Ｒ３　宮城県　公立　数学　問題

数-21-公-宮城-問-01

1　次の**問１**～**問８**に答えなさい。

問１　$-14-(-5)$　を計算しなさい。

問２　$\frac{3}{2}\div\left(-\frac{1}{4}\right)$　を計算しなさい。

問３　$a=3$，$b=-2$　のとき，$2a^2b^3\div ab$　の値を求めなさい。

問４　等式　$4a-5b=3c$　を a について解きなさい。

問５　$\sqrt{27}+\frac{3}{\sqrt{3}}$　を計算しなさい。

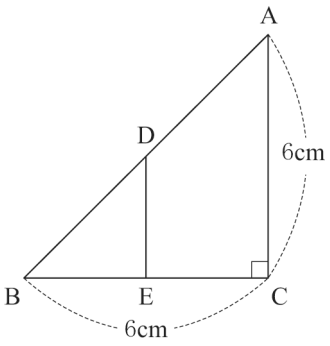
問６　x^2-25y^2　を因数分解しなさい。

問７　ある中学校の 1 年生 40 人を対象に，休日 1 日の学習時間を調べました。下の表は，その結果を度数分布表に整理したものです。この度数分布表から必ずいえることを，次の**ア**～**オ**から**すべて**選び，記号で答えなさい。

ア　学習時間が 0 分の生徒はいない。
イ　最頻値は 90 分である。
ウ　平均値は 90 分である。
エ　中央値は 120 分以上 180 分未満の階級に入っている。
オ　240 分以上 300 分未満の階級の相対度数は 0.05 である。

学習時間(分)	度数(人)
以上　未満	
0 ～ 60	8
60 ～ 120	13
120 ～ 180	11
180 ～ 240	6
240 ～ 300	2
合計	40

問８　下の図のような，AC＝BC＝6 cm，∠ACB＝90°の直角三角形 ABC があります。辺 AB，BC の中点をそれぞれ D，E とし，点 D と点 E を結びます。四角形 ADEC を，辺 AC を軸として回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし，円周率を π とします。



数-21-公-宮城-問-02

2　次の**問１**～**問４**に答えなさい。

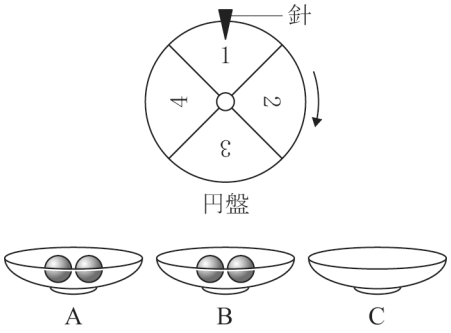
問１　一の位の数字が 0 でない 2 けたの自然数 P があります。自然数 P の十の位の数字と一の位の数字を入れかえた 2 けたの自然数を Q とします。

次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) 自然数 P の十の位の数字を a，一の位の数字を b とするとき，自然数 P を a，b を使った式で表しなさい。

(2) P－Q＝63 になる自然数 P を求めなさい。ただし，P は奇数とします。

問２　下の図のような，1 から 4 の数字が書いてある円盤と，3 つの容器 A，B，C があります。円盤はまわすことができ，円盤とは別に針が固定されています。まわした円盤が静止すると，針が指す場所に書いてある数字が，必ず 1 つ決まります。容器 A，B には，それぞれ 2 個の球が入っており，容器 C には何も入っていません。円盤を 1 回まわすごとに，次のルールで球を操作します。



【ルール】
- 1 か 2 の数字に決まったときは，容器 A から容器 B に球を 1 個移す。
- 3 の数字に決まったときは，容器 B から容器 C に球を 1 個移す。
- 4 の数字に決まったときは，球を移さない。

次の(1)，(2)の問いに答えなさい。ただし，一度移した球はもとにもどさないものとします。また，針が指す場所に書いてある数字は，1 から 4 のどの数字に決まることも同様に確からしいものとします。

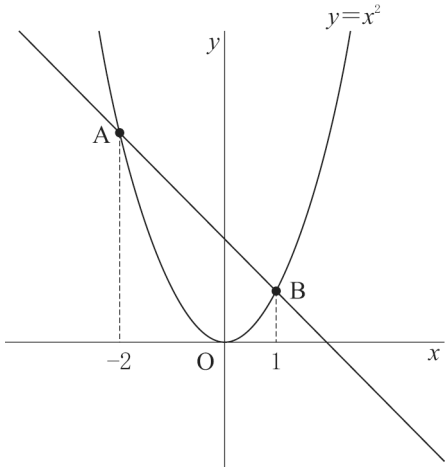
(1) 円盤を 1 回まわします。このとき，容器 A に 2 個，容器 B に 1 個，容器 C に 1 個の球が入っている確率を求めなさい。

(2) 円盤を 2 回まわします。このとき，容器 C に少なくとも 1 個は球が入っている確率を求めなさい。

問３　下の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に，x 座標がそれぞれ -2，1 である 2 点 A，B をとります。次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) 直線 AB の傾きを求めなさい。

(2) 直線 AB 上に y 座標が -2 となる点 C をとります。関数 $y=ax^2$ のグラフが点 C を通るとき，a の値を求めなさい。



問４　ある菓子店では，ドーナツとカップケーキを詰め合わせた 3 種類の商品 A，B，C をそれぞれ何箱か作ります。商品 A はドーナツを 2 個とカップケーキを 1 個，商品 B はドーナツを 4 個とカップケーキを 2 個，商品 C はドーナツを 1 個とカップケーキを 2 個，箱に詰めて作ります。また，商品 B は商品 A の半分の箱数，商品 C は商品 B の 3 倍の箱数となるように作ります。

次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　商品 A を x 箱作るとき，商品 C の箱数を x を使った式で表しなさい。

(2)　ドーナツが 176 個あるとき，ドーナツとカップケーキを過不足なく箱に詰めて商品 A，B，C を作るために必要なカップケーキは何個ですか。

数-21-公-宮城-問-03

3　数学の授業で，先生が，スクリーンにコンピュータの画面を投影しながら説明しています。

[　　] は先生の説明です。

次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　先生が，スクリーンに画面を投影し，説明しています。

> 1 次関数 $y=ax+b$ のグラフのようすを考えてみましょう。
> はじめに，a の値を 1，b の値を 0 としたグラフと，グラフ上の点（5，5）を表示します。
> このあと，<u>b の値は変えず，a の値を 1 より大きくしたグラフ</u>を表示し，グラフの形を比べてみましょう。

図１

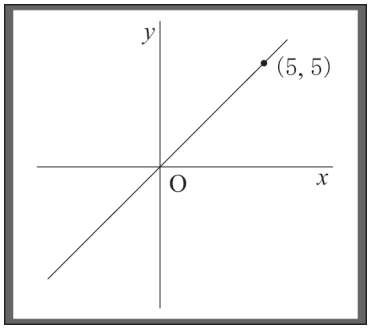
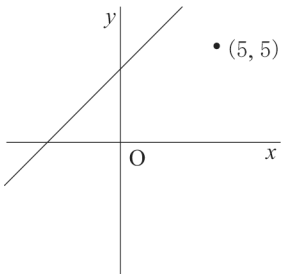
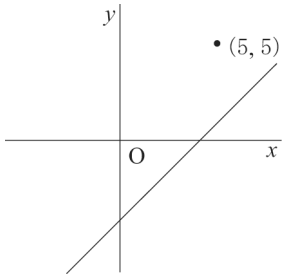


図１は，先生が，はじめに表示した画面です。この説明のあとに表示される下線部のグラフとして，最も適切なものを，次の**ア**～**エ**から**１つ**選び，記号で答えなさい。

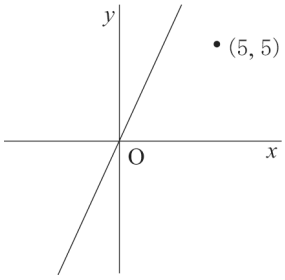
ア



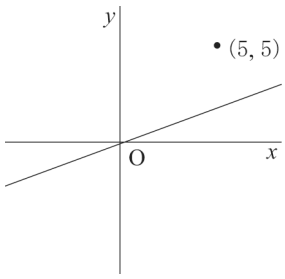
イ



ウ



エ



問２　先生が，スクリーンにいくつかの画面を順に投影し，説明します。
あとの(1)～(4)の問いに答えなさい。

こんどは，直線や点をいくつか表示します。
点（3，4），点（5，0）をそれぞれA，Bとし，点A，B，直線OAを表示します。さらに，点Bを通り，直線OAに平行な直線ℓを表示します。

図２

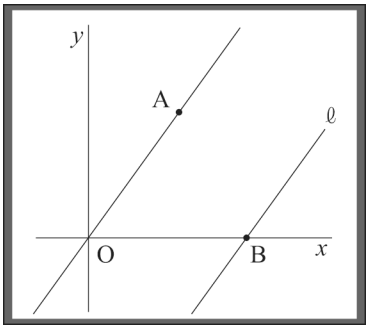


図２は，点A，B，直線OA，ℓを表示した画面です。

(1) 2点O，Aの間の距離を求めなさい。

(2) 直線ℓの式を答えなさい。

(3) 先生が，画面を変えて，続けて説明しています。

次は，グラフや座標を利用して，図形について考えてみましょう。
まず，先ほどの画面に，線分ABを表示します。次に，直線ℓ上に，△ABC：△ABO＝1：2となるように点Cをとってみましょう。ただし，点Cのy座標は正とします。

図３

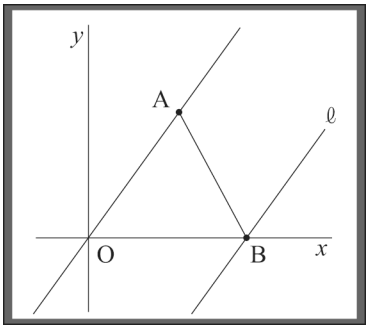


図３は，**図２**の画面に，線分ABを表示した画面です。
このとき，点Cの座標を求めなさい。

(4) 先生が，画面を変えて，続けて説明しています。

こんどは，線分の長さの和について考えてみましょう。
まず，点 A (3，4)，点 B (5，0) を表示します。次に，y 軸上に，AP＋PB が最小となるような点 P をとってみましょう。

図４は，点 P を適当に定め，点 A，B，P，線分 AP，PB を表示した画面です。

AP＋PB が最小となるときの点 P の y 座標を求めなさい。

なお，**図５**を利用してもかまいません。

図４

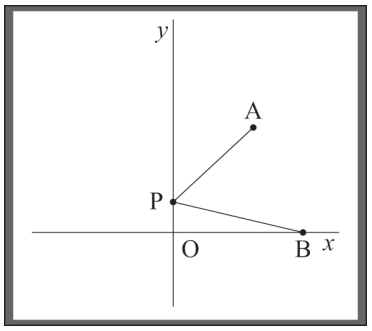
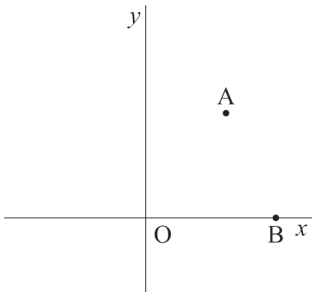


図５



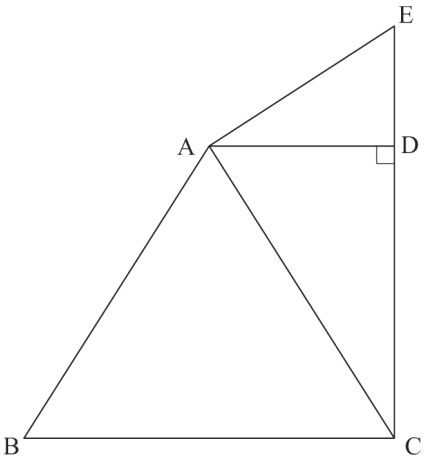
数-21-公-宮城-問-04

4 **図１**のような，AD // BC，BC＝2AD，AD＜CD，∠ADC＝90° の台形 ABCD があります。線分 CD を D の方に延長した直線上に，∠CAE＝90° となる点 E をとります。

次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　△ACD∽△ECA であることを証明しなさい。

図１



問２　**図２**は，**図１**において，点 B と点 E を結んだものです。また，点 A から線分 BC に垂線をひき，線分 BE との交点を F とします。さらに，線分 BE と線分 AC，AD との交点をそれぞれ G，H とします。

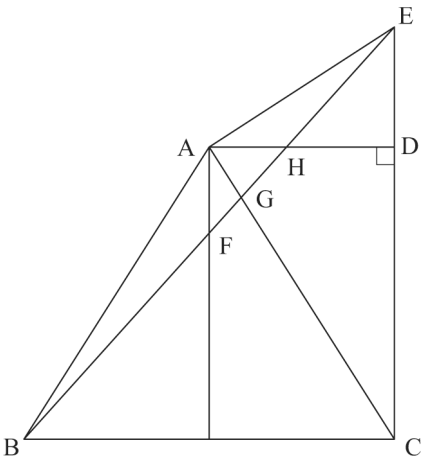
AD＝2 cm，CD＝3 cm のとき，次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1) 線分 DE の長さを求めなさい。

(2) △EHD の面積を求めなさい。

(3) 線分 FH と線分 GH の長さの比を求めなさい。

図２



Ｒ３　宮城県　公立　数学　解答用紙

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-21-公-宮城-KY-01	1	問１				
		問２				
		問３				
		問４				
		問５				
		問６				
		問７				
		問８		［cm^3］		
数-21-公-宮城-KY-02	2	問１	(1)			
			(2)			
		問２	(1)			
			(2)			
		問３	(1)			
			(2)			
		問４	(1)	［箱］		
			(2)	［個］		
数-21-公-宮城-KY-03	3	問１				
		問２	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-宮城-KY-04	4	問１	〔証明〕			
		問２	(1)	［cm］		
			(2)	［cm^2］		
			(3)	FH：GH＝　　：		

数学　解答

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-21-公-宮城-木-01	1	問１		-9	3	
		問２		-6	3	
		問３		24	3	
		問４		$a=\frac{5}{4}b+\frac{3}{4}c$	3	
		問５		$4\sqrt{3}$	3	
		問６		$(x+5y)(x-5y)$	3	
		問７		イ，オ	4	
		問８		36π　［cm^3］	4	
数-21-公-宮城-木-02	2	問１	(1)	$10a+b$	3	
			(2)	81	4	
		問２	(1)	$\frac{1}{4}$	3	
			(2)	$\frac{7}{16}$	4	
		問３	(1)	-1	3	
			(2)	$-\frac{1}{8}$	5	
		問４	(1)	$\frac{3}{2}x$　［箱］	3	
			(2)	160　［個］	5	
数-21-公-宮城-木-03	3	問１		ウ	3	
		問２	(1)	5	4	
			(2)	$y=\frac{4}{3}x-\frac{20}{3}$	4	
			(3)	$\left(\frac{13}{2},\ 2\right)$	6	
			(4)	$\frac{5}{2}$	6	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-宮城-K-04	4	問１	〔証明〕 (例) △ACD と△ECA において 仮定から ∠ADC＝∠EAC＝90°　…　① 共通な角だから ∠ACD＝∠ECA　…　② ①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから △ACD∽△ECA		6	採点基準と配点は各学校で定める。
		問２	(1)	$\frac{4}{3}$　［cm］	4	
			(2)	$\frac{32}{39}$　［cm^2］	5	
			(3)	［FH : GH＝］　31 : 18	6	

(注)　上記以外については，各学校で適宜基準を設けるものとする。

Ｒ３　宮城県　公立　数学　解説

数-21-公-宮城-KS-01

1　【小問集合】

問３　$2a^2b^3\div ab=2ab^2$　これに $a=3$，$b=-2$ を代入すると，$2\times3\times(-2)^2=2\times3\times(-2)\times(-2)=24$

ポイント》累乗の“効力”に注意！

$-\boxed{5^2}=-(5\times5)=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

⇒ このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

問４　$4a-5b=3c$　　$-5b$ を右辺に移項して，$4a=5b+3c$　　両辺に$\frac{1}{4}$をかけて，$a=\frac{5b+3c}{4}$

問７　**ア**　0 分以上 60 分未満の階級の度数が 8 人だから，その中に学習時間が 0 分の生徒がいる可能性がある。よって，必ずしもいえない。

イ　もっとも度数が大きい階級は，60 分以上 120 分未満の階級だから，その階級値が最頻値である。よって，(60＋120)÷2＝90(分)なので，必ずいえる。

ウ　平均値は，(各階級の階級値)×(各階級の度数)の合計を，度数の合計で割ったものだから，(30×8＋90×13＋150×11＋210×6＋270×2)÷40＝121.5(分)　よって，誤りである。

エ　40 人のデータにおける中央値は，データを小さい方から順に並べたときの 20 番目と 21 番目の平均値である。0 分以上 60 分未満の階級の度数が 8 人，60 分以上 120 分未満の階級の累積度数が 21 人だから，20 番目と 21 番目のデータはともに，60 分以上 120 分未満の階級に入っている。よって，誤りである。

オ　240 分以上 300 分未満の階級の相対度数は，2÷40＝0.05 である。よって，必ずいえる。

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用

①　平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

②　中央値(メジアン)…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値
　⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

③　最頻値(モード)…資料中で，最も多く出てくる値

問８　**図１**のように，D，E はそれぞれ，辺 AB，BC の中点だから，△ABC で中点連結定理より，

DE // AC，$DE=\frac{1}{2}AC=3$(cm)

よって，四角形 ADEC は台形であり，辺 AC を軸として回転させてできる立体は，**図２**のような，円錐と円柱を組み合わせたものになる。

よって，立体の体積は，$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times3+\pi\times3^2\times3=9\pi+27\pi=36\pi$(cm^3)

図１

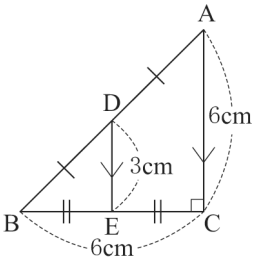
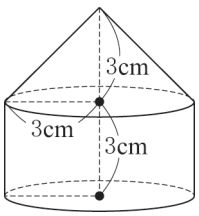


図２



2 【式の利用，確率，関数，方程式の利用】

問１ (2) (1)より，P＝10a＋b，また，自然数Pの十の位の数字と一の位の数字を入れかえた2けたの自然数Qは，Q＝10b＋aと表される。

P－Q＝(10a＋b)－(10b＋a)＝9a－9b＝9(a－b)

P－Q＝63より，9(a－b)＝63　　a－b＝7

これを満たす9以下の自然数a，bの組は，(a，b)＝(9，2)，(8，1)

(a，b)＝(9，2)のとき，P＝92であり，Pが奇数ではないので不適。

(a，b)＝(8，1)のとき，P＝81であり，これは問題に合っている。

ポイント》「○けたの自然数」についての問題では，その自然数を，各位の数を文字でおいて表す。

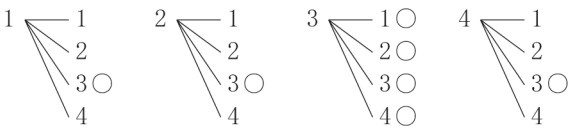
例　3けたの自然数は，百の位の数をa，十の位の数をb，一の位の数をcとすると，100a＋10b＋cと表すことができる。

問２ (1) 円盤を1回まわしたとき，針が指す数字は全部で4通り。このとき，容器Aに2個，容器Bに1個，容器Cに1個の球が入った状態になるためには，3の数字に決まればよいので，その場合の数は1通り。よって，求める確率は，$\frac{1}{4}$

(2) 円盤を2回まわしたとき，**図1**の樹形図のとおり，針が指す2つの数字は全部で16通り。容器Cに少なくとも1個は球が入るためには，2回のうちの少なくとも1回，3の数字に決まればよいので，その場合の数は樹形図の○印の7通り。

よって，求める確率は，$\frac{7}{16}$

図1



ポイント》確率の求め方

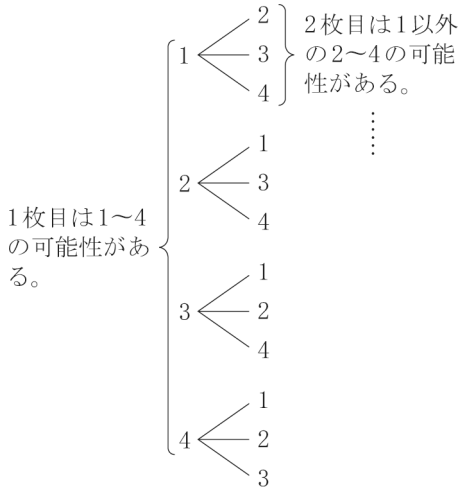
① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを2つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。

例：4枚のカード 1，2，3，4 から2枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



問３ (1) 2点A，Bはともに関数y＝x^2のグラフ上にあるので，それぞれのx座標を関数の式に代入することで，y＝(－2)^2＝4だから，A(－2，4)，y＝1^2＝1だから，B(1，1)

よって，直線ABの傾きは，$\frac{1-4}{1-(-2)}$＝－1

(2) 直線 AB の式を，$y=-x+b$ とおき，点 B の座標(1，1)を代入すると，$1=-1+b$　　$b=2$
よって，直線 AB の式は，$y=-x+2$
点 C は直線 AB 上にあり，y 座標が-2 だから，$-2=-x+2$　　$x=4$ より，C(4，-2)
点 C は関数 $y=ax^2$ のグラフ上にあるから，$-2=a\times4^2$　　$a=-\frac{1}{8}$

ポイント》直線の式の求め方
① $y=ax+b$ とおく。
② その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「$(x,\ y)$：対応する x，y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

問 4　(1) 商品 B は商品 A の半分の箱数だから，$\frac{1}{2}x$ 箱，商品 C は商品 B の 3 倍の箱数だから，

$\frac{1}{2}x\times3=\frac{3}{2}x$(箱)

(2) ドーナツの個数に関する方程式をつくる。商品 A には 2 個，商品 B には 4 個，商品 C には 1 個，それぞれドーナツを詰めるので，その個数が 176 個であることから，
$2\times x+4\times\frac{1}{2}x+1\times\frac{3}{2}x=176$　これを解いて，$x=32$(箱)
よって，商品 A を 32 箱，商品 B を$\frac{1}{2}\times32=16$(箱)，商品 C を$\frac{3}{2}\times32=48$(箱)だけ作るので，カップケーキの個数は，$1\times32+2\times16+2\times48=160$(個)

数-21-公-宮城-KS-03

3　【関数の利用】

問 1　b の値は変えていないため，切片は変わらない。よって，**ア**と**イ**は不適。
a の値を 1 より大きくしたため，傾きが大きくなるので，**ウ**が適切。

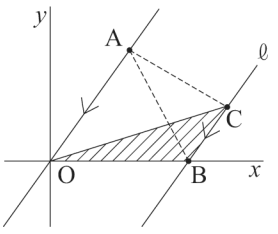
ポイント》関数の式と定数のまとめ
・y は x に比例する　　→　式は $y=ax$，定数 a を「比例定数」という。
・y は x に反比例する　→　式は $y=\frac{a}{x}$，定数 a を「比例定数」という。
・y は x の 1 次関数である　→　式は $y=ax+b$，定数 a は「変化の割合」でグラフの「傾き」を，定数 b はグラフの「切片」を，それぞれ表す。
・y は x の 2 乗に比例する　→　式は $y=ax^2$，定数 a を「比例定数」という。

問 2　(1) 2 点 O，A の間の距離は，$OA=\sqrt{3^2+4^2}=5$

(2) 直線 OA の傾きは，$\frac{4-0}{3-0}=\frac{4}{3}$ だから，それと平行な直線 ℓ の傾きも$\frac{4}{3}$である。
よって，直線 ℓ の式を，$y=\frac{4}{3}x+c$ とおき，点 B の座標(5，0)を代入すると，$0=\frac{4}{3}\times5+c$
$c=-\frac{20}{3}$
よって，直線 ℓ の式は，$y=\frac{4}{3}x-\frac{20}{3}$

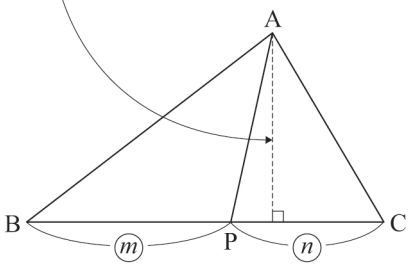
(3) **図 1** のように，OA // BC より，△ABC＝△OBC だから，
△OBC：△ABO＝1：2
△OBC と△ABO の底辺をともに OB とすると，面積の比は高さの比に等しいので，
(点 C の y 座標)：(点 A の y 座標)＝1：2　　(点 C の y 座標)：4＝1：2
(点 C の y 座標)＝2
直線 ℓ の式 $y=\frac{4}{3}x-\frac{20}{3}$ に代入すると，$2=\frac{4}{3}x-\frac{20}{3}$
これを解くと，$x=\frac{13}{2}$
したがって，点 C の座標は，$C\left(\frac{13}{2},\ 2\right)$

図 1



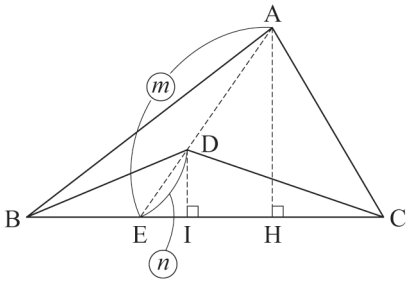
ポイント》面積比は３パターン！

① 高さが共通→底辺の比＝面積比



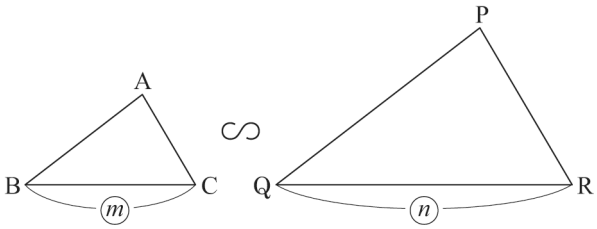
△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

② 底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE
△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

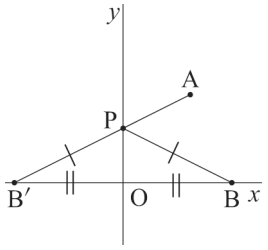
③ 相似→相似比の２乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，
△ABC：△PQR＝m^2：n^2

(4) **図２**のように，点 B と y 軸に関して対称な点を B′(−5，0)，線分 AB′と y 軸との交点を P とすると，PB＝PB′だから，AP＋PB＝AB′となり，AP＋PB は最小となる。

図２



直線 AB′の式を，$y=mx+n$ とおき，2 点 A，B′の座標をそれぞれ代入することで，

連立方程式 $\begin{cases}4=3m+n\\0=-5m+n\end{cases}$ がつくられる。これを解いて，

$m=\dfrac{1}{2}$，$n=\dfrac{5}{2}$

したがって，点 P は直線 AB′と y 軸の交点なので，その y 座標は，$\dfrac{5}{2}$

数-21-公-宮城-KS-04

4 【平面図形】

問２ (1) △ACD で三平方の定理より，$AC^2=AD^2+CD^2=2^2+3^2=13$　AC＞0 より，$AC=\sqrt{13}$ cm

問１より，△ACD∽△ECA だから，AC：EC＝CD：CA　$\sqrt{13}$：EC＝3：$\sqrt{13}$　$EC=\dfrac{13}{3}$ cm

$DE=EC-CD=\dfrac{13}{3}-3=\dfrac{4}{3}$(cm)

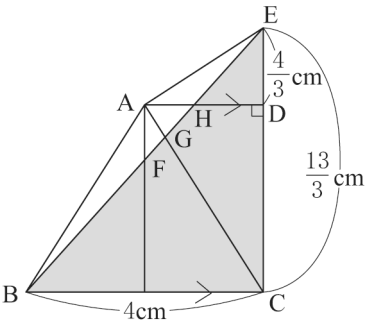
(2) BC＝2AD＝4(cm)

図１のように，HD // BC より，平行線と線分の比の性質から，

HD：BC＝ED：EC　　HD：4＝$\frac{4}{3}$：$\frac{13}{3}$　　HD＝$\frac{16}{13}$ cm

よって，△EHD＝$\frac{1}{2}$×HD×DE＝$\frac{1}{2}$×$\frac{16}{13}$×$\frac{4}{3}$＝$\frac{32}{39}$(cm^2)

図１



(3) 点 A からひいた線分 BC への垂線を AI とすると，四角形 AICD は長方形になるので，

AD＝IC＝2cm

よって，BI＝BC－IC＝4－2＝2(cm)

AH＝AD－HD＝2－$\frac{16}{13}$＝$\frac{10}{13}$ (cm)

図２のように，AH // BI より，平行線と線分の比の性質から，

FH：FB＝AH：IB＝$\frac{10}{13}$：2＝5：13

よって，FH＝$\frac{5}{5+13}$×BH＝$\frac{5}{18}$BH

図２

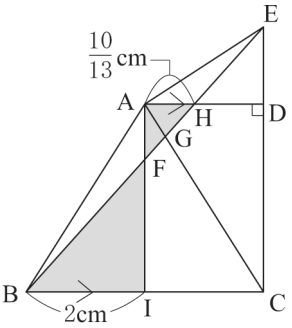


図３のように，AH // BC より，平行線と線分の比の性質から，

GH：GB＝AH：CB＝$\frac{10}{13}$：4＝5：26

よって，GH＝$\frac{5}{5+26}$×BH＝$\frac{5}{31}$BH

したがって，FH：GH＝$\frac{5}{18}$BH：$\frac{5}{31}$BH＝31：18

図３

