2}}+\sqrt{18}=\sqrt{2^5}-\dfrac{16\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}+\sqrt{2\times3^2}=4\sqrt{2}-\dfrac{16\sqrt{2}}{2}+3\sqrt{2}=4\sqrt{2}-8\sqrt{2}+3\sqrt{2}=-\sqrt{2}$

問４　$x-y=A$ とおくと，$A=7-(-6)=13$ だから，

$(x-y)^2-10(x-y)+25=A^2-10A+25=(A-5)^2$　　よって，$(13-5)^2=8^2=64$

問６　y は x の 2 乗に比例するから，$y=ax^2$ とおける。$x=3$ のとき $y=-54$ だから，それぞれ式に代入すると，$-54=a\times3^2$ より，$a=-6$　　よって，求める式は，$y=-6x^2$

ポイント≫関数の式と定数のまとめ

・y は x に比例する　→　式は $y=ax$，定数 a を「比例定数」という。

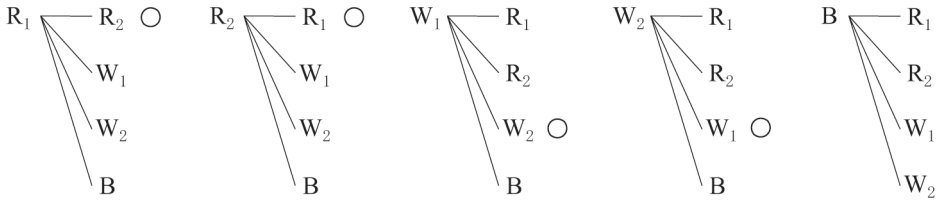
・y は x に反比例する　→　式は $y=\dfrac{a}{x}$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x の 1 次関数である　→　式は $y=ax+b$，定数 a は「変化の割合」でグラフの「傾き」を，定数 b はグラフの「切片」を，それぞれ表す。

・y は x の 2 乗に比例する　→　式は $y=ax^2$，定数 a を「比例定数」という。

問８　2 個の赤玉をそれぞれ R_1，R_2，2 個の白玉をそれぞれ W_1，W_2，1 個の黒玉を B とする。2 個の玉の取り出し方の総数を樹形図で数え上げると，**図１**のように，20 通りとわかる。このうち，取り出した 2 個の玉の色が同じであるのは，○印の 4 通りである。よって，取り出した 2 個の玉の色が異なる確率は，$1-\dfrac{4}{20}=\dfrac{4}{5}$ である。

図１



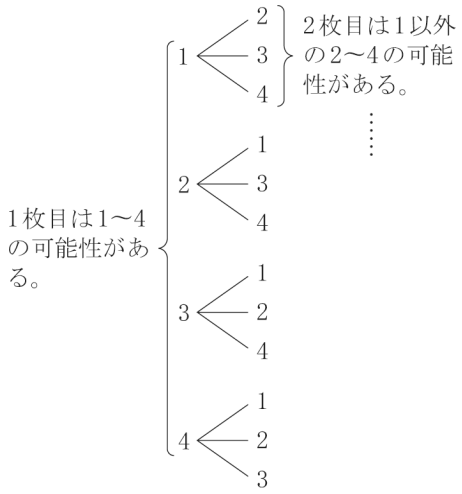
ポイント≫確率の求め方

① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④　樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。
例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



数-24-公-京都(中)-KS-02

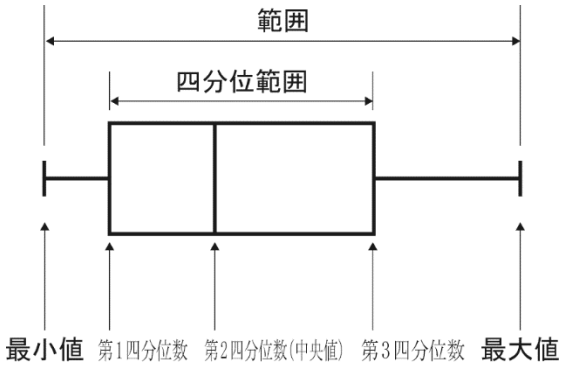
2　【資料の活用】

問１　**図１**のヒストグラムより，学習時間が 30 分以上 90 分未満の生徒は，8＋8＋9＋8＋9＋10＝52(人)いる。
また，ヒストグラムより，学習時間が 110 分以上 120 分未満の生徒がいるので，最大値が正しい箱ひげ図は(**ア**)，(**エ**)である。
さらに，120 人データにおける第 3 四分位数は，データの大きい方から 30 番目と 31 番目の平均である。ヒストグラムより，学習時間が 100 分以上の生徒は 15＋10＝25(人)，90 分以上の生徒は 10＋15＋10＝35(人)いるから，第 3 四分位数はともに 90 分以上 100 分未満の階級に含まれる。よって，(**ア**)，(**エ**)のうち，正しい箱ひげ図は(**ア**)である。

問２　(**ア**)　A 組の中央値は 60 分以上 70 分未満であるが，これはデータの小さい方から 15 番目と 16 番目の平均なので，実際に学習時間が 60 分以上 70 分未満の生徒がいるかはわからない。よって，必ずしもいえない。
(**イ**)　B 組の第 3 四分位数は 80 分以上であり，これはデータの大きい方から 8 番目の値だから，学習時間が 80 分以上の生徒は 8 人以上いる。よって，必ずいえる。
(**ウ**)　C 組の最大値は 115 分であるが，学習時間が 115 分の生徒が 1 人しかいないとは限らない。
(**エ**)　A 組の第 1 四分位数は 0 分以上 40 分未満であり，これはデータの小さい方から 8 番目の値だから，学習時間が 0 分以上 40 分未満の生徒は 8 人以上いる。これは，B 組，C 組でも同様である。
一方，D 組の第 1 四分位数は 40 分以上だから，学習時間が 0 分以上 40 分未満の生徒の人数は 7 人以下であり，4 学級のうちで最も少ない。よって，誤りである。
(**オ**)　四分位範囲は箱ひげ図における箱の長さに相当するから，最も大きい学級はA組である。また，範囲は箱ひげ図におけるひげの両端間の長さに相当するから，最も小さい学級はA組である。よって，必ずいえる。

ポイント》四分位数と箱ひげ図
⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用
①　四分位数…(1)第 2 四分位数(中央値)，(2)第 1 四分位数，(3)第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。
(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均
(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値
(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値
②　四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

③　箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



数-24-公-京都(中)-KS-03

3　【関数の利用】

問１　A さんは 21－6＝15(分間) を，分速 600 m で走ったから，地点 P から地点 Q までの道のりは，600×15＝9000(m) である。

よって，スタート地点から Q 地点までの道のりは，300＋9000＝9300(m) なので，$21 \leqq x \leqq 46$ のときのグラフは，2 点(21，9300)，(46，14300) を通る直線である。直線の式を $y=ax+b$ とおくと，通る 2 点の座標から，$9300=21a+b$，$14300=46a+b$ の 2 式を得る。これを連立方程式として解くと，$a=200$，$b=5100$　　よって，求める直線の式は，$y=200x+5100$　…①である。

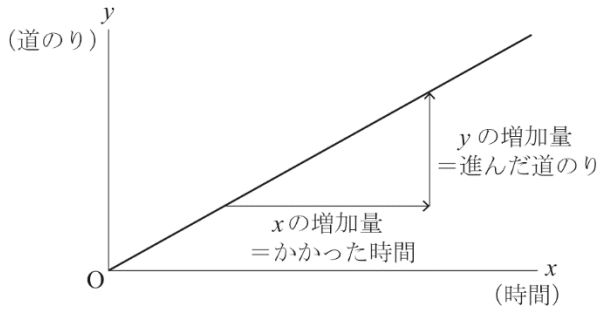
問２　B さんは地点 P から地点 Q までの 9000 m を，分速 500 m で，$\dfrac{9000}{500}=18$(分) かけて走った。よって，B さんが地点 Q に着いたのは，スタートから 6＋18＝24(分後) である。

また，地点 Q からゴール地点までにおいて，A さんが走る速さは，直線①の傾きより，分速 200 m である。この速さは B さんが走る速さの $\dfrac{4}{5}$ 倍だから，B さんが走る速さは，$200\times\dfrac{5}{4}=250$ より，分速 250 m である。

よって，$x \geqq 24$ のときの B さんのグラフは，点(24，9300)を通り，傾きが 250 の直線である。直線の式を $y=250x+c$ とおくと，通る点の座標から，$9300=250\times24+c$　　$c=3300$　　よって，$x \geqq 24$ のときの B さんのグラフの式は，$y=250x+3300$　…②

地点 Q からゴール地点までにおいて，A さんが B さんに追いつかれたときの，A さんがスタート地点から進んだ道のりは，2 直線①，②の交点の y 座標から求められる。よって，①，②を連立方程式として解くと，$x=36$，$y=12300$　　したがって，12300 m である。

ポイント》速さに関するグラフの問題では，「速さ＝変化の割合」と覚えておこう！



$\Rightarrow$ 速さ＝$\dfrac{\text{道のり}}{\text{時間}}=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$

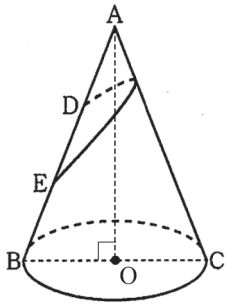
＝変化の割合(一次関数の傾き)

数-24-公-京都(中)-KS-04

4 【空間図形】

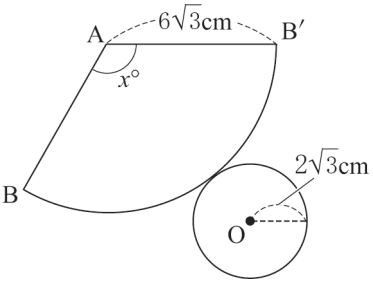
問１　**図１**のように，円錐の底面の円の中心を O，半径を $r$cm とすると，線分 AO は円錐の高さだから，AO＝$4\sqrt{6}$cm である。
BC＝$2r$cm，AB：BC＝3：2 より，AB＝$3r$cm だから，△ABO で三平方の定理より，$AB^2-BO^2=AO^2$　　$(3r)^2-r^2=(4\sqrt{6})^2$　　$r^2=12$
$r>0$ より，$r=2\sqrt{3}$ (cm)
また，AB＝$3r=6\sqrt{3}$ (cm) だから，AE＝$\frac{2}{3}$AB＝$4\sqrt{3}$ (cm)

図１



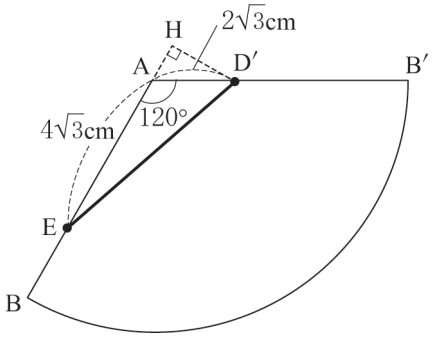
問２　円錐の展開図は**図２**のようになる。
側面のおうぎ形の中心角の大きさを $x°$ とすると，おうぎ形の弧の長さは，$2\pi\times6\sqrt{3}\times\frac{x}{360}=\frac{\sqrt{3}}{30}\pi x$(cm)　…①
また，底面の円の周の長さは，$2\pi\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}\,\pi$(cm)　…②
①，②は等しいので，$\frac{\sqrt{3}}{30}\pi x=4\sqrt{3}\,\pi$ より，$x=120$

図２



問題文の条件に適するようにかけたひもの長さは，**図３**の線分 ED′と等しい。半直線 BA 上に D′H⊥BA となるような点 H をとる。
△HAD′は，∠HAD′＝180°－120°＝60°の直角三角形だから，AD′＝$\frac{1}{3}$AB′＝$2\sqrt{3}$(cm)，AH＝$\frac{1}{2}$AD′＝$\sqrt{3}$ (cm)，
HD′＝$\sqrt{3}$AH＝3(cm) である。
よって，EH＝AE＋AH＝$4\sqrt{3}+\sqrt{3}=5\sqrt{3}$ (cm) だから，
△HED′で三平方の定理より，
$ED'^2=EH^2+HD'^2=(5\sqrt{3})^2+3^2=84$　　ED′＞0 より，
ED′＝$2\sqrt{21}$ (cm)

図３

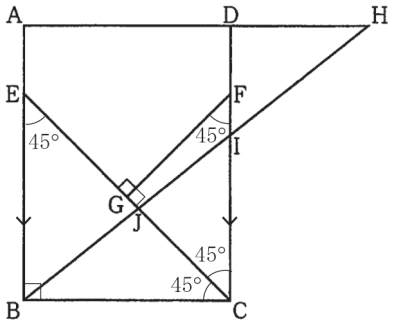


数-24-公-京都(中)-KS-05

5 【平面図形】

問１　BE＝AB－AE＝8－2＝6(cm) より，
△BCE は BC＝BE＝6cm，∠EBC＝90°の直角二等辺三角形だから，EC＝$\sqrt{2}$BC＝$6\sqrt{2}$ (cm)，∠BEC＝45°
EB // FC より，錯角は等しいから，∠FCG＝∠BEC＝45°であり，∠FGC＝90°だから，△CFG は FG＝GC の直角二等辺三角形である。
よって，FG＝GC＝$\frac{1}{2}$EC＝$3\sqrt{2}$ (cm)より，
△CFG＝FG×GC×$\frac{1}{2}$＝$3\sqrt{2}\times3\sqrt{2}\times\frac{1}{2}$＝9(cm^2)

図１

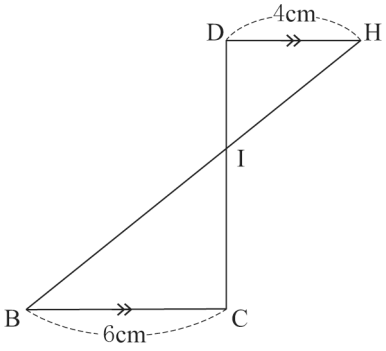


問２　DH // BC より，平行線と線分の比の性質から，

DI：CI＝DH：BC＝4：6＝2：3

よって，$CI=\frac{3}{5}DC=\frac{3}{5}\times 8=\frac{24}{5}$(cm)

図２



問３　$\triangle IBC=BC\times CI\times\frac{1}{2}=6\times\frac{24}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{72}{5}$(cm^2)

EB // IC より，平行線と線分の比の性質から，

$BJ:JI=BE:CI=6:\frac{24}{5}=5:4$

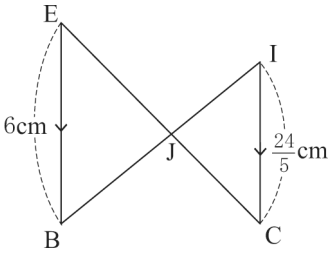
よって，BI：JI＝9：4 より，△IBC：△IJC＝9：4

したがって，$\triangle IJC=\frac{4}{9}\triangle IBC=\frac{4}{9}\times\frac{72}{5}=\frac{32}{5}$(cm^2)

よって，四角形 FGJI の面積は，

$\triangle CFG-\triangle IJC=9-\frac{32}{5}=\frac{13}{5}$(cm^2)である。

図３



数-24-公-京都(中)-KS-06

6　【規則性に関する問題】

問１　1 個の点につき，その点と残りの 4 個の点をそれぞれ結ぶことで，4 本の線分をひくことができる。これは 5 個すべての点において同様なので，4×5＝20(本) の線分をひくことができる。しかし，同じ線分を 2 本ずつひいてしまうので，弦の本数は，20÷2＝10(本) である。

問２　**問１**と同様に考える。1 個の点につき，その点と残りの 40 個の点をそれぞれ結ぶことで，40 本の線分をひくことができる。これは 41 個すべての点において同様なので，40×41＝1640(本) の線分をひくことができる。しかし，同じ線分を 2 本ずつひいてしまうので，弦の本数は，1640÷2＝820(本) である。

問３　n 個の異なる点をとった場合の弦の本数を，**問１**，**問２**と同様に考える。1 個の点につき，その点と残りの $(n-1)$ 個の点をそれぞれ結ぶことで，$(n-1)$ 本の線分をひくことができる。これは n 個すべての点において同様なので，$(n-1)n$ 本の線分をひくことができる。しかし，同じ線分を 2 本ずつひいてしまうので，弦の本数は，$\frac{(n-1)n}{2}$本である。

よって，$\frac{(n-1)n}{2}=1953$ より，$n^2-n-3906=0$　　$(n-63)(n+62)=0$　　$n\geqq 2$ より，$n=63$