H29　長野県　公立　数学　問題

数-17-公-長野-問-01

1　各問いに答えなさい。

問１　次の計算をしなさい。

(1)　$-5+2$

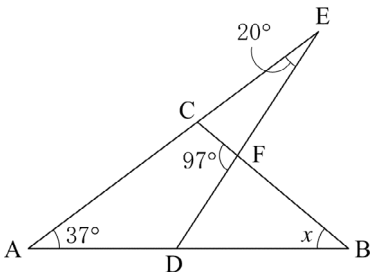
(2)　$2^3\times\left(-\dfrac{3}{4}\right)$

(3)　$\sqrt{12}+\sqrt{48}-\sqrt{3}$

(4)　$\dfrac{5x+y}{4}-\dfrac{x-2y}{2}$

問２　**図１**のように，$\angle A=37^\circ$，$\angle E=20^\circ$，$\angle CFD=97^\circ$ の図形がある。$\angle x$ の大きさを求めなさい。

図１



問３　二次方程式 $x(x+5)-2=0$ を解きなさい。

問４　２つのさいころを同時に投げるとき，次の**ア**～**エ**から最も起こりやすいことがらを１つ選び，記号を書きなさい。ただし，さいころの目の出方は同様に確からしいものとする。

（**ア**　２つとも奇数の目が出る。
イ　出る目の数の和が８になる。
ウ　出る目の数の積が６になる。
エ　同じ目が出る。）

問５　等式 $m=\dfrac{-2a+b}{3}$ を a について次のように解いた。

$$m=\frac{-2a+b}{3} \quad \cdots\cdots❶$$
$$3m=-2a+b \quad \cdots\cdots❷$$
$$2a+3m=b \quad \cdots\cdots❸$$
$$2a=b+3m \quad \cdots\cdots❹$$
$$a=\frac{b+3m}{2} \quad \cdots\cdots❺$$

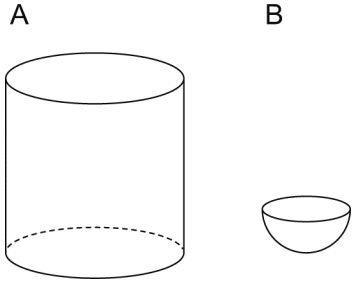
上の解き方には，等式の性質にもとづいて**正しく変形されていない**式の変形がある。その式の変形を，次の**ア**～**エ**から１つ選び，記号を書きなさい。また，a について正しく解きなさい。

（ **ア**　式❶から式❷への変形　　**イ**　式❷から式❸への変形
ウ　式❸から式❹への変形　　**エ**　式❹から式❺への変形 ）

問６　**図２**のように，円柱の形をした容器Ａと半球の形をした容器Ｂがある。Ａは，底面の直径と高さが等しい。また，Ａの底面の半径は，Ｂの半径の２倍である。

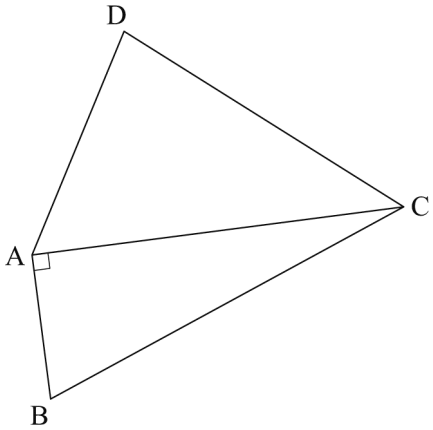
Ｂに水をいっぱいに入れて，Ａに移しかえる。何杯でＡをいっぱいにすることができるか，求めなさい。ただし，容器の厚さは考えないものとする。

図２



問７　**図３**のように，四角形 ABCD があり，対角線 AC をひく。∠BAC＝90° とする。辺 CD 上に，∠ACB＝∠APB となる点 P を，定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし，点 P は点 C とは異なる点とする。また，点 P を表す文字 P も書き，作図に用いた線は消さないこと。

図３



2 各問いに答えなさい。

問１　**表１**は，まゆさんが通う学校の女子 200 人のハンドボール投げの記録を度数分布表に整理したものである。記録はすべて整数値であり，まゆさんの記録は 15 m である。**表２**は，記録をもとに，平均値，中央値，最頻値をまとめたものである。

(1) **表１**から，まゆさんの記録が含まれる階級の相対度数を求めなさい。

(2) まゆさんの記録は，投げた記録の大きい方から 100 番以内に入っているか。次の**ア**，**イ**から正しいものを１つ選び，それが正しいことの理由を，まゆさんの記録と**表２**からわかることを比較して説明しなさい。

（ **ア**　100 番以内に入っている
　イ　100 番以内に入っていない ）

表１

階級(m)	度数(人)
以上　未満 2 ～ 5	8
5 ～ 8	27
8 ～ 11	18
11 ～ 14	21
14 ～ 17	30
17 ～ 20	62
20 ～ 23	25
23 ～ 26	7
26 ～ 29	2
計	200

表２

平均値(m)	14.6
中央値(m)	16
最頻値(m)	17

問２　ペットボトルのリサイクルについて，次のような**資料**が得られた。

〔**資料**〕
ある国では，2013 年は 2010 年に比べて，ペットボトルの販売量は 4 万トン増え，リサイクル量は 7 万トン増えた。リサイクル率は，2010 年が 85%，2013 年が 90%であった。ただし，(リサイクル率) $=\dfrac{\text{(リサイクル量)}}{\text{(販売量)}}$ である。

この**資料**をもとに，ある数量を x 万トン，y 万トンとして，次のような連立方程式をつくった。

$$\begin{cases} x+4=y \\ 0.85x+7=0.9y \end{cases}$$

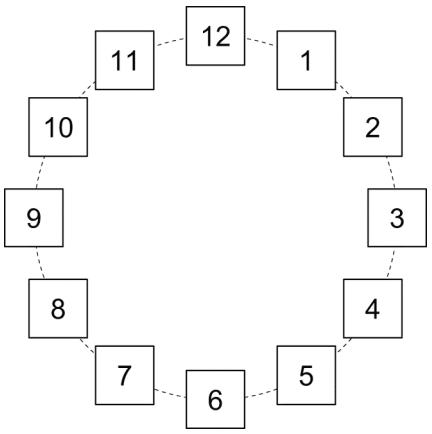
(1) 方程式 $0.85x+7=0.9y$ は，2010 年と 2013 年の **あ** の関係を表したものである。**あ** に当てはまる言葉を書きなさい。

(2) 2013 年のペットボトルの販売量は何万トンか，求めなさい。

問３　**図**のように，1 から 12 までの数が書かれたカードが並んでいる。駒を，あるカードの上に置き，**駒の進め方**のようにカードの上を進めていく。

〔**駒の進め方**〕
駒を置いたカードに書かれた数だけ，時計回りに進める。

図



例えば，**表３**のように，1 回目に 7 のカードの上に駒を置いた場合，2 回目は，7 つ進めて，2 のカードの上に駒を置く。3 回目は，2 つ進めて，4 のカードの上に駒を置く。

表３

回数	1 回目	→	2 回目	→	3 回目	→	…
カードの数	7	→	2	→	4	→	…

(1) 1 回目に 1，10 のカードの上に駒を置く。1，10 のどちらの場合にも，3 回目以降は，駒を置くカードの数に共通するきまりがあらわれる。そのきまりを書きなさい。

(2) 10 回目に駒を置くカードの数が 12 になるのは，1 回目にどのカードの上に駒を置いたときか。そのカードの数をすべて求めなさい。

(3) n を自然数とする。1 回目に 8 のカードの上にコマを置く。

（**ア**）　$2n$ 回目に駒を置くカードの数を求めなさい。

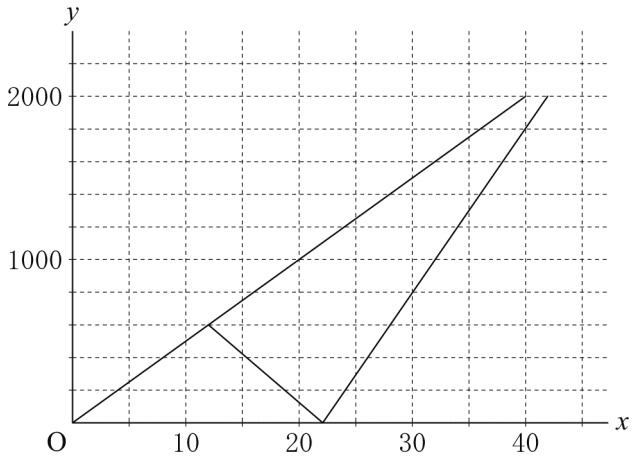
（**イ**）　1 回目から $2n$ 回目までに駒を置くカードの数の和を，n を用いた式で表しなさい。

3 各問いに答えなさい。

問1 まりさんと妹は，自宅からの道のりが 2000 m であるおじさんの家に向かって同時に出発し，分速 50 m で進んだ。まりさんは，12 分後に忘れ物に気づいてすぐに，同じ道を分速 60 m で自宅まで戻り，妹は，そのまま進んでおじさんの家に着いた。まりさんは，自宅に戻ってすぐに，忘れ物を持って同じ道を分速 100 m で追いかけ，おじさんの家に着いた。

図1は，まりさんと妹が自宅を出発してから x 分後の，自宅からの道のりを y m として，2 人の進むようすを表したグラフである。

図1



(1) まりさんが忘れ物に気づいてから自宅に戻るまでの，まりさんの x と y の関係について考える。

① x の変域は $12 \leqq x \leqq$ **あ** である。**あ** に当てはまる数を書きなさい。

② まりさんの x と y の関係を式に表しなさい。

(2) まりさんと妹のどちらが先におじさんの家に着いたかは，おじさんの家に着くまでにかかったそれぞれの時間を計算しなくても，**図1**のグラフから判断することができる。その方法を説明しなさい。ただし，実際に時間を求める必要はない。

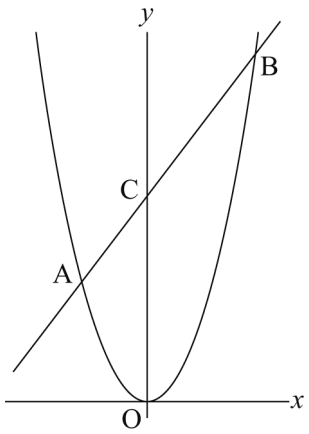
(3) 妹がおじさんの家に着くときに，まりさんも同時に着く方法を考える。ただし，まりさんが忘れ物に気づくまでの，まりさんと妹の進むようすは変えないものとする。

① まりさんが忘れ物を持って追いかける速さを変えれば，忘れ物に気づいてから自宅に戻るまでの速さを変えずに，おじさんの家に同時に着くことができる。このときの，まりさんが忘れ物を持ってから一定の速さで進みおじさんの家に着くまでの，まりさんの x と y の関係をグラフに表しなさい。

② まりさんが忘れ物に気づいてから自宅に戻るまでの速さを変えれば，忘れ物を持って追いかける速さを変えずに，おじさんの家に同時に着くことができる。まりさんは，忘れ物に気づいてから分速何 m で自宅に戻ればよいか，求めなさい。

問２　**図２**のように，関数 $y=x^2$ と関数 $y=2x+15$ のグラフがある。２つのグラフは２点 A，B で交わり，点 A，B の x 座標は，それぞれ，-3，5 である。関数 $y=2x+15$ のグラフと y 軸の交点を C とする。

図２



(1) 関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 5$ のときの y の変域を求めなさい。

(2) △OBC の面積を求めたい。△OBC の底辺を OC とするとき，高さを表す値を，次の**ア**～**エ**から１つ選び，記号を書きなさい。

（ **ア**　点 B の x 座標　　**イ**　点 B の y 座標
ウ　点 C の x 座標　　**エ**　点 C の y 座標 ）

(3) 関数 $y=x^2$ のグラフ上に点 P を，△APB の面積が 48 になるようにとりたい。ただし，点 P の x 座標は $0<x<5$ とする。点 P の座標を，**図３**を使って次のように求めた。

〔**解答**〕

図３のように，放物線上の点 P を通り y 軸に平行な直線と線分 AB との交点を Q とし，点 P の x 座標を t とすると，

P $(t,$ [い] $)$，Q $(t,$ [う] $)$

線分 PQ を底辺としたときの△APQ の高さを h，

△BPQ の高さを h' とする。

△APB＝△APQ＋△BPQ だから，△APB の面積は，

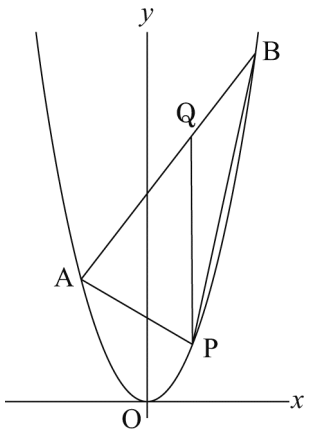
$$\frac{1}{2}\times \mathrm{PQ}\times h+\frac{1}{2}\times \mathrm{PQ}\times h'$$

$$=\frac{1}{2}\times \mathrm{PQ}\times (h+h')$$

ここで，$h+h'=$ [え] より，

お

図３



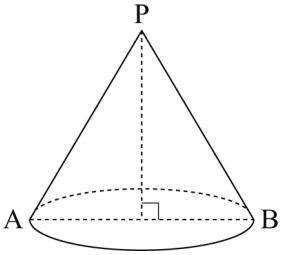
① [い]，[う] に当てはまる式を t を用いて書きなさい。また，[え] に当てはまる数を書きなさい。

② [お] に，t についての方程式と途中の過程を書き，点 P の座標を求め，**解答**を完成させなさい。

4 次の各問いに答えなさい。

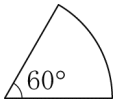
問１　**図１**のように，底面の直径 AB と母線の長さ PA について AB＝PA＝4 cm の円錐がある。

図１

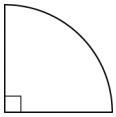


(1) この円錐の側面の展開図はおうぎ形になる。その展開図として正しいものを，次の**ア**～**エ**から１つ選び，記号を書きなさい。

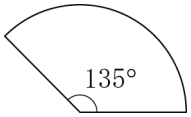
ア



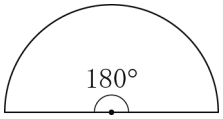
イ



ウ

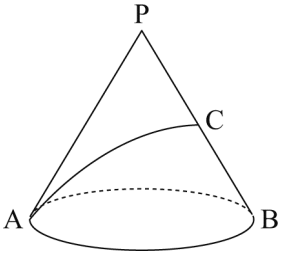


エ



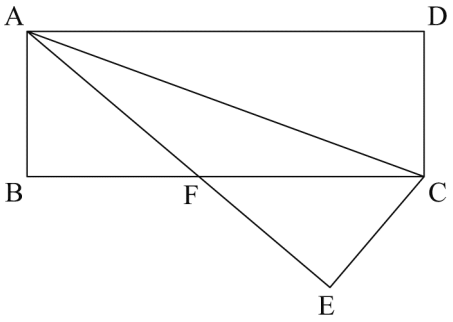
(2) 線分 PB の中点を C とする。**図２**のように，この円錐の表面に，点 A から点 C まで，ひもをゆるまないようにかける。ひもの長さが最も短くなるとき，その長さを求めなさい。

図２



問２　**図３**は，辺 AB の長さが辺 BC の長さより短い長方形 ABCD を，対角線 AC を折り目として折り曲げたとき，頂点 D が移る点を E，BC と AE の交点を F としたものである。

図３



(1) りなさんとなおさんは，△FCA が二等辺三角形であることを，それぞれ次のように正しく証明した。

〔**りなさんの証明**〕

長方形 ABCD の対角線 AC を折り目としているから，∠FAC＝ **あ** …①

AD // BC で，錯角は等しいから，

∠FCA＝ **あ** …②

よって，①，②より，∠FAC＝∠FCA

したがって，2 つの角が等しいので，

△FCA は二等辺三角形である。

〔**なおさんの証明**〕

い

合同な図形では，対応する辺は等しいので，

FA＝FC

したがって，2 つの辺が等しいので，

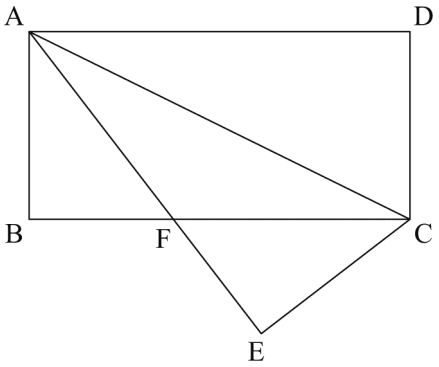
△FCA は二等辺三角形である。

① **あ** に当てはまる最も適切な角を，記号を用いて書きなさい。

② **い** に，△ABF≡△CEF であることを証明し，**なおさんの証明**を完成させなさい。

(2) **図４**は，**図３**の図形で AB＝4 cm，BF＝3 cm としたものとする。**図５**は，**図４**の図形で，点 B と点 E，点 D と点 E をそれぞれ結び，AC と DE の交点を P，BC と DE の交点を Q としたものとする。

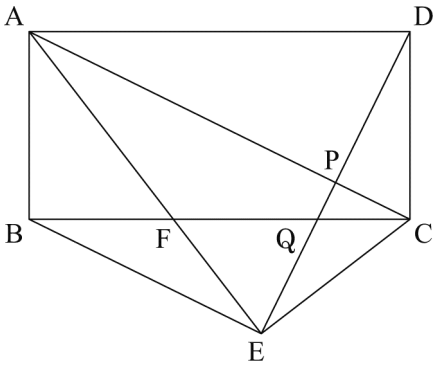
図４



① **図５**において，△FCA と相似な三角形を記号を用いて 2 つ書きなさい。

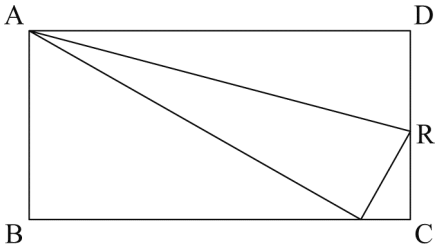
② **図５**において，四角形 ABEP の面積を求めなさい。

図５

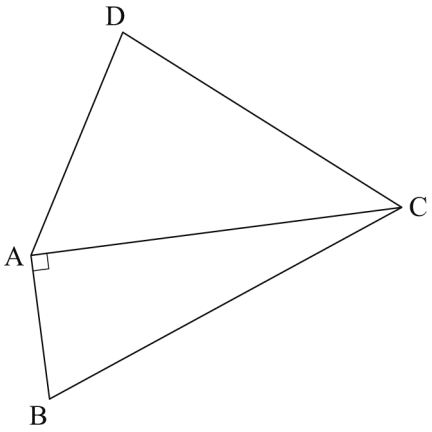


(3) **図６**は，**図４**の長方形 ABCD を，辺 CD 上の点 R と頂点 A を結んだ線分 AR を折り目として，頂点 D が辺 BC 上にくるように折り曲げたものとする。このとき，CR の長さを求めなさい。

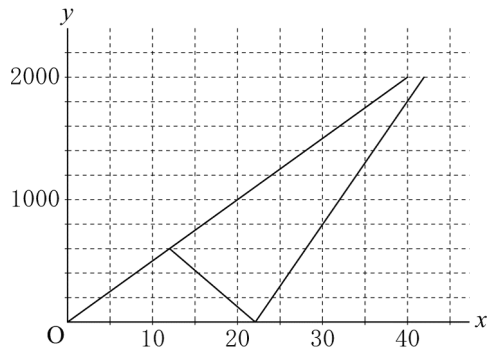
図６



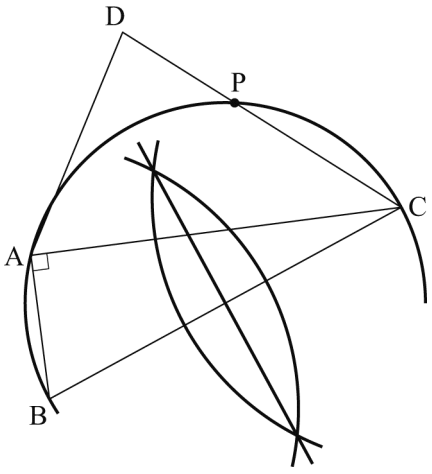
数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数−17−公−長野−XY−01	1	問1	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問2	$\angle x=$　　°			
		問3	$x=$			
		問4				
		問5	記号			
			$a=$			
		問6	杯			
		問7				

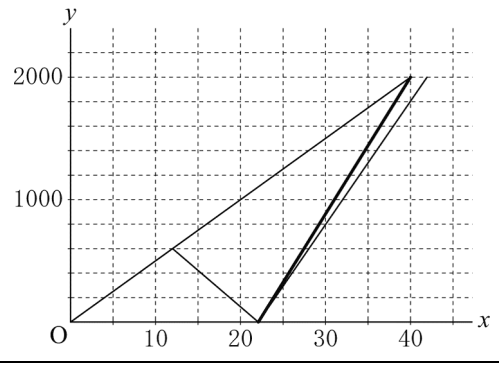
	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数−17−公−長野−KY−02	2	問１	(1)				
			(2)	記号			
				理由			
		問２	(1)				
			(2)	万トン			
		問３	(1)				
			(2)				
			(3)	(ア)			
				(イ)			

	問題番号		解答			配点	備考
数−17−公−長野−XY−03	3	問１	(1)	①			
				②	$y=$		
			(2)				
			(3)	①			
				②	分速　　m		
		問２	(1)		$\leqq y \leqq$		
			(2)				
			(3)	①	い		
					う		
					え		
				②			

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-17-公-長野-KY-04	4	問１	(1)				
			(2)		cm		
		問２	(1)	①	∠		
				②			
			(2)	①	△　　△		
				②	cm^2		
			(3)		cm		

	問題番号		解答		配点	備考
数−17−公−長野−K−01	1	問1	(1)	-3	3	
			(2)	-6	3	
			(3)	$5\sqrt{3}$	3	
			(4)	$\dfrac{3x+5y}{4}$	3	「$\dfrac{3}{4}x+\dfrac{5}{4}y$」等も正答とする。
		問2	$\angle x=40$ °		3	
		問3	$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{33}}{2}$		3	「$-\dfrac{5}{2}\pm\dfrac{\sqrt{33}}{2}$」等も正答とする。
		問4	ア		3	
		問5	記号	ウ	3	「$\dfrac{b}{2}-\dfrac{3}{2}m$」等も正答とする。
			$a=\dfrac{b-3m}{2}$			
		問6	24　杯		3	
		問7	(例)  		3	定規とコンパスを使い，点Pが作図されていて，文字Pが書かれているもののみを評価の対象とする。正答例の場合では， ・辺BCの中点をとり，辺BCを直径とする円と辺CDの交点として点Pが作図されているものを正答とする。 ・点Pの位置を表す黒丸（●）の有無は問わない。 正答例以外の作図も，これに準ずる。

	問題番号		解答			配点	備考
数−17−公−長野−木−02	2	問１	(1)	0.15		2	「$\frac{3}{20}$」も正答とする。
			(2)	記号	イ	3	理由は，まゆさんの記録と中央値を比較して書かれているものを正答とする。 ・「記録が 16 m 以上の人は100人以上」及び「15 m」，「16 m」の記述の有無は問わない。 ・誤字，脱字は全体で１点減点とする。
				理由	(例) 中央値が 16 m なので，記録が 16 m 以上の人は 100 人以上いて，まゆさんの記録 15 m は中央値の 16 m よりも小さいから。		
		問２	(1)	ペットボトルのリサイクル量		2	「リサイクル量」も正答とする。
			(2)	72　万トン		3	
		問３	(1)	(例) 4 と 8 をくり返す。		2	正答例と同等の内容が書かれているものを正答とする。 ・「くり返す」等が書かれていない場合は１点減点とする。 ・誤字，脱字は全体で１点減点とする。
			(2)	3，6，9，12		3	数の順序は問わない。
			(3)	（ア）	4	3	
				（イ）	$12n$	3	

	問題番号		解答			配点	備考
数−17−公−長野−K−03	3	問1	(1)	①	22	2	
				②	$y=-60x+1320$	2	
			(2)	(例) 2人の進むようすを表すグラフで，$y=2000$ に対応する x の値をそれぞれ読みとり，比較する。		3	次の(a)及び(b)，または(a)及び(c)について書かれているものを正答とする。 (a)グラフ上で y 座標が 2000 である点に注目すること。 (b)(a)に対する x の値を比較すること。 (c)(a)に対する点の位置の左右を比較すること。 ・誤字，脱字は全体で1点減点とする。
			(3)	①		3	x の変域が $22 \leqq x \leqq 40$ でかかれているものを正答とする。
				②	分速　75　m	3	
		問2	(1)		$0\ (\leqq y \leqq)\ 25$	2	
			(2)		ア	2	
			(3)	①	い　t^2	1	
					う　$2t+15$	1	同値な式も正答とする。
					え　8	2	
				②	(例) $\frac{1}{2}(2t+15-t^2)\times 8=48$ これを解くと， $t^2-2t-3=0$ $(t+1)(t-3)=0$ $t=-1,\ 3$ $0<t<5$ だから，$t=3$ は問題にあうが，$t=-1$ は問題にあわない。 よって， P (3，9)	5	次の(a)，(b)，(c)，(d)がすべて書かれているものを正答とする。 (a)P の座標「(3，9)」 (b)「$\frac{1}{2}(2t+15-t^2)\times 8=48$」または同値な二次方程式 (c)方程式の解「$t=-1$，3」 (d)「$t=-1$ は問題にあわない。」等，(c)から(a)に至る理由 ・「$t=3$ は問題にあう」等の記述の有無は問わない。 ・(a)が誤りでも，解答を途中まで記述しているときは，(b)は1点，(c)は2点とする。 ・不備については，(b)は1点，(c)は2点，(d)は1点減点とする。 ・誤字，脱字は全体で1点減点とする。

	問題番号		解答			配点	備考
数−17−公−長野−K−04	4	問１	(1)	エ		2	
			(2)	$2\sqrt{5}$ cm		3	
		問２	(1)	①	∠DAC	2	「∠CAD」も正答とする。
				②	(例) △ABF と△CEF について，四角形 ABCD は長方形であり，対角線 AC を折り目として折り曲げるから， AB＝CE …① ∠ABF＝∠CEF …② 対頂角は等しいから， ∠AFB＝∠CFE …③ 三角形の内角の和は 180°であることと，②，③から， ∠BAF＝∠ECF …④ ①，②，④より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので， △ABF≡△CEF	5	証明が完結しているものを評価の対象とし，途中の不備は減点する。正答例の場合では， ・①，②，④及び△ABF≡△CEF がすべて書かれているものを完結しているとする。 ・①，②，③が書かれていても，①，②，③に至る理由が書かれていない場合や，「仮定から」としか書かれていない場合は 1 点減点とする。 ・④が書かれていても，④に至る理由として，②，③及び「三角形の内角の和が 180°であること」等が書かれていない場合は 2 点減点とする。 ・「1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい」という条件が書かれていない場合は，1 点減点とする。 ・誤字，脱字は全体で 1 点減点とする。 正答例以外の証明も，これに準ずる。
			(2)	①	△FBE　△CDE	3	三角形の順序及びアルファベットの順序は問わない。
				②	$\frac{112}{5}$ cm^2	4	「22.4」等も正答とする。
			(3)	$8\sqrt{3}-12$ cm		4	「$-12+8\sqrt{3}$」等も正答とする。

数-17-公-長野-KS-01

1　問１　(1)　$-5+2=-(5-2)=-3$

(2)　$2^3\times\left(-\frac{3}{4}\right)=8\times\left(-\frac{3}{4}\right)=-6$

(3)　$\sqrt{12}+\sqrt{48}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}+4\sqrt{3}-\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

(4)　$\frac{5x+y}{4}-\frac{x-2y}{2}=\frac{5x+y-2(x-2y)}{4}=\frac{5x+y-2x+4y}{4}=\frac{3x+5y}{4}$

問２　△EAD において，三角形の内角・外角の性質より，$\angle EDB=\angle AED+\angle EAD=20^\circ+37^\circ=57^\circ$

△FDB において，三角形の内角・外角の性質より，$\angle x=\angle CFD-\angle FDB=97^\circ-57^\circ=40^\circ$

問３　$x(x+5)-2=0$　$x^2+5x-2=0$　解の公式より，$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}=\frac{-5\pm\sqrt{33}}{2}$

問４　２つのさいころを A，B とする。

ア　２つとも奇数の目が出る場合は，(A，B)=(1，1)，(1，3)，(1，5)，(3，1)，(3，3)，(3，5)，(5，1)，(5，3)，(5，5) の９通り。

イ　出る目の数の和が８になる場合は，(A，B)=(2，6)，(3，5)，(4，4)，(5，3)，(6，2) の５通り。

ウ　出る目の数の積が６になる場合は，(A，B)=(1，6)，(2，3)，(3，2)，(6，1) の４通り。

エ　同じ目が出る場合は，(A，B)=(1，1)，(2，2)，(3，3)，(4，4)，(5，5)，(6，6) の６通り。

よって，最も起こりやすいのは**ア**である。

問５　式❶から式❷への変形では，両辺に３をかけている。

式❷から式❸への変形では，両辺に $2a$ をたしている。

式❸から式❹への変形では，左辺から $3m$ をひいているが，右辺は $3m$ をたしており，正しく変形されていない。

式❹から式❺への変形では，両辺を２でわっている。

式❹の右辺は $b-3m$ が正しいので，式❺の右辺は $\frac{b-3m}{2}$ が正しい。

問６　容器Ｂの半径を r とすると，容器Ａの底面の半径は $r\times2=2r$，高さは $2r\times2=4r$ と表される。

円周率を π とすると，容器Ａの体積は $\pi\times(2r)^2\times4r=16\pi r^3$，容器Ｂの体積は $\frac{4}{3}\pi r^3\div2=\frac{2}{3}\pi r^3$

よって，$16\pi r^3\div\frac{2}{3}\pi r^3=16\times\frac{3}{2}=24$ (杯)

問７　辺 CD は，直線 AB について点 C と同じ側にある。

円周角の定理の逆より，$\angle ACB=\angle APB$ となる点 P は，点 C を通る$\overset{\frown}{AB}$上にある。

よって，３点 A，B，C を通る円を作図し，辺 CD との交点（点 C とは異なる点）を P とすればよい。

$\angle BAC=90°$より，３点 A，B，C を通る円は，線分 BC を直径とする円に一致する。

数-17-公-長野-KS-02

2　問１　(1)　$\frac{30}{200}=0.15$

(2)　資料の個数が偶数だから，200 人の記録を数値の大きい順に並べたときに，$200\div2=100$ (番目) にくる値と 101 番目にくる値の平均が中央値となる。よって，その中央値が 16 m だから，100 番目の記録は 16 m 以上であることがわかり，まゆさんの記録は 15 m だから，100 番以内に入っていない。

問２　(1)　条件より，(2010 年の販売量)＋4 万トン＝(2013 年の販売量) であるから，「$x+4=y$」を「x 万トン＋4 万トン＝y 万トン」と見ると，x 万トンが 2010 年の販売量を，y 万トンが 2013 年の販売量を表していることがわかる。

よって，「$0.85x+7=0.9y$」は，「(x 万トンの 85%)＋7 万トン＝(y 万トンの 90%)」と見ることができ，85%は 2010 年のリサイクル率だから，「x 万トンの 85%」は 2010 年のリサイクル量を表している。同様に，「y 万トンの 90%」は 2013 年のリサイクル量，「7 万トン」は 2010 年と 2013 年のリサイクル量の差だから，「$0.85x+7=0.9y$」は，2010 年と 2013 年のリサイクル量の関係を表している。

(2) $x+4=y$…①，$0.85x+7=0.9y$…②とする。②に①を代入して，$0.85x+7=0.9(x+4)$
$0.85x+7=0.9x+3.6$　$85x+700=90x+360$　$-5x=-340$　$x=68$…③
①に③を代入して，$68+4=y$　$y=72$　この解は問題にあっている。よって，72 万トンである。

問３　(1) 1 回目に 1 のカードの上に駒を置くと，1→2→4→8→4→8→…
1 回目に 10 のカードの上に駒を置くと，10→8→4→8→4→8→…
3 回目以降は，4→8→4→8→…となり，4 と 8 をくり返すことがわかる。
(2) 1 回目に 2 のカードの上に駒を置くと，2→4→8→4→8→4→…
1 回目に 3 のカードの上に駒を置くと，3→6→12→12→12→12→…
1 回目に 4 のカードの上に駒を置くと，4→8→4→8→4→8→…
1 回目に 5 のカードの上に駒を置くと，5→10→8→4→8→4→…
1 回目に 6 のカードの上に駒を置くと，6→12→12→12→12→12→…
1 回目に 7 のカードの上に駒を置くと，7→2→4→8→4→8→…
1 回目に 8 のカードの上に駒を置くと，8→4→8→4→8→4→…
1 回目に 9 のカードの上に駒を置くと，9→6→12→12→12→12→…
1 回目に 11 のカードの上に駒を置くと，11→10→8→4→8→4→…
1 回目に 12 のカードの上に駒を置くと，12→12→12→12→12→12→…
よって，10 回目に駒を置くカードの数が 12 になるのは，3，6，9，12 である。
(3) (ア)　(2)より，1 回目に 8 のカードの上に駒を置くと，8→4→8→4→8→4→…となる。
n が自然数だから，$2n$ は偶数である。2 回目，4 回目，6 回目，…のカードの数は 4 になっている。
よって，$2n$ 回目に駒を置くカードの数は 4
(イ)　$n=\underline{1}$ のとき，1 回目から $(2\times\underline{1})$ 回目までの和は，$8+4=(8+4)\times1=12\times\underline{1}$
$n=\underline{2}$ のとき，1 回目から $(2\times\underline{2})$ 回目までの和は，$(8+4)+(8+4)=(8+4)\times2=12\times\underline{2}$
$n=\underline{3}$ のとき，1 回目から $(2\times\underline{3})$ 回目までの和は，$(8+4)+(8+4)+(8+4)=(8+4)\times3=12\times\underline{3}$
よって，1 回目から $2\underline{n}$ 回目までの和は，$12\times\underline{n}=12n$

数-17-公-長野-KS-03

3　**問１**　(1)　①　まりさんが忘れ物に気づいたのは，自宅から $50\times12=600$ (m) の地点である。
自宅に戻るとき，600 m の道のりを分速 60 m で進んだことになるから，$600\div60=10$ (分)
よって，[あ] に当てはまる数は，$12+10=22$

②　(12，600) と (22，0) を通る直線の式を求めればよい。傾きは，$\dfrac{0-600}{22-12}=-60$ となるから，
求める式を $y=-60x+b$ とおく。これに $x=22$，$y=0$ を代入して整理すると，$b=1320$
よって，$y=-60x+1320$

(2) おじさんの家は自宅から 2000 m の地点にあるから，まりさんと妹の進むようすを表すグラフで，y 座標が 2000 である点の x 座標をそれぞれ読みとり，比較すればよい。

(3) ①　まりさんが自宅を出発してから，忘れ物をとりに自宅に戻るまで，進むようすは変わらないから，$0\leqq x\leqq22$ のときのまりさんのグラフは変わらない。
忘れ物を持ってすぐに自宅を出るから，点 (22，0) を通る。
まりさんと妹が同時におじさんの家に着くから，点 (40，2000) を通る。
一定の速さで進むことから，2 点 (22，0)，(40，2000) を結ぶ線分をかけばよい。

②　忘れ物を持って追いかける速さは変わらないので分速 100 m になるから，自宅からおじさんの家までにかかる時間は，$2000\div100=20$ (分)　妹と同時に着くには，40 分におじさんの家に着かなければいけないので，$40-20=20$ (分) 前に自宅を出発すればよい。よって，忘れ物に気づいた 12 分から自宅を出発しなければいけない 20 分の間に自宅に戻ればよいので，$600\div(20-12)=75$ より，分速 75 m で自宅に戻ればよい。

問２　(1) 関数 $y=x^2$ について，x の変域に 0 を含むので，y の値が最小となるのは，$x=0$ のときで，$y=0$
y の値が最大となるのは，-3 と 5 で絶対値が大きい $x=5$ のときで，$y=5^2=25$　よって，y の変域は，
$0\leqq y\leqq25$

(2) △OBC の底辺を OC とするとき，高さは，点 B から y 軸にひいた垂線の長さに等しい。
つまり，点 B の x 座標で表される。

(3) ① 点 P は関数 $y=x^2$ のグラフ上にあるから，点 P の x 座標が t のとき，点 P の y 座標は t^2(い)。
点 Q は関数 $y=2x+15$ のグラフ上にあるから，点 Q の x 座標が t のとき，点 Q の y 座標は $2t+15$(う)。
(点 A から直線 PQ までの距離)＋(点 B から直線 PQ までの距離)
＝(点 A から y 軸までの距離)＋(点 B から y 軸までの距離) だから，
$h+h'=5+3=8$(え)

② △APB$=\frac{1}{2}\times$PQ$\times(h+h')$である。△APB の面積が 48，PQ$=2t+15-t^2$，$h+h'=8$ だから，

$48=\frac{1}{2}\times(2t+15-t^2)\times 8$　$2t+15-t^2=12$　$t^2-2t-3=0$　$(t+1)(t-3)=0$　$t=-1$，3

$0<t<5$ だから，$t=-1$ は問題にあわず，$t=3$ は問題にあっている。よって，$3^2=9$ より，P(3，9)

数-17-公-長野-KS-04

4 **問１** (1) この円錐の底面の半径は，$4\div 2=2$(cm)
円周率を π，側面のおうぎ形の中心角の大きさを a° とする。
円錐の展開図では，側面のおうぎ形の弧の長さと，底面の円の周の長さは等しくなるから，

$2\pi\times 4\times\frac{a}{360}=2\pi\times 2$　$\frac{a}{360}=\frac{2\pi\times 2}{2\pi\times 4}$　$\frac{a}{360}=\frac{1}{2}$　$a=180$　よって，**エ**が正しい。

(2) ひもの長さが最も短くなる様子を側面の展開図上に表すと右の図のように A と C を結んだ線分 AC となる。

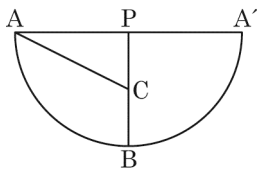


図１で，線分 AB は底面の円の直径であるから，右の図において，
$\angle APB=180^\circ\times\frac{1}{2}=90^\circ$
右の図の△ACP において，三平方の定理より，$AC^2=AP^2+PC^2$
$=4^2+2^2=20$　AC>0 より，AC$=2\sqrt{5}$ cm

問２ (1) ① 対角線 AC を折り目として折り曲げたとき，頂点 D が点 E に移るから，∠EAC＝∠DAC
よって，∠FAC＝∠DAC　また，四角形 ABCD は長方形で，AD // BC より，平行線の錯角は等しいから，∠FCA＝∠DAC　よって，あには，∠DAC が入る。

② 長方形の性質と折り曲げたことから，長さの等しい辺や大きさの等しい角を見つける。
△ABF と△CEF において，
四角形 ABCD は長方形だから，AB＝CD…㋐　∠ABF＝∠CDA…㋑
対角線 AC を折り目として折り曲げるから，CE＝CD…㋒　∠CEF＝∠CDA…㋓
㋐，㋒より，AB＝CE…㋔　㋑，㋓より，∠ABF＝∠CEF…㋕
対頂角は等しいから，∠AFB＝∠CFE…㋖
また，∠BAF$=180^\circ$ －∠ABF－∠AFB…㋗　∠ECF$=180^\circ$ －∠CEF－∠CFE…㋘
㋕，㋖，㋗，㋘より，∠BAF＝∠ECF…㋙
㋔，㋕，㋙より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，△ABF≡△CEF

(2) ① △ABF において，三平方の定理より，$AF^2=AB^2+BF^2=4^2+3^2=25$　AF＞0 より，AF＝5 cm
△FCA は二等辺三角形だから，FC＝FA＝5 cm より，BC＝BF＋FC＝3＋5＝8 (cm)
よって，AE＝AD＝BC＝8 cm だから，FE＝AE－AF＝8－5＝3 (cm)
△FCA と△FBE において，FC：FB＝5：3，FA：FE＝5：3 だから，FC：FB＝FA：FE
対頂角は等しいから，∠AFC＝∠EFB
2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから，△FCA∽△FBE
よって，∠FCA＝∠FBE より，錯角が等しいから，AC // BE
△CDE は CD＝CE の二等辺三角形で，線分 CP は∠DCE の二等分線になっている。
二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に 2 等分するから，∠CPE＝90°，DP＝EP
AC // BE より，平行線の錯角は等しいから，∠BED＝∠CPE＝90°
△FCA と△CDE において，∠FAC＝∠FEB＝∠BED－∠AEP＝90°－∠AEP
∠CED＝∠AEC－∠AEP＝90°－∠AEP　よって，∠FAC＝∠CED
∠FAC＝∠FCA，∠CED＝∠CDE だから，∠FCA＝∠CDE
2 組の角がそれぞれ等しいから，△FCA∽△CDE

② $\triangle FCA=\frac{1}{2}\times5\times4=10\ (cm^2)$　$\triangle CEF=\triangle ABF=\frac{1}{2}\times3\times4=6\ (cm^2)$

$\triangle FBE=\frac{3}{5}\triangle ABF=\frac{3}{5}\times6=\frac{18}{5}\ (cm^2)$

△FCA と△CDE の相似比は，FC：CD＝5：4 だから，面積の比は，$5^2:4^2=25:16$

$\triangle CDE=\frac{16}{25}\triangle FCA=\frac{16}{25}\times10=\frac{32}{5}\ (cm^2)$　$\triangle CEP=\frac{1}{2}\triangle CDE=\frac{1}{2}\times\frac{32}{5}=\frac{16}{5}\ (cm^2)$

よって，四角形 ABEP の面積は，△FCA＋△ABF＋△CEF＋△FBE－△CEP

$=10+6+6+\frac{18}{5}-\frac{16}{5}=\frac{112}{5}\ (cm^2)$

(3) **図６**で，頂点 D が移る辺 BC 上の点を G とする。AG＝AD＝8 cm　∠AGR＝∠ADR＝90°
△ABG において，三平方の定理より，$BG^2=AG^2-AB^2=8^2-4^2=48$　BG＞0 より，$BG=4\sqrt{3}$ cm
△ABG と△GCR において，∠ABG＝∠GCR
∠GAB＝180°－∠ABG－∠AGB＝180°－90°－∠AGB＝90°－∠AGB,
∠RGC＝180°－∠AGR－∠AGB＝180°－90°－∠AGB＝90°－∠AGB だから,
∠GAB＝∠RGC　2 組の角がそれぞれ等しいから，△ABG∽△GCR となるので，AB：GC＝BG：CR
CR＝x cm とすると，$4:(8-4\sqrt{3})=4\sqrt{3}:x$　これを整理すると，$x=8\sqrt{3}-12$