Ｒ７　京都府(中)　公立　数学　問題

数-25-公-京都(中)-問-01

1　次の問１～問８に答えよ。

問１　$11-\left(\frac{1}{2}-1\right)\times(-2)^2$　を計算せよ。

問２　$\frac{5x-1}{6}-\frac{-x+2}{12}$　を計算せよ。

問３　$(8-\sqrt{8})(1+\sqrt{8})$　を計算せよ。

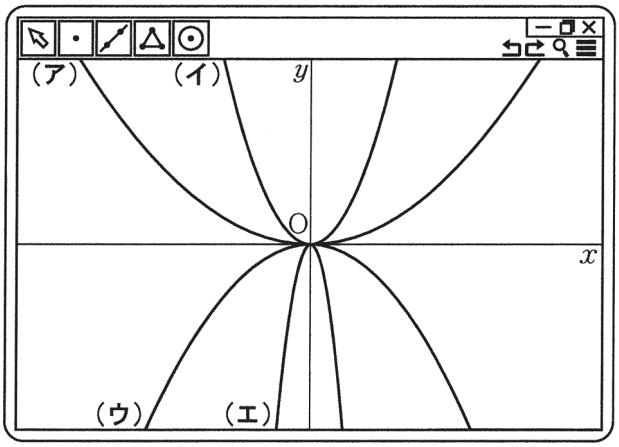
問４　半径 9 cm，弧の長さ 10π cm のおうぎ形の中心角の大きさを求めよ。

問５　次の連立方程式を解け。

$$\begin{cases} x=-9y-3 \\ \frac{1}{3}x=3y+3 \end{cases}$$

問６　$ax^2-5ax-24a$　を因数分解せよ。

問７　右の図は，グラフ作成ソフトウェアで 4 つの関数のグラフを表示させた，コンピュータの画面を表したものであり，(ア)～(エ)はそれぞれ，関数 $y=x^2$，$y=\frac{1}{7}x^2$，$y=-7x^2$，$y=-\frac{2}{7}x^2$ のグラフのいずれかである。図中の(ア)～(エ)のうち，関数 $y=-\frac{2}{7}x^2$ のグラフにあたるものとして最も適当なものを 1 つ選べ。



問８　次の**資料**は，ある中学校の 3 年生 9 人の反復横とびの記録をまとめたものである。この**資料**について，3 年生の記録の四分位範囲を求めよ。

資料　3 年生 9 人の反復横とびの記録（点）

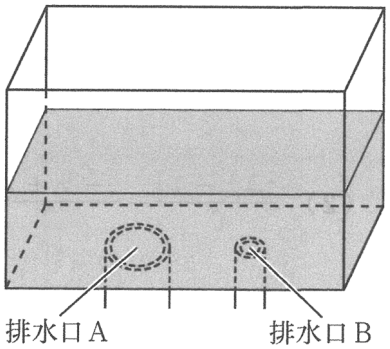
52,　41,　48,　57,　45,　35,　50,　56,　43

数-25-公-京都(中)-問-02

2　右の**図１**のように，排水口 A，B がついている水そうがあり，排水口 A，B はどちらも閉じた状態で，水そうには 40 L の水が入っている。排水口 A を開くと毎分 4 L の割合で水そうから水が出て，排水口 B を開くと毎分 1 L の割合で水そうから水が出る。

優さんは，ストップウォッチと**図１**の水そうを用いて，次の**〈操作〉**を行った。

図１



〈操作〉

手順①　排水口 A を開くと同時にストップウォッチをスタートさせる。

手順②　**手順①**でストップウォッチをスタートさせてからちょうど 2 分後に，排水口 A を閉じると同時に排水口 B を開く。

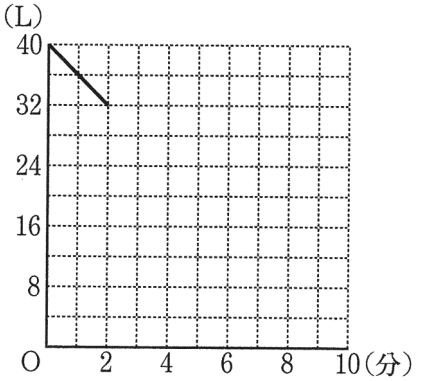
手順③　**手順②**で排水口 B を開いてからちょうど 4 分後に，排水口 B は開いたままの状態で，再び排水口 A を開く。

手順④　**手順③**で排水口 A を開いてからちょうど 4 分後に，排水口 A，B を同時に閉じる。

このとき，次の**問１・問２**に答えよ。

問１　次の**図２**は，**〈操作〉**において，優さんがストップウォッチをスタートさせてから排水口 A，B を同時に閉じるまでの，時間と水そう内の水の量の関係を表したグラフの一部であり，途中までかいてある。答案用紙の図に続きをかき入れて，ストップウォッチをスタートさせてから排水口 A，B を同時に閉じるまでのグラフを完成させよ。

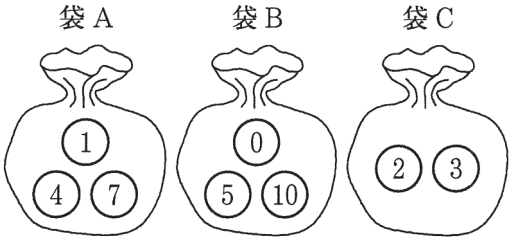
図２



問２　〈操作〉において，水そう内の水の量がちょうど 15 L であったのは，優さんがストップウォッチをスタートさせてから何分何秒後か求めよ。ただし，分，秒いずれも 0 以上 59 以下の整数で答えること。

数-25-公-京都(中)-問-03

3　右の図のように，1，4，7 の数が 1 つずつ書かれた 3 個の玉が入っている袋 A と，0，5，10 の数が 1 つずつ書かれた 3 個の玉が入っている袋 B と，2，3 の数が 1 つずつ書かれた 2 個の玉が入っている袋 C がある。それぞれの袋から 1 個ずつ玉を取り出し，袋 A から取り出した玉に書かれている数を a，袋 B から取り出した玉に書かれている数を b，袋 C から取り出した玉に書かれている数を c とする。



　このとき，次の**問１・問２**に答えよ。ただし，それぞれの袋において，どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。

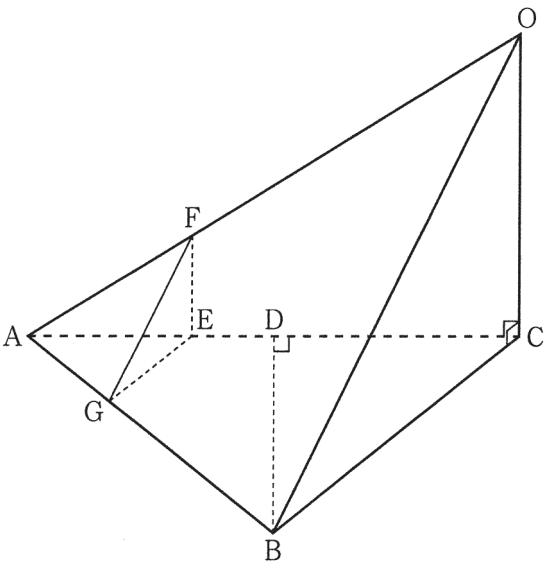
問１　$a+b$ の値が c でわり切れる確率を求めよ。

問２　$6a+9b+6$ の値が c でわり切れる確率を求めよ。

数-25-公-京都(中)-問-04

4　右の図のように，三角錐(すい)OABC があり，OC＝9 cm，AB＝BC＝10 cm，AC＝12 cm，∠OCA＝∠OCB＝90 ° である。頂点 B から辺 AC にひいた垂線と辺 AC との交点を D とする。また，線分 AD 上に点 E を，AE：ED＝2：1 となるようにとり，点 E を通り平面 OBC に平行な平面と，2 辺 OA，AB との交点をそれぞれ F，G とする。

　このとき，次の**問１～問３**に答えよ。



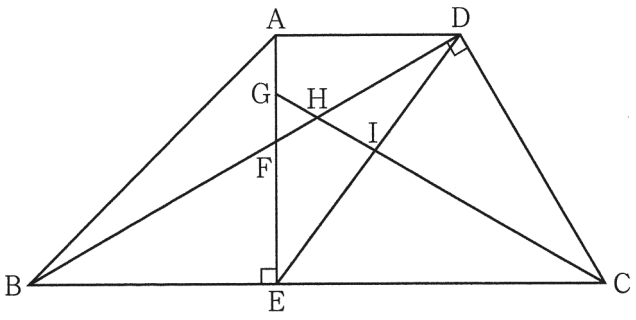
問１　線分 BD の長さを求めよ。

問２　△EFG の面積を求めよ。

問３　三角錐 BEFG の，△EFG を底面としたときの高さを求めよ。

数-25-公-京都(中)-問-05

5 右の図のように，四角形 ABCD があり，AB＝$3\sqrt{2}$ cm，BC＝7 cm，∠ABC＝45°，∠BCD＝60°，∠BDC＝90°である。頂点 A から辺 BC にひいた垂線と辺 BC，対角線 BD との交点をそれぞれ E，F とする。また，∠BCD の二等分線と線分 AE，対角線 BD，線分 DE との交点をそれぞれ G，H，I とする。



このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。

問１　線分 CE の長さを求めよ。

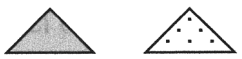
問２　線分 FG の長さを求めよ。

問３　四角形 EIHF の面積を求めよ。

数-25-公-京都(中)-問-06

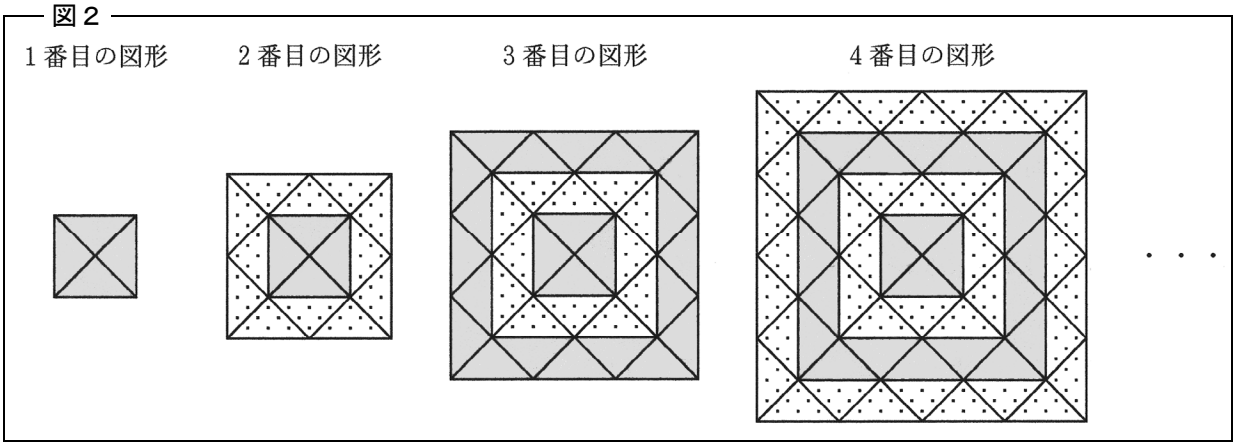
6 右の**図１**のような，タイル A とタイル B が，それぞれたくさんある。タイル A とタイル B を，次の**図２**のように，すき間なく規則的に並べたものを，1 番目の図形，2 番目の図形，3 番目の図形，4 番目の図形，…とする。

図１



たとえば，3 番目の図形において，タイル A は 24 枚，タイル B は 12 枚である。

図２

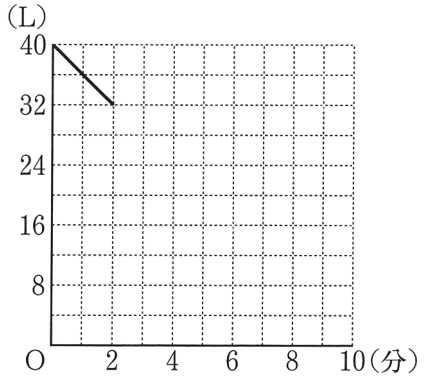


このとき，次の**問１**・**問２**に答えよ。

問１　5 番目の図形のタイル A の枚数と，6 番目の図形のタイル B の枚数をそれぞれ求めよ。

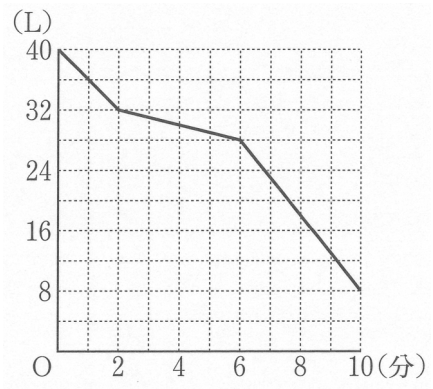
問２　n 番目の図形のタイル A の枚数とタイル B の枚数の和が 3600 枚であるときの n の値を求めよ。また，このときのタイル A の枚数を求めよ。

Ｒ７　京都府(中)　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25-公-京都(中)-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４	。		
		問５	$x=$　　，$y=$		
		問６			
		問７	ア　　イ　　ウ　　エ		
		問８	点		
数-25-公-京都(中)-KY-02	2	問１			
		問２	分　　秒後		
数-25-公-京都(中)-KY-03	3	問１			
		問２			
数-25-公-京都(中)-KY-04	4	問１	cm		
		問２	cm^2		
		問３	cm		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25-公-京都(中)-KY-05	5	問１	cm		
		問２	cm		
		問３	cm^2		
数-25-公-京都(中)-KY-06	6	問１	タイル A　　枚		
			タイル B　　枚		
		問２	$n=$		
			タイル A　　枚		

Ｒ７　京都府(中)　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25-公-京都(中)-K-01	1	問１	13	2	
		問２	$\frac{11x-4}{12}$	2	$\frac{11}{12}x-\frac{1}{3}$ も可
		問３	$14\sqrt{2}$	2	
		問４	200　°	2	
		問５	$x=3,\ y=-\frac{2}{3}$	2	完全解答
		問６	$a(x+3)(x-8)$	2	$a(x-8)(x+3)$も可
		問７	㋒	2	
		問８	12　点	2	
数-25-公-京都(中)-K-02	2	問１		2	
		問２	8　分　36　秒後	2	
数-25-公-京都(中)-K-03	3	問１	$\frac{7}{18}$	2	
		問２	$\frac{5}{6}$	2	
数-25-公-京都(中)-K-04	4	問１	8　cm	1	
		問２	5　cm^2	2	
		問３	$\frac{32}{5}$　cm	2	6.4 も可

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25-公-京都(中)-木-05	5	問１	4　cm	1	
		問２	$\frac{\sqrt{3}}{3}$　cm	2	
		問３	$\frac{43\sqrt{3}}{60}$　cm^2	3	
数-25-公-京都(中)-木-06	6	問１	タイルA　60　枚	1	
			タイルB　84　枚	1	
		問２	$n=30$	1	
			タイルA　1740　枚	2	

数-25-公-京都(中)-KS-01

1　【小問集合】

問１　$11-\left(\frac{1}{2}-1\right)\times(-2)^2=11-\left(-\frac{1}{2}\right)\times4=11+2=13$

問２　$\frac{5x-1}{6}-\frac{-x+2}{12}=\frac{2(5x-1)}{12}-\frac{-x+2}{12}=\frac{2(5x-1)-(-x+2)}{12}=\frac{10x-2+x-2}{12}=\frac{11x-4}{12}$

問３　$(8-\sqrt{8})(1+\sqrt{8})=8+8\sqrt{8}-\sqrt{8}-8=7\sqrt{8}=14\sqrt{2}$

これだけは！ 根号を含む式の計算

1　$\sqrt{\ }$の中に同じ数の2乗があったら，1つにして$\sqrt{\ }$の外に出す。
$\sqrt{72}=\sqrt{2^2\times3^2\times2}=2\times3\times\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

2　乗除は，$\sqrt{\ }$の外どうし，中どうしで計算する。
$2\sqrt{3}\times3\sqrt{5}=2\times3\times\sqrt{3\times5}=6\sqrt{15}$

$\frac{\overset{1}{\cancel{2}}\sqrt{\cancel{10}}^{\sqrt{5}}}{\underset{3}{\cancel{6}}\sqrt{\cancel{2}}_{\sqrt{1}}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

3　分母に$\sqrt{\ }$があるときは，$\sqrt{\ }$のない形にする。(分母の有理化)

$\frac{2}{\sqrt{3}}$
$=\frac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$　分母の$\sqrt{\ }$と同じ数を分子と分母の両方にかける。
$=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

4　加減は，文字式のように計算する。

$2\sqrt{2}-3\sqrt{3}+\sqrt{2}+2\sqrt{3}$	$2x-3y+x+2y$
$=2\sqrt{2}+\sqrt{2}-3\sqrt{3}+2\sqrt{3}$	$=2x+x-3y+2y$
$=(2+1)\sqrt{2}+(-3+2)\sqrt{3}$	$=(2+1)x+(-3+2)y$
$=3\sqrt{2}-\sqrt{3}$	$=3x-y$

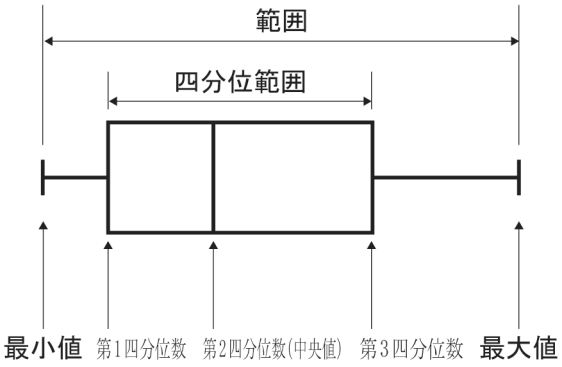
問４　中心角の大きさを$a°$とすると，$2\pi\times9\times\frac{a}{360}=10\pi$の式が立てられるので，$a$について方程式を解くと$a=200$　　よって200°

問７　関数$y=-\frac{2}{7}x^2$のグラフは$y=ax^2$のaにあたる数が負なので，下に開いている放物線である。またaの絶対値が小さいほど開き方は大きくなるので，正解は**ウ**である。

問８　データを小さい方から順に並べると，35，41，43，45，48，50，52，56，57となる。第1四分位数は小さい方から数えて2番目と3番目の平均なので，$\frac{41+43}{2}=42$(点)，第3四分位数は7番目と8番目の平均なので，$\frac{52+56}{2}=54$(点)である。
よって，四分位範囲は(第3四分位数)−(第1四分位数)$=54-42=12$(点)である。

これだけは！ 四分位数と箱ひげ図

データの散らばりの程度を調べたり，伝えたりするときは，四分位数や箱ひげ図を活用する。
①**四分位数**…(1)第2四分位数(中央値)，(2)第1四分位数，(3)第3四分位数の3つの値
(1)**第2四分位数**(中央値)…データの値を大きさの順に並べたときの中央の値
※データの総数が偶数のときは，中央にある2つのデータの値の平均を中央値とする。
(2)**第1四分位数**…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値
(3)**第3四分位数**…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値
※前半部分や後半部分の総数が偶数のときは，中央にある2つのデータの値の平均を，それぞれ第1四分位数，第3四分位数とする。
②**範囲**…最大値と最小値の差
③**四分位範囲**…第3四分位数と第1四分位数の差
④**箱ひげ図**…下の図のように，最小値，第1四分位数，第2四分位数(中央値)，第3四分位数，最大値を1つの図にまとめたもの



数-25-公-京都(中)-KS-02

2 【関数の利用】

問1 排水口Bからは毎分1Lの水が出ていくので，ストップウォッチをスタートさせてから2分後から6分後までの4分間に減る水の量は，$1\times4=4$(L)。よって6分後には$32-4=28$(L)となる。
排水口Aと排水口Bの両方を開いているとき，1分間に減る水の量は$4+1=5$(L)だから，6分後から10分後までの4分間で減る水の量は$5\times4=20$(L)である。よって10分後には$28-20=8$(L)となる。

問2 **問1**でかいたグラフを用いると，水そう内の水の量が15Lになるのは排水口Aと排水口Bの両方を開いているときとわかる。またこのときのグラフは(6，28)と(10，8)を通るので，ストップウォッチをスタートさせてからx分後の水そう内の水の量をyLとして，グラフの式を$y=ax+b$とすると，
連立方程式$\begin{cases}28=6a+b\\8=10a+b\end{cases}$を得る。これを解いて$a=-5$，$b=58$　　よって，$y=-5x+58$

この式において$y=15$のとき，$15=-5x+58$　　$x=\frac{43}{5}=8+\frac{3}{5}$(分)

$60\times\frac{3}{5}=36$(秒)なので，答えは8分36秒後である。

これだけは！ 直線の式の求め方

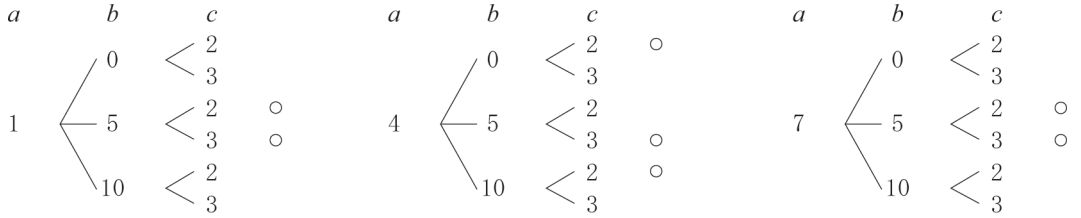
①$y=ax+b$とおく。
②その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「$(x，y)$：対応するx，yの値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2つの条件を見つけて代入する。

数-25-公-京都(中)-KS-03

3 【確率】

問1 樹形図を書くと**図1**のようになる。条件をみたすのは○印をつけた7通りだから，求める確率は$\frac{7}{18}$

図１



問２　$6a+9b+6=3(2a+3b+2)$ と変形できるので，a と b がどの数字であったとしても 3 でわり切れる。c が 2 であった場合のうち，b が奇数であった場合のみ計算結果が奇数になるので，2 でわり切れない場合は $(a,\ b,\ c)=(1,\ 5,\ 2),\ (4,\ 5,\ 2),\ (7,\ 5,\ 2)$ の 3 通りである。すべての組み合わせが 18 通りあるので，2 または 3 でわり切れるのは $18-3=15$(通り)　　よって，求める確率は $\frac{15}{18}=\frac{5}{6}$

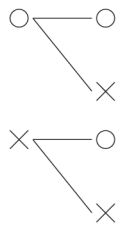
これだけは！ 確率の求め方

・あることがらの起こりやすさの程度を表す数を**確率**といい，$\frac{\text{あることがらが起こる場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}}$ で求められる。

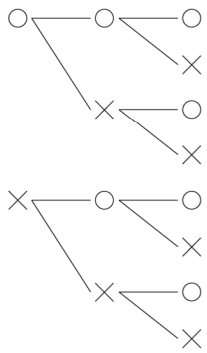
・絶対に起こらないことがらの確率は0で，絶対に起こることがらの確率は1だから，確率の値の範囲は，0以上1以下である。

【よく出るパターン】

① 2枚の硬貨を投げる
・表を○，裏を×とすると，下のような樹形図がかける。



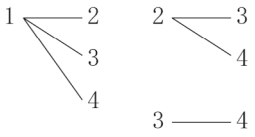
② 3枚の硬貨を投げる
・表を○，裏を×とすると，下のような樹形図がかける。



③ 2個のさいころを投げる
・2個のさいころの出る目の組み合わせを，下のような表に表す。

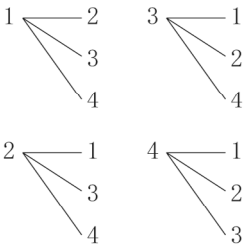
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

④ 4枚のカードから，2枚のカードを同時に取り出す
・4枚のカードを1，2，3，4と表すと，下のような樹形図がかける。



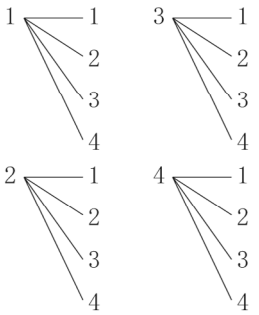
※「同時に取り出す」ので，2枚のカードの順番は考えない。
※「同時に取り出す」ので，同じカードが2枚取り出されることはない。

⑤ 4枚のカードから2枚のカードを1枚ずつ続けて取り出す（取り出したカードはもとにもどさない）
・4枚のカードを1，2，3，4と表すと，下のような樹形図がかける。



※「続けて取り出す」ので，同じカードが2枚取り出されることはない。

⑥ 4枚のカードから1枚のカードを取り出し，もとにもどしてから，もう1枚のカードを取り出す
・4枚のカードを1，2，3，4と表すと，下のような樹形図がかける。



※「もとにもどしてから」とあるので，同じカードが2枚取り出されることもありうる。

4 【空間図形】

問１　△BCA は二等辺三角形なので，AD＝DC＝6 cm

△BAD において三平方の定理を用いると，$BD^2=AB^2-AD^2=10^2-6^2=64$

BD＞0 より，BD＝8 cm

問２　AE：ED＝2：1 と AD＝DC より，AE：AC＝2：6＝1：3

△ACO に注目すると，FE // OC なので FE：OC＝AE：AC　　FE：9＝1：3　　よって，FE＝3 cm

同様に△ABC に注目すると，EG // CB なので EG：CB＝AE：AC　　EG：10＝1：3

よって，$EG=\frac{10}{3}$ cm

ここで，∠OCA＝∠OCB＝90°より，平面 OBC⊥平面 ABC

また，平面 OBC // 平面 FGE だから，平面 FGE⊥平面 ABC

よって，FE⊥EG

したがって，$\triangle EFG=\frac{1}{2}\times3\times\frac{10}{3}=5(cm^2)$

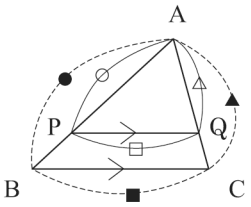
これだけは！ 平行線と線分の比

① 三角形と平行線

・ピラミッド形

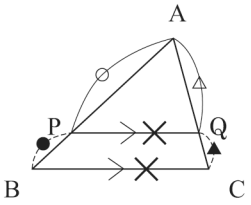
△ABC の辺 AB，AC 上にそれぞれ点 P，Q があり，PQ // BC であるとき，△ABC∽△APQ であり，次のことがいえる。

・AB：AP＝AC：AQ＝BC：PQ



・AP：PB＝AQ：QC

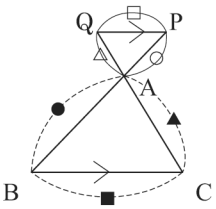
※このときは，BC：PQ は利用できない。



・砂時計形

2 つの線分 BP，CQ が点 A で交わっていて，QP // BC であるとき，△ABC∽△APQ であり，次のことがいえる。

・AB：AP＝AC：AQ＝BC：PQ



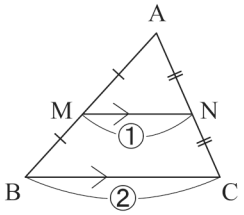
※これは，ピラミッド形における 2 点 P，Q が辺 AB，AC の延長線上にある場合とも考えられる。

② 中点連結定理

△ABC の辺 AB，AC の中点をそれぞれ M，N とすると，

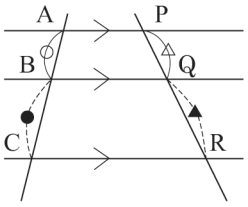
MN // BC，$MN=\frac{1}{2}BC$

※①のピラミッド形で，2 点 P，Q がそれぞれ辺 AB，AC の中点となった場合である。



③ 平行線と線分の比

下の図で，AP // BQ // CR のとき，AB：BC＝PQ：QR



問３　△ABC＝$\frac{1}{2}$×12×8＝48(cm^2) であり，EG // CB より，AE：EC＝AG：GB＝1：2 なので

△EGB＝$\frac{2}{1+2}$×△ABE＝$\frac{2}{3}$×$\frac{1}{1+2}$×△ABC＝$\frac{2}{3}$×$\frac{1}{3}$×48＝$\frac{32}{3}$ (cm^2)

三角錐 BEFG の体積は△EGB を底面とすると，$\frac{1}{3}$×$\frac{32}{3}$×3＝$\frac{32}{3}$ (cm^3)

△EFG を底面としたときのこの三角錐の高さを h cm とすると，$\frac{32}{3}$＝5×h×$\frac{1}{3}$の式が立てられるので h＝$\frac{32}{5}$ cm

数-25-公-京都(中)-KS-05

5　【平面図形】

問１　△ABE は直角二等辺三角形なので，3$\sqrt{2}$：BE＝$\sqrt{2}$：1 より BE＝3 cm

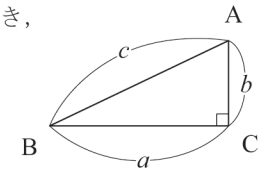
よって，CE＝7－3＝4(cm)

これだけは！ 三平方の定理

∠C＝90°である直角三角形ABCで，BC＝a，CA＝b，AB＝c とするとき，

$a^2+b^2=c^2$

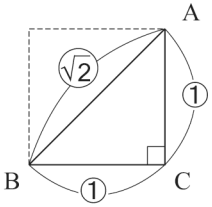
が成り立つ。



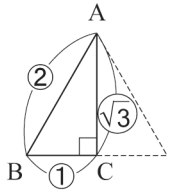
特に，以下の直角三角形の辺の比はよく覚えておこう。

① 角の大きさと辺の比が有名な直角三角形

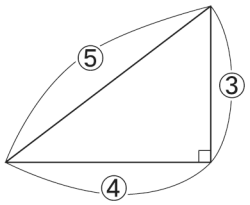
・正方形を対角線で切ってできる直角二等辺三角形

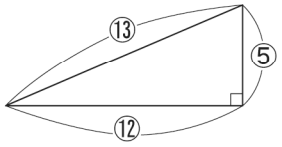


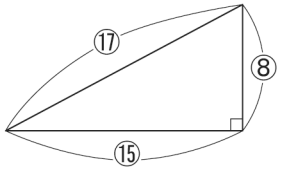
・正三角形を対称の軸で切ってできる直角三角形



② 辺の比が整数になる直角三角形







問２　△BCD の内角の和より，∠DBC＝30°だから，△FBE は 30°，60°，90°の大きさの内角をもつ直角三角形である。よって，FE＝$\frac{1}{\sqrt{3}}$BE＝$\frac{1}{\sqrt{3}}$×3＝$\sqrt{3}$(cm)

∠GCE＝$\frac{1}{2}$∠BCD＝30°だから，△GEC も 30°，60°，90°の大きさの内角をもつ直角三角形である。

よって，GE＝$\frac{1}{\sqrt{3}}$EC＝$\frac{1}{\sqrt{3}}$×4＝$\frac{4\sqrt{3}}{3}$(cm)

したがって，FG＝GE－FE＝$\frac{4\sqrt{3}}{3}$－$\sqrt{3}$＝$\frac{\sqrt{3}}{3}$(cm)

問３　図１のように，点 D，I から線分 EC に垂線をひき，線分 EC との交点をそれぞれ J，K とする。

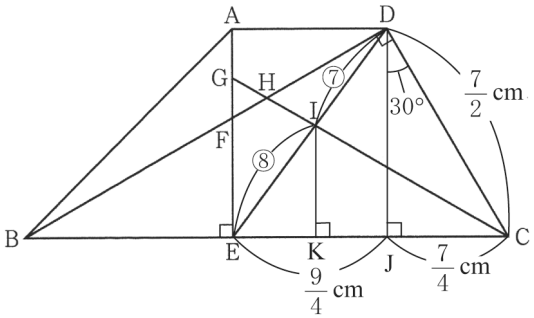
△BCD は 30°，60°，90°の大きさの内角をもつ直角三角形だから，

$CD=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times 7=\frac{7}{2}$ (cm)

△DJC も同様に，$JC=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}\times\frac{7}{2}=\frac{7}{4}$ (cm)

よって，$EJ=EC-JC=4-\frac{7}{4}=\frac{9}{4}$ (cm)

図１



ここで，△DEC で線分 CI は∠DCE の二等分線だから，$EI:ID=EC:CD=4:\frac{7}{2}=8:7$

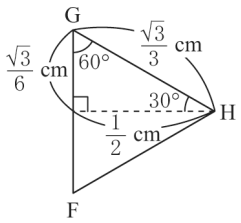
よって，IK // DJ より，平行線と線分の比の性質から，$EK:KJ=EI:ID=8:7$

したがって，$EK=\frac{8}{8+7}\times EJ=\frac{8}{15}\times\frac{9}{4}=\frac{6}{5}$ (cm)

よって，$\triangle GEI=\frac{1}{2}\times GE\times EK=\frac{1}{2}\times\frac{4\sqrt{3}}{3}\times\frac{6}{5}=\frac{4\sqrt{3}}{5}$ (cm^2)

∠FGH＝60°，∠GFH＝∠BFE＝60°より，△FGH は 1 辺が$\frac{\sqrt{3}}{3}$cm の正三角形である。よって，図２のように頂点 H から辺 FG に垂線をひいて，30°，60°，90°の大きさの内角をもつ直角三角形をつくることで，正三角形の高さは$\frac{1}{2}$cm とわかる。

図２



したがって，$\triangle FGH=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{12}$(cm^2)

よって，四角形 EIHF の面積は，$\triangle GEI-\triangle FGH=\frac{4\sqrt{3}}{5}-\frac{\sqrt{3}}{12}=\frac{43\sqrt{3}}{60}$(cm^2)

数-25-公-京都(中)-KS-06

6　【規則性に関する問題】

問１　いちばん外側に並ぶタイルについて，一辺に並ぶタイルは 1，3，5，7，…… (枚) と奇数枚であることに注目する。

奇数番目のいちばん外側はタイル A で，その枚数は，1 番目の図形で 1×4＝4(枚)，3 番目で 5×4＝20(枚)，5 番目で 9×4＝36(枚) なので，5 番目の図形のタイル A の枚数は 4＋20＋36＝60(枚)

偶数番目のいちばん外側はタイル B で，その枚数は，2 番目で 3×4＝12(枚)，4 番目で 7×4＝28(枚)，6 番目で 11×4＝44(枚) なので，6 番目の図形のタイル B の枚数は 12＋28＋44＝84(枚)

問２　タイル A とタイル B の合計枚数は，1 番目の図形で $4=2^2$(枚)，2 番目で $16=4^2$(枚)，3 番目で $36=6^2$(枚)，4 番目で $64=8^2$(枚) と，(偶数)^2 枚となっているので，n 番目は $(2n)^2=4n^2$(枚) と表せる。

$4n^2=3600$ より $n=\pm 30$　　$n>0$ なので $n=30$

また，タイル A とタイル B の枚数の差は，1 番目の図形で 4＝4×1(枚)，2 番目で 8＝4×2(枚)，3 番目で 12＝4×3(枚)，4 番目で 16＝4×4(枚) と，(4 の倍数) 枚となっているから，30 番目の図形では 4×30＝120 (枚) とわかる。また，偶数番目の図形では，タイル B の枚数の方がタイル A の枚数よりも多いから，タイル A の枚数を a 枚，タイル B の枚数を b 枚とすると，

$b-a=120$　…①が成り立つ。また，タイルの合計枚数より，$a+b=3600$　…②が成り立つから，

②－①より，$2a=3480$　　$a=1740$　　よって，タイル A の枚数は 1740 枚である。