Ｒ６　京都府(前)　公立　数学　問題

数-24-公-京都(前)-問-01

1　次の**問１**～**問９**に答えよ。

問１　$(-3)^3+4^2\times\dfrac{9}{8}$　を計算せよ。

問２　$2x-6-\dfrac{x-7}{2}$　を計算せよ。

問３　$\dfrac{2}{5}x^3y^3\div(-2y)\div\left(-\dfrac{1}{25}xy^2\right)$　を計算せよ。

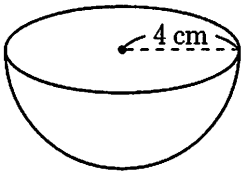
問４　関数　$y=\dfrac{16}{x}$　について，x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

問５　等式　$a-6c=8b$　を c について解け。

問６　$\sqrt{125}$　を小数で表したとき，整数部分の値を求めよ。

問７　2 次方程式　$2x^2-18x+12=0$　を解け。

問８　右の図のような，半径が 4 cm の半球の表面積を求めよ。



問９　右の表は，ある中学校の 2 年生 25 人の上体起こしの記録について，度数および累積相対度数をまとめたものである。表中の [X] ～ [Z] に当てはまる数をそれぞれ求めよ。

記録（回）	度数（人）	累積相対度数
以上　未満		
10 ～ 13	1	0.04
13 ～ 16	[X]	0.04
16 ～ 19	2	0.12
19 ～ 22	4	0.28
22 ～ 25	3	0.40
25 ～ 28	5	0.60
28 ～ 31	[Y]	[Z]
31 ～ 34	2	0.96
34 ～ 37	1	1.00
計	25	

数-24-公-京都(前)-問-02

2　100 円硬貨と 50 円硬貨がそれぞれ 2 枚ずつある。この 4 枚の硬貨を同時に投げる。

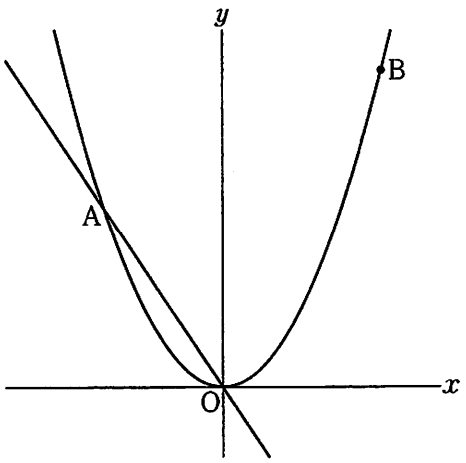
このとき，次の**問１・問２**に答えよ。ただし，それぞれの硬貨の表裏の出方は，同様に確からしいものとする。

問１　100 円硬貨が 2 枚とも表で，50 円硬貨が少なくとも 1 枚は表となる確率を求めよ。

問２　表が出た硬貨の合計金額が 100 円以上 250 円未満になる確率を求めよ。

数-24-公-京都(前)-問-03

3 右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に2点A，Bがあり，2点A，Bの x 座標はそれぞれ-6，8である。また，2点O，Aを通る直線の傾きは$-\frac{3}{2}$である。



このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。

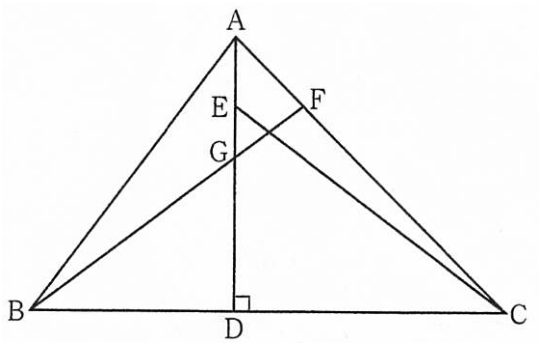
問１　a の値を求めよ。

問２　2点A，Bを通る直線の式を求めよ。

問３　点Aを通り，傾きが$-\frac{5}{6}$である直線上に x 座標が正である点Cを，△AOBと△ACBの面積が等しくなるようにとるとき，点Cの座標を求めよ。

数-24-公-京都(前)-問-04

4 右の図のように，△ABCがあり，AB＝5 cm，BC＝7 cm，∠ACB＝45°である。点Aから辺BCにひいた垂線と辺BCとの交点をDとすると，BD＜CDであった。線分AD上に点Eを，AB＝CEとなるようにとる。また，辺AC上に点Aと異なる点Fを，AB＝BFとなるようにとり，線分ADと線分BFとの交点をGとする。



このとき，次の**問１・問２**に答えよ。

問１　△ABD≡△CEDであることを証明せよ。

問２　線分BDの長さを求めよ。また，線分EGの長さを求めよ。

5 右の**図１**のように，底面が台形で，側面がすべて長方形である四角柱 ABCD－EFGH の形をした透明な容器があり，AD // BC，AB＝AD＝CD＝8 cm，BC＝16 cm，AE＝4 cm である。この容器を右の**図２**のように，長方形 BCGF が底になるように水平な台の上に置き，容器の底から高さ $3\sqrt{3}$ cm のところまで水を入れる。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。ただし，容器から水はこぼれないものとし，容器の厚さは考えないものとする。

問１　この容器の，長方形 BCGF を底面としたときの高さを求めよ。

問２　容器に入っている水の体積を求めよ。

問３　この容器を長方形 CDHG が底になるように水平な台の上に置いたとき，容器の底から水面までの高さは何 cm になるか求めよ。

図１

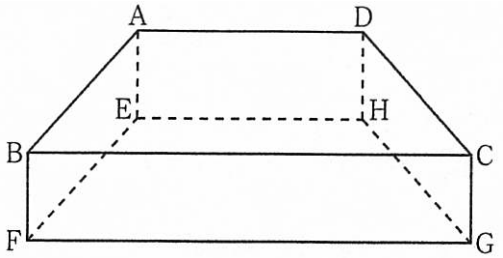
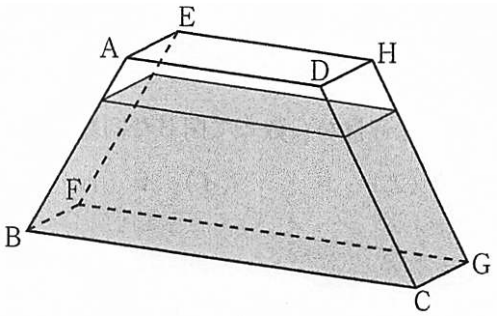


図２



6 右の**図１**は，アルトリコーダーの一部を模式的に表したものであり，**図１**中の点線の丸（◌）と実線の丸（○）は，いずれも開いた状態のトーンホールを表している。それぞれのトーンホールは，吹き口に近い順にA，B，C，Dとする。また，右の**図２**は，アルトリコーダーでド，レ，ミ，ファ，ソの各音を吹いたときの，閉じた状態のトーンホールを黒く塗りつぶされた丸（●）で表している。

図１

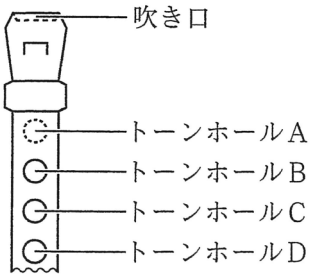
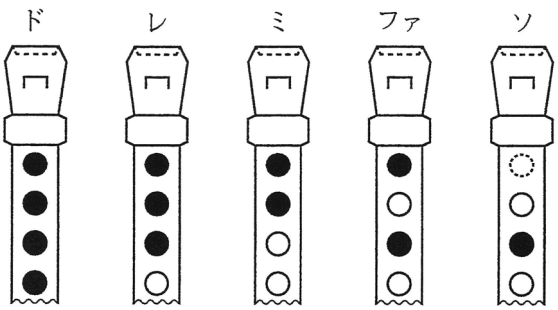


図２



アルトリコーダーで，ドをはじめの音として，1音ずつド，レ，ミ，ファ，ソの順にくり返し吹く。ただし，1音吹くごとに，吹いた後はすべてのトーンホールを開いた状態にするものとする。

はじめに吹いた音から順に，1音目，2音目，3音目，…とし，吹いた音およびそれぞれのトーンホールを1音目から数えて閉じた回数を考える。

次の表は，1音目から7音目までについて，吹いた音およびそれぞれのトーンホールを1音目から数えて閉じた回数をまとめたものである。

		1音目	2音目	3音目	4音目	5音目	6音目	7音目
吹いた音		ド	レ	ミ	ファ	ソ	ド	レ
1音目から数えて閉じた回数（回）	トーンホールA	1	2	3	4	4	5	6
	トーンホールB	1	2	3	3	3	4	5
	トーンホールC	1	2	2	3	4	5	6
	トーンホールD	1	1	1	1	1	2	2

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。

問１ 20音目を吹いたとき，吹いた音を，次の(**ア**)～(**オ**)から1つ選べ。また，そのときのトーンホールCを1音目から数えて閉じた回数を求めよ。

(**ア**) ド　(**イ**) レ　(**ウ**) ミ　(**エ**) ファ　(**オ**) ソ

問２ 113音目を吹いたとき，トーンホールAを1音目から数えて閉じた回数と，トーンホールDを1音目から数えて閉じた回数をそれぞれ求めよ。

問３　n を自然数とする。$(5n^2+5n-7)$ 音目を吹いたとき，トーンホール A を 1 音目から数えて閉じた回数とトーンホール B を 1 音目から数えて閉じた回数の差が 1258 回であった。このときの n の値を求めよ。

Ｒ６　京都府(前)　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-京都(前)-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５	$c=$		
		問６			
		問７	$x=$		
		問８	cm^2		
		問９	X　　Y　　Z		
数-24-公-京都(前)-KY-02	2	問１			
		問２			
数-24-公-京都(前)-KY-03	3	問１	$a=$		
		問２	$y=$		
		問３	C$\left(\quad,\quad\right)$		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-京都(前)-KY-04	4	問１			
		問２	BD＝　　cm		
			EG＝　　cm		
数-24-公-京都(前)-KY-05	5	問１	cm		
		問２	cm^3		
		問３	cm		
数-24-公-京都(前)-KY-06	6	問１	ア　　イ　　ウ　　エ　　オ		
			回		
		問２	トーンホール A　　回 ｜ トーンホール D　　回		
		問３	n＝		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-京都(前)-K-01	1	問１	-9	2	
		問２	$\dfrac{3x-5}{2}$	2	$\dfrac{3}{2}x-\dfrac{5}{2}$ も可
		問３	$5x^2$	2	
		問４	-2	2	
		問５	$c=\dfrac{a-8b}{6}$	2	$\dfrac{1}{6}a-\dfrac{4}{3}b$ も可
		問６	11	2	
		問７	$x=\dfrac{9\pm\sqrt{57}}{2}$	2	完全解答, $\dfrac{9}{2}\pm\dfrac{\sqrt{57}}{2}$ も可
		問８	48π　cm^2	2	
		問９	X　0　Y　7　Z　0.88	2	完全解答
数-24-公-京都(前)-K-02	2	問１	$\dfrac{3}{16}$	2	
		問２	$\dfrac{5}{8}$	2	0.625 も可
数-24-公-京都(前)-K-03	3	問１	$a=\dfrac{1}{4}$	2	0.25 も可
		問２	$y=\dfrac{1}{2}x+12$	2	
		問３	C$\left(\ 3\ ,\ \dfrac{3}{2}\ \right)$	3	C (3,　1.5)も可

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-京都(前)-K-04	4	問１	(例) △ABD と△CED で, 仮定より, ∠ADB＝∠CDE＝90°　……① AB＝CE　……② また，∠ADC＝90°，∠ACB＝45°だから, ∠DAC＝180°－(∠ADC＋∠ACB)＝45° ∠DAC＝∠DCA より，△DCA は二等辺三角形であるから, AD＝CD　……③ ①，②，③から，直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいので, △ABD≡△CED	4	
		問２	BD＝3　cm	1	
			EG＝$\frac{3}{4}$　cm	2	EG＝0.75 も可
数-24-公-京都(前)-K-05	5	問１	$4\sqrt{3}$　cm	2	
		問２	$156\sqrt{3}$　cm^3	2	
		問３	$5\sqrt{3}$　cm	3	
数-24-公-京都(前)-K-06	6	問１	㋐	1	
			16　回	1	
		問２	トーンホール A　91　回 ┆ トーンホール D　23　回	2	完全解答
		問３	n＝35	3	

数-24-公-京都(前)-KS-01

1　【小問集合】

問１　$(-3)^3+4^2\times\frac{9}{8}=(-3)\times(-3)\times(-3)+4\times4\times\frac{9}{8}=-27+18=-9$

ポイント》累乗の”効力”に注意！

$-\boxed{5^2}=-5\times5=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

⇒ このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

問２　$2x-6-\frac{x-7}{2}=\frac{2(2x-6)}{2}-\frac{x-7}{2}=\frac{2(2x-6)-(x-7)}{2}=\frac{4x-12-x+7}{2}=\frac{3x-5}{2}$

問３　$\frac{2}{5}x^3y^3\div(-2y)\div\left(-\frac{1}{25}xy^2\right)=\frac{2x^3y^3}{5}\times\left(-\frac{1}{2y}\right)\times\left(-\frac{25}{xy^2}\right)=5x^2$

問４　x の値が 2 から 4 まで増加するときの x の増加量は，$4-2=2$

$x=2$ のとき，$y=\frac{16}{2}=8$，$x=4$ のとき，$y=\frac{16}{4}=4$ だから，y の増加量は，$4-8=-4$

よって，変化の割合は，$\frac{-4}{2}=-2$

ポイント》変化の割合

変化の割合とは，x の値が増加したときに，y の値がどれだけ変化するかを割合で示したもの。

［定義］変化の割合$=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。

また，グラフの形状によって，注意点が異なる。

・直線のグラフ(比例 $y=ax$，一次関数 $y=ax+b$)

→変化の割合は一定で，定数 a の値に等しい。

・曲線のグラフ$\left(\text{反比例}y=\frac{a}{x}\text{，関数}y=ax^2\right)$

→変化の割合は区間により変化するため，［定義］を利用して計算する必要がある。

※なお，関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$ で求められる。

問５　$a-6c=8b$　　a を左辺に移項して，$-6c=-a+8b$　　両辺に-1 をかけて，$6c=a-8b$

両辺に$\frac{1}{6}$をかけて，$c=\frac{a-8b}{6}$

問６　$11=\sqrt{11^2}=\sqrt{121}$，$12=\sqrt{12^2}=\sqrt{144}$ より，$11<\sqrt{125}<12$ だから，$\sqrt{125}$ の整数部分は 11。

問７　$2x^2-18x+12=0$　　両辺に$\frac{1}{2}$をかけて，$x^2-9x+6=0$

2 次方程式の解の公式より，$x=\frac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4\times1\times6}}{2\times1}=\frac{9\pm\sqrt{57}}{2}$

問８　半径が 4cm の球の表面積は，$4\pi\times4^2=64\pi(\text{cm}^2)$ だから，その半分は，$64\pi\times\frac{1}{2}=32\pi(\text{cm}^2)$

これに切り口である半径 4cm の円の面積，$\pi\times4^2=16\pi(\text{cm}^2)$ をたして，$32\pi+16\pi=48\pi(\text{cm}^2)$

問９　Ｘ：10 回以上 13 回未満の階級と，13 回以上 16 回未満の階級とで，累積相対度数が等しいから，13 回以上 16 回未満の階級の度数は 0 人。

Ｙ：度数の合計から逆算して，$25-(1+0+2+4+3+5+2+1)=7$(人)

Ｚ：28 回以上 31 回未満の階級の累積相対度数は，25 回以上 28 回未満の階級の累積相対度数に，28 回以上 31 回未満の階級の相対度数をたしたものだから，$0.60+\frac{7}{25}=0.88$

ポイント》相対度数の求め方

「相対」とは，他と比べるという意味。つまり，全体(度数の合計)と比べて，その度数がどれだけの割合かを表すのが「相対度数」である。よって，求め方は，

$$\text{相対度数}=\frac{\text{対象となる階級の度数}}{\text{度数の合計}}$$

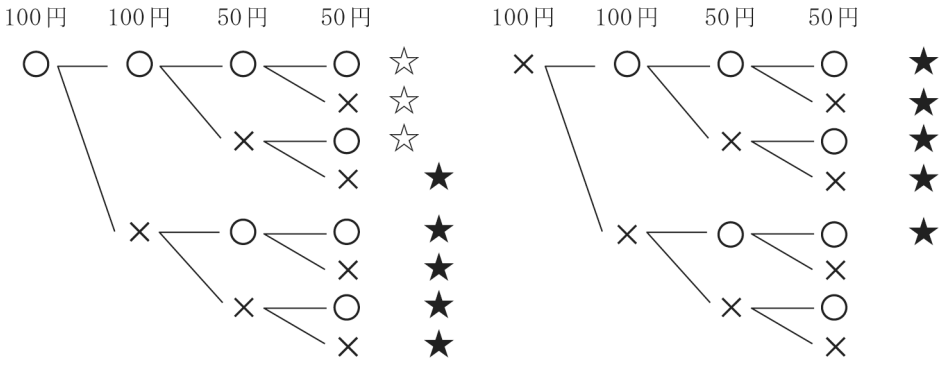
である。分数ではなく，小数で表すことが多い。

数-24-公-京都(前)-KS-02

2 【確率】

硬貨が表になることを○，裏になることを×で表し，4 枚の硬貨を同時に投げたときの表裏の出方を樹形図で表すと，**図 1** のようになる。よって，表裏の出方は全部で 16 通り。

図 1



問 1　条件を満たすのは**図 1** の☆印の 3 通りだから，求める確率は$\frac{3}{16}$である。

問 2　条件を満たすのは**図 1** の★印の 10 通りだから，求める確率は$\frac{10}{16}=\frac{5}{8}$である。

ポイント》確率の求め方

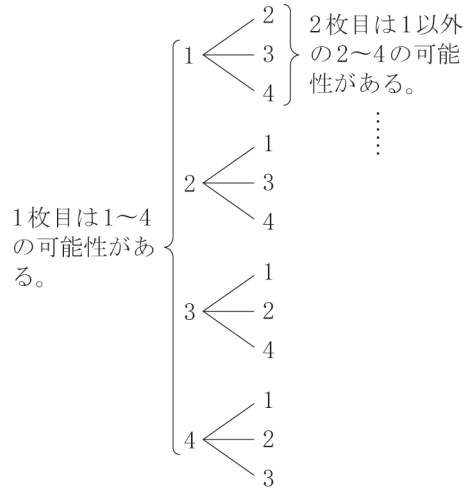
① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。

例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



数-24-公-京都(前)-KS-03

3 【関数のグラフと図形】

問1 2点O，Aを通る直線は，傾き$-\frac{3}{2}$の比例のグラフだから，その式は$y=-\frac{3}{2}x$である。点Aの座標をA$(-6,\ y_1)$とすると，$y_1=-\frac{3}{2}\times(-6)=9$より，A$(-6,\ 9)$

関数$y=ax^2$のグラフはA$(-6,\ 9)$を通るから，$9=a\times(-6)^2$より，$a=\frac{1}{4}$

問2 点Bは関数$y=\frac{1}{4}x^2$のグラフ上にあり，x座標は8だから，$y=\frac{1}{4}\times8^2=16$より，B$(8,\ 16)$

2点A$(-6,\ 9)$，B$(8,\ 16)$を通る直線の式を$y=mx+n$とおくと，$9=-6m+n$，$16=8m+n$の2つの式を得る。これを連立方程式として解くと，$m=\frac{1}{2}$，$n=12$

よって，求める直線の式は，$y=\frac{1}{2}x+12$

ポイント》直線の式の求め方

① $y=ax+b$とおく。

② その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「$(x,\ y)$：対応するx，yの値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2つの条件を見つけて代入する。

問3 △AOBと△ACBは，辺ABを共通の底辺にもつので，2つの三角形の面積が等しくなるのは，AB // OCのときである。

問2より，直線ABの傾きは$\frac{1}{2}$だから，直線OCは傾きが$\frac{1}{2}$の比例のグラフである。よって，直線OCの式は，$y=\frac{1}{2}x$　…①

次に，点Aを通り，傾きが$-\frac{5}{6}$である直線の式を，

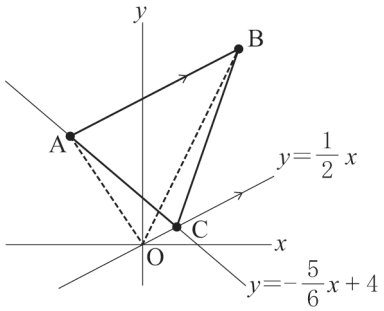
$y=-\frac{5}{6}x+k$とおく。点Aの座標$(-6,\ 9)$より，

$9=-\frac{5}{6}\times(-6)+k$だから，$k=4$

よって，この直線の式は，$y=-\frac{5}{6}x+4$　…②

点Cは①と②の交点だから，2つの式を連立方程式として解くと，C$\left(3,\ \frac{3}{2}\right)$

図1



数-24-公-京都(前)-KS-04

4 【平面図形】

問1 ∠ACB＝45°という条件から，直角二等辺三角形を思いうかべよう。

問2 BD＝$x$cmとすると，CD＝BC－BD＝$7-x$(cm)

また，**問1**の証明の③より，AD＝CD＝$7-x$(cm)

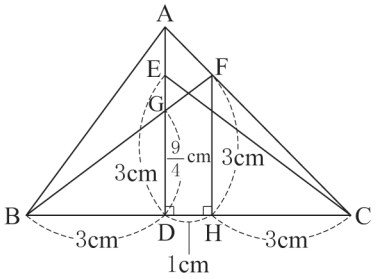
よって，△ABDで三平方の定理より，

$BD^2+AD^2=AB^2$　　$x^2+(7-x)^2=5^2$　…☆

これを展開して整理すると，2次方程式$x^2-7x+12=0$を得る。これを解くと，$x=3,\ 4$

BD＝3cmのとき，CD＝7－3＝4(cm)だから，これは条件BD＜CDを満たす。

図1



BD＝4cmのとき，CD＝7－4＝3(cm)だから，これは条件BD＜CDを満たさない。よって，BD＝3cm

次に，点Fから辺BCに垂線をおろし，辺BCとの交点をHとする。

CH＝$y$cmとすると，BH＝BC－CH＝$7-y$(cm)

また，△FHCは直角二等辺三角形だから，FH＝CH＝$y$cm

よって，△FBHで三平方の定理より，$FH^2+BH^2=BF^2$　　$y^2+(7-y)^2=5^2$

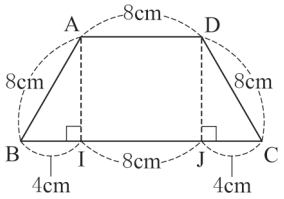
☆と同様にして，$y=3$，4　　ここで，CH＜CD だから，CH＜4 より，CH＝3 cm
GD // FH だから，平行線と線分の比の性質より，GD：FH＝BD：BH　　GD：3＝3：4
GD＝$\frac{9}{4}$ cm　　よって，EG＝ED－GD＝$3-\frac{9}{4}=\frac{3}{4}$ (cm)

数-24-公-京都(前)-KS-05

5　【空間図形】

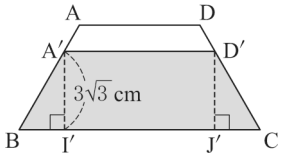
問１　求める高さは，台形 ABCD の高さと等しいので，それを求める。
図１のように，台形 ABCD の頂点 A，D からそれぞれ辺 BC に垂線 AI，DJ をおろす。四角形 AIJD は長方形だから，IJ＝AD＝8 cm
△ABI≡△DCJ だから，BI＝CJ＝(BC－IJ)÷2＝(16－8)÷2＝4 (cm)
△ABI で三平方の定理より，$AI^2=AB^2-BI^2=8^2-4^2=48$
AI＞0 より，AI＝$4\sqrt{3}$ (cm)　　よって，求める高さは $4\sqrt{3}$ cm

図１



問２　容器の面 ABCD に着目すると，容器に水が入ったようすは**図２**のようになる。なお，線分 A′D′が水面を，A′I′または D′J′が水面までの高さを表している。
図１の△ABI と**図２**の△A′BI′は相似だから，BI：BI′＝AI：A′I′
4：BI′＝$4\sqrt{3}$：$3\sqrt{3}$　　よって，BI′＝3 (cm)

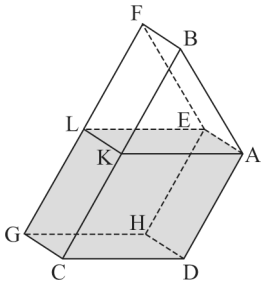
図２



ここで，CJ′＝BI′＝3 cm だから，A′D′＝I′J′＝BC－(BI′＋CJ′)＝16－(3＋3)＝10 (cm)
よって，容器に入っている水の体積は，
(台形 A′BCD′)×AE＝$\left\{(A'D'+BC)\times A'I'\times\frac{1}{2}\right\}\times AE=\left\{(10+16)\times 3\sqrt{3}\times\frac{1}{2}\right\}\times 4=156\sqrt{3}$ (cm^3)

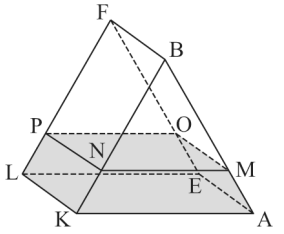
問３　まずは，容器を長方形 CDHG が底になるように水平な台の上に置いたとき，水面が点 A を通るときの水の体積を考える。
容器に水が入ったようすは**図３**のようになり，水面を面 KAEL とする。四角形 CDAK は平行四辺形であり，底辺を AD としたときの高さは，AI と等しく $4\sqrt{3}$ cm だから，その面積は，
$8\times 4\sqrt{3}=32\sqrt{3}$ (cm^2)である。よって，このときの水の体積は，
$32\sqrt{3}\times 4=128\sqrt{3}$ (cm^3)
なお，このときの容器の底から水面までの高さは，▱CDAK の底辺を CD としたときの高さであり，AD＝CD より，$4\sqrt{3}$ cm　…①である。
次に，**問２**より，実際に入っている水の体積は $156\sqrt{3}$ cm^3 だから，
$156\sqrt{3}-128\sqrt{3}=28\sqrt{3}$ (cm^3)の水が，三角柱 ABK－EFL に入っていることがわかる。

図３



三角柱に水が入ったようすは**図４**のようになり，水面を面 NMOP とする。
入った水は，四角柱 KAMN－LEOP の形をしており，その体積は $28\sqrt{3}$ cm^3，高さは 4 cm だから，底面 KAMN の面積は，
$28\sqrt{3}\div 4=7\sqrt{3}$ (cm^2)である。
また，△ABK＝(台形 ABCD)－▱CDAK＝$(8+16)\times 4\sqrt{3}\times\frac{1}{2}-32\sqrt{3}$
$=16\sqrt{3}$ (cm^2)だから，

図４



△MBN＝△ABK－(四角形 KAMN)＝$16\sqrt{3}-7\sqrt{3}=9\sqrt{3}$ (cm^2)
ここで，MN // AK より，△MBN∽△ABK だから，△MBN：△ABK＝$9\sqrt{3}$：$16\sqrt{3}$＝9：16
よって，相似比は，$\sqrt{9}$：$\sqrt{16}$＝3：4 である。
△ABK の底辺を AK としたときの高さ h_1 は，$AK\times h_1\times\frac{1}{2}=8\times h_1\times\frac{1}{2}=16\sqrt{3}$ より，$h_1=4\sqrt{3}$ cm
よって，△MBN の底辺を MN としたときの高さを h_2 とすると，h_1：h_2＝4：3 より，
$h_2=\frac{3}{4}h_1=3\sqrt{3}$ (cm)

したがって，三角柱 ABK－EFL に入った水の面 KAEL から水面までの高さは，
$h_1-h_2=\sqrt{3}$(cm)　…②
よって，容器の底から水面までの高さは，①＋②＝$4\sqrt{3}+\sqrt{3}=5\sqrt{3}$(cm)

数-24-公-京都(前)-KS-06

6　【規則性に関する問題】

問１　ド，レ，ミ，ファ，ソの順に，この 5 音を 1 セットとしてくり返し吹くので，
20÷5＝4(セット) より，20 音目は 4 セット目の最後の音になる。よって，吹いた音は(**オ**) ソである。
また，トーンホール C を閉じるのは，ド，レ，ファ，ソの 4 音を吹くときだから，1 セットあたりに 4 回閉じることになる。よって，4×4＝16(回)

問２　113÷5＝22 (セット) あまり 3 (音) だから，22 セットくり返したあとに，ド，レ，ミの 3 音を吹くことになる。トーンホール A を閉じるのは，ド，レ，ミ，ファの 4 音を吹くときだから，
4×22＋3＝91(回)　トーンホール D を閉じるのは，ドの 1 音を吹くときだけだから，
1×22＋1＝23(回)

問３　$5n^2+5n-7=(5n^2+5n-10)+3=5(n^2+n-2)+3$ より，(n^2+n-2) セットくり返したあとに，ド，レ，ミの 3 音を吹くことになる。トーンホール A，B を閉じる回数の差は 1 セットあたり 1 回であり，ド，レ，ミの 3 音を吹いたときの差は 0 回である。よって，$(5n^2+5n-7)$ 音目を吹くまでの，トーンホール A，B を閉じる回数の差は，$(n^2+n-2)\times1+0=n^2+n-2$(回) だから，方程式 $n^2+n-2=1258$ を立てられる。したがって，$n^2+n-1260=0$　　$(n+36)(n-35)=0$　　n は自然数だから，$n=35$