Ｒ６　長野県　公立　数学　問題

数-24-公-長野-問-01

1　各問いに答えなさい。

問１　$3-(-5)$ を計算しなさい。

問２　$\frac{1}{6}xy^2 \div \frac{1}{12}xy$ を計算しなさい。

問３　n を自然数とするとき，式の値がいつでも 8 の倍数になる式として正しいものを，次の**ア**～**エ**から１つ選び，記号を書きなさい。

〔 **ア**　$4n$　　**イ**　$8n+4$　　**ウ**　$n+8$　　**エ**　$8n+16$ 〕

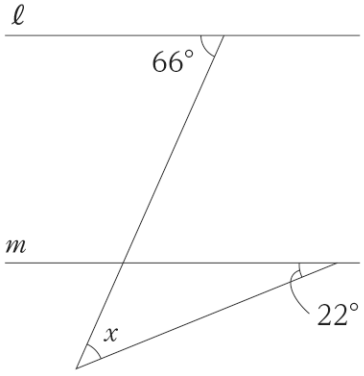
問４　$x=\sqrt{5}+\sqrt{3}$，$y=\sqrt{5}-\sqrt{3}$ のとき，x^2-y^2 の値を求めなさい。

問５　二次方程式 $x^2-3x-10=0$ を解きなさい。

問６　容器に薄力粉を 132 g と砂糖を 12 g 入れて混ぜた。ここに，薄力粉と砂糖を x g ずつ加えて，薄力粉と砂糖の重さの比が 7 : 2 となるようにして，クッキーを作る。このとき，x の値を求めなさい。

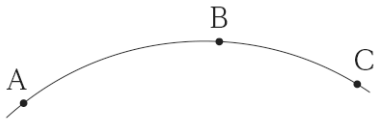
問７　**図１**において，$\ell /\!/ m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

図１



問８　**図２**は，１つの円周上に３点 A，B，C がある円の一部である。この円の中心 O を，定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし，中心 O を表す文字 O も書き，作図に用いた線は消さないこと。

図２



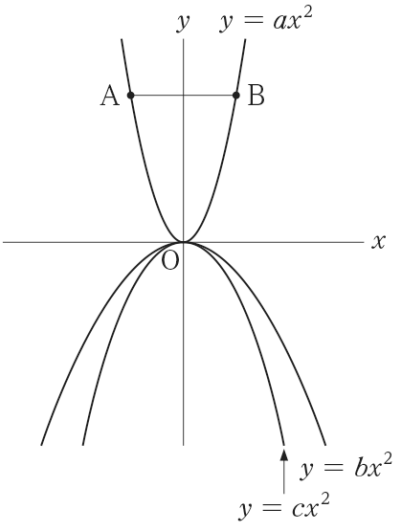
問９　**図３**は，３つの関数 $y=ax^2$，$y=bx^2$，$y=cx^2$ のグラフを，同じ座標軸を使ってかいたものである。

また，２点 A，B は，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に線分 AB と x 軸が平行になるようにとったものである。

(1) 比例定数 a，b，c を大きい順に左から並べて書きなさい。

(2) $a=3$，AB＝4 のとき，点 B の座標を求めなさい。

図３



問 10　1，2，3 の数が１つずつ書かれた３枚のカードがある。この３枚のカードを箱に入れて，箱から１枚ずつ取り出し，取り出した順番に左から右に並べて３けたの整数をつくる。この整数が奇数となる確率を求めなさい。ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。



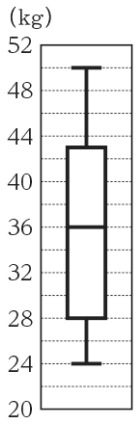
問11　**データ**は，生徒15人の握力を調べ，その結果を値の小さい順に並べたものである。

〔**データ**〕
24，26，26，26，28，30，32，34，36，38，40，42，44，48，50

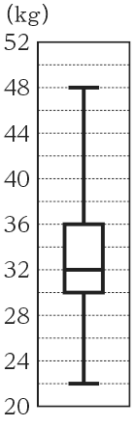
(単位：kg)

この**データ**を表した箱ひげ図として正しいものを，次の**ア**～**エ**から1つ選び，記号を書きなさい。

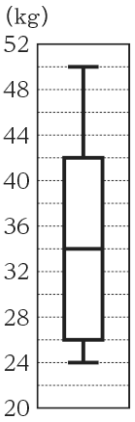
ア



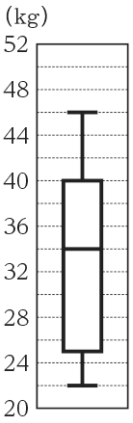
イ



ウ



エ



数-24-公-長野-問-02

2　各問いに答えなさい。

問1　春さんと秋さんの中学校では，図書委員会が全校生徒に対してアンケート調査を行った。

(1) 図書委員会3年生の春さんと秋さんは，アンケート調査の結果から，全校生徒の平日1日の平均読書時間のデータについて，表計算ソフトを使って整理した。**図1**は春さんが，**図2**は秋さんがデータをヒストグラムに表したものである。

図1　平日1日の平均読書時間と生徒数

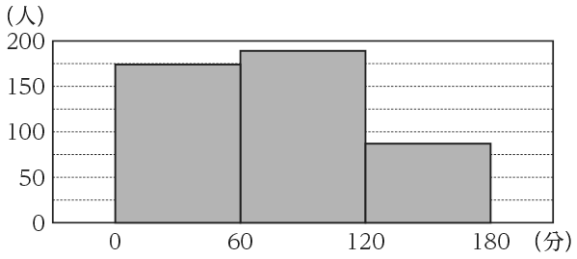
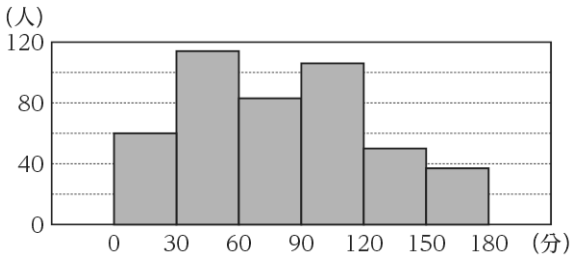


図2　平日1日の平均読書時間と生徒数



①　**図1**と**図2**から読み取れることとして最も適切なものを，次の**ア**～**エ**から1つ選び，記号を書きなさい。

ア　**図2**では，**図1**にくらべて，平日1日の平均読書時間が150分以上の生徒が少ない。
イ　**図2**では，**図1**にくらべて，範囲が大きい。
ウ　**図1**の最頻値は90分であるが，**図2**の最頻値は45分である。
エ　**図1**の中央値は，60分以上120分未満の階級にふくまれているが，**図2**の中央値は30分以上60分未満の階級にふくまれている。

② 春さんと秋さんは，**図１**とくらべると**図２**には，山が２つあることに気づき，「1，２年生と３年生では，平日１日の平均読書時間に違いがあるのではないか」と予想した。そこで，全校生徒のデータを，1，２年生と３年生に分けて**度数分布表**に整理し，考えた。

度数分布表

平日１日の平均読書時間(分)	1､2 年生	３年生
	度数(人)	度数(人)
0 以上 ～ 30 未満	37	23
30 ～ 60	57	57
60 ～ 90	58	25
90 ～ 120	88	18
120 ～ 150	38	12
150 ～ 180	24	13
計	302	148

〔**２人の考え**〕

度数分布表では，平均読書時間が 60 分未満の生徒数は，1，２年生が 94 人で３年生の 80 人より多い。しかし，このことから，1，２年生の方が平日１日の平均読書時間が短いとは言えない。それは，1，２年生と３年生のそれぞれの［**あ**］が違うからである。だから，相対度数を求めてくらべることが必要だ。

ⅰ **２人の考え**の［**あ**］に当てはまる言葉として最も適切なものを，次の**ア**～**エ**から１つ選び，記号を書きなさい。

（**ア** 平日１日の平均読書時間の最小値　　**イ** 度数の合計
ウ 平日１日の平均読書時間の最大値　　**エ** 階級ごとの度数）

ⅱ ２人は，予想したことを，**２人の考え**をもとに，次のように調べようとした。

度数分布表をもとに 1，２年生と３年生の各階級の相対度数を求め，その［**い**］をかき，［**い**］の形をくらべる。また，1，２年生と３年生それぞれのデータの［**う**］と［**い**］を組み合わせて，1，２年生と３年生のデータの傾向を調べよう。

［**い**］，［**う**］に当てはまる言葉の組み合わせとして最も適切なものを，次の**ア**～**ウ**から１つ選び，記号を書きなさい。

（**ア** ［**い**］度数分布多角形　［**う**］代表値
イ ［**い**］ヒストグラム　［**う**］最大値
ウ ［**い**］度数分布多角形　［**う**］最小値）

(2) **図３**は，図書委員会が「読書は好きですか？」の調査結果をまとめたポスターである。夏さんと冬さんはポスターを見て，「好き」と答えた生徒が何人いるのか，連立方程式をつくって，求めることにした。

図３

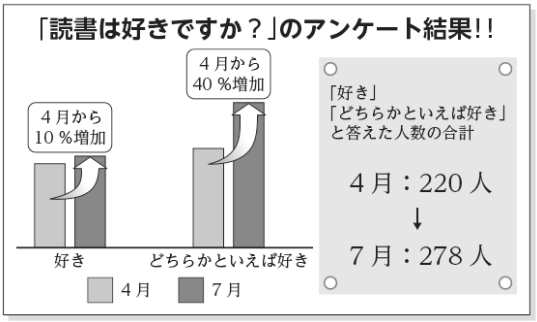


図３をもとに，2 人はある数量を x 人，y 人として，次のような連立方程式をつくった。

〔**夏さんの連立方程式**〕

$$\begin{cases} x+y=220 \\ \dfrac{110}{100}x+\dfrac{140}{100}y=278 \end{cases}$$

〔**冬さんの連立方程式**〕

$$\begin{cases} x=220-y \\ \dfrac{10}{100}x=\boxed{\text{い}} \end{cases}$$

① **夏さんの連立方程式**の $x+y$ はどのような数量を表しているか，言葉で書きなさい。

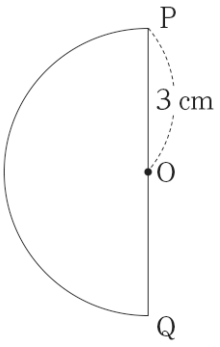
② **冬さんの連立方程式**の **い** に当てはまる適切な式を書きなさい。なお，分数を用いて式を書く場合には約分しなくてもよい。

③ 4 月と 7 月に「好き」と答えた生徒数を，それぞれ求めなさい。

問２　守さんは，半円と直角三角形を回転させた立体について調べた。**図４**は，点 O を中心とし線分 PQ を直径とする半円であり，OP＝3 cm である。**図５**の△ABC は，AB＝6 cm，∠C＝90° の直角三角形である。

(1) **図４**の半円を，線分 PQ を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし，円周率を π とする。

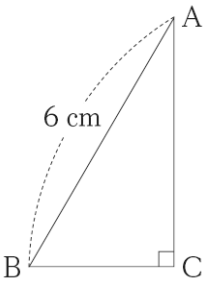
図４



(2) 守さんが，**図５**の△ABC を，辺 AC を回転の軸として 1 回転させてできる立体の展開図をかいたところ，側面の展開図が半円になった。

このとき，**図４**の半円を，線分 PQ を回転の軸として 1 回転させてできる立体の表面積は，**図５**の△ABC を，辺 AC を回転の軸として 1 回転させてできる立体の表面積の何倍か，求めなさい。

図５



3 各問いに答えなさい。

問1 桜さんと鈴さんは，放課後，学校から帰宅した後に図書館へ行き，一緒に勉強をしている。

図1は，2 人が学校を出発して x 分後に，学校から図書館の方向に y m の地点にいるとして，x と y の関係を表したグラフである。

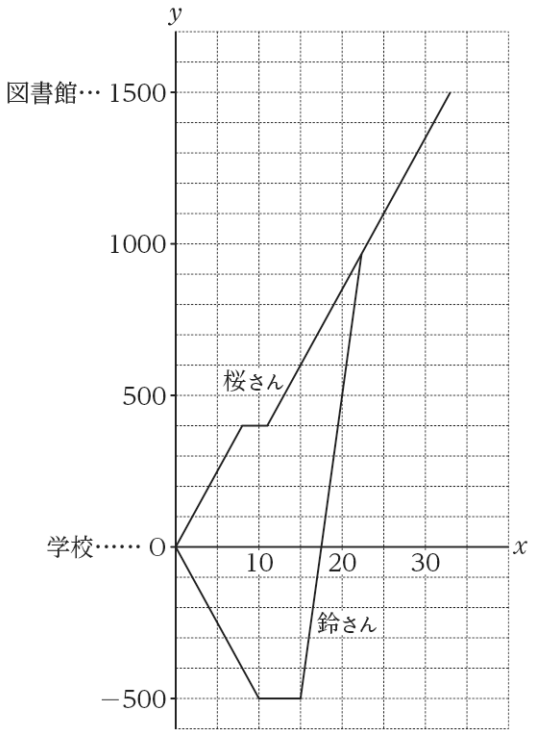
2 人は学校を出発してから，それぞれ次のように図書館に向かう。

桜さん：歩いて 8 分後に帰宅し，帰宅してから 3 分後に家を出発し，歩いて図書館に向かう。

鈴さん：歩いて 10 分後に帰宅し，帰宅してから 5 分後に家を出発し，自転車で図書館に向かい，桜さんに追いついた後，桜さんと一緒に歩いて図書館に向かう。

2 人の歩く速さは分速 50 m である。また，鈴さんが自転車で進む速さは分速 200 m である。なお，図書館，桜さんの家，学校，鈴さんの家は一直線上にあるものとする。

図1



(1) 鈴さんの家の地点は，次のように説明できる。 **あ** ， **い** に当てはまる適切な数を，それぞれ書きなさい。

鈴さんの家は，学校から，図書館とは反対の方向に **あ** m の地点にある。
また，鈴さんの家は，桜さんの家から **い** m 離れた地点にある。

(2) 桜さんが，家を出発してから図書館に到着するまでの，x と y の関係を式に表しなさい。また，このときの x の変域も求めなさい。

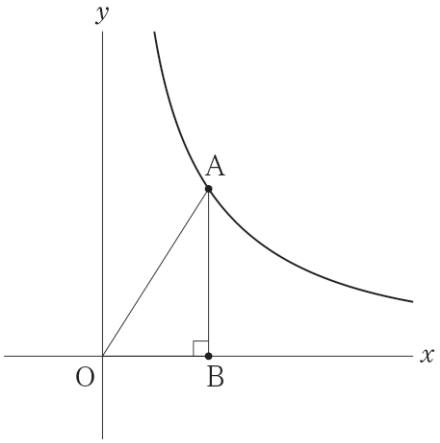
(3) 桜さんが，家を出発してから 5 分後の，桜さんがいる地点と鈴さんがいる地点の間の距離を求めなさい。

(4) ある日，鈴さんはいつもより長く家で過ごし，その後自転車で図書館に向かった。すると，桜さんが図書館に着くときに，鈴さんも同時に図書館に着いた。このとき，鈴さんが帰宅してから何分後に家を出発したか，求めなさい。

問２　反比例の特徴やグラフについて考える。ただし，原点 O から点（1，0）までの距離，および原点 O から点（0，1）までの距離はそれぞれ 1 cm とする。

(1) **図２**は，関数 $y=\frac{12}{x}$ のグラフ上に x 座標が正の数である点 A をとり，点 A を通る x 軸の垂線と x 軸との交点を点 B とし，点 O と点 A を結んだものである。

図２

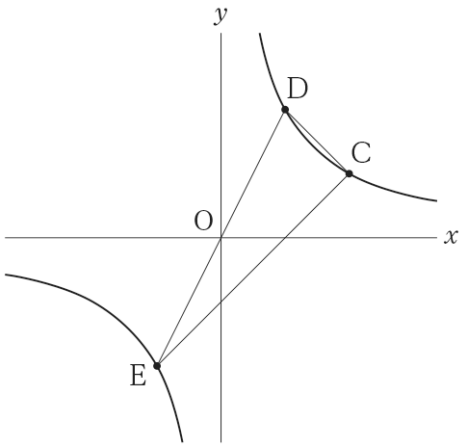


①　関数 $y=\frac{12}{x}$ のグラフ上の点で，x 座標，y 座標がともに自然数である点はいくつあるか求めなさい。

②　△OAB が直角二等辺三角形になるとき，OA の長さを求めなさい。

(2) **図３**は，関数 $y=\frac{8}{x}$ のグラフ上に，点 C の x 座標と点 D の y 座標が等しくなるように点 C，D をとったもので，点 D の x 座標は 2 である。点 E は，直線 OD と双曲線の交点のうち，点 D と異なる点である。

図３



①　△CDE の面積を求めなさい。

②　点 C を通り，△CDE の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

4 図形をかいたり，移動させたりすることができる数学の作図ソフトがある。歩さんと進さんは，次の**手順**で作図ソフトを操作し，図形を観察した。各問いに答えなさい。

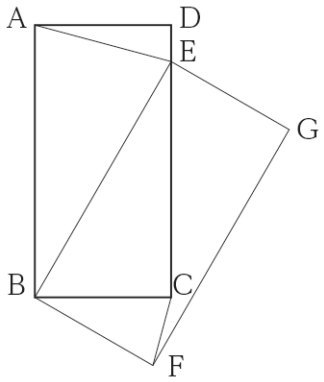
〔**手順**〕

❶ AB＝6 cm，AD＝3 cm の長方形 ABCD をかく。

❷ 長方形 ABCD を，**図１**のように点 B を中心に回転移動させる。

❸ 回転移動後の長方形を，長方形 EBFG とし，点 A と点 E，点 C と点 F をそれぞれ結ぶ。

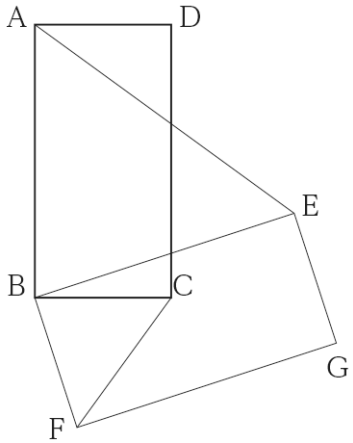
図１



問１ ❷で，時計回りに 30° 回転移動させたとき，∠AEB の大きさを求めなさい。

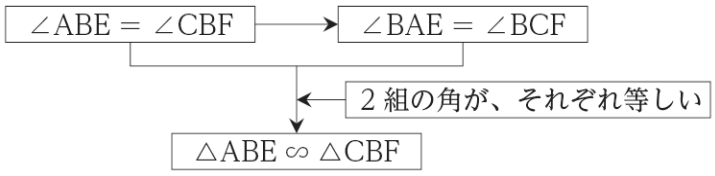
問２ 歩さんは，長方形 ABCD を回転移動させているうちに，△ABE∽△CBF が成り立つと考え，**図２**をもとに次のように証明のすじ道をまとめ，仮定や仮定から導かれることがらを整理した。

図２



〔**歩さんの証明のすじ道**〕

△ABE と△CBF で，



〔**仮定や仮定から導かれることがらの整理**〕

∠ABE と∠CBF について

∠ABE と∠CBF はどちらも 90° －∠ **あ**

よって，∠ABE＝∠CBF

∠BAE と∠BCF について

∠ABE＝∠CBF ……①

また，長方形 ABCD を点 B を中心に回転移動させた図形が長方形 EBFG なので，対応する辺は等しいから，BA＝BE，BC＝BF

よって，△ABE と△CBF は 2 つの辺が等しいので，それぞれ二等辺三角形である。

二等辺三角形の **い** は等しいので，

∠BAE＝∠BEA ……②

∠BCF＝∠BFC ……③

三角形の内角の和が 180° であることと，①，②，③から，

$\frac{1}{2}$(**う** °－∠ABE)＝∠BAE，$\frac{1}{2}$(**う** °－∠CBF)＝∠BCF ……④

①，④より，∠BAE＝∠BCF

(1) **仮定や仮定から導かれることがらの整理**の，［あ］には最も適切な角を記号を用いて，［い］には当てはまる適切な語句を，［う］には当てはまる適切な数を，それぞれ書きなさい。

進さんは，**図２**をもとに次のように，歩さんとは異なる証明の方針を立てた。

〔**進さんの方針**〕
2 組の辺の比とその間の角の大きさに着目する。

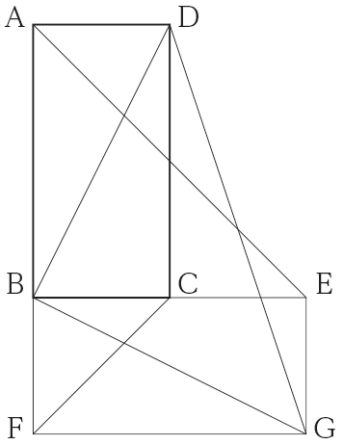
(2) **進さんの方針**にもとづき，△ABE∽△CBF を証明しなさい。ただし，$0^\circ < \angle ABE < 90^\circ$ とする。

歩さんと進さんは，**手順**に次の❹を加え，さらに図形を観察した。

❹ 点 B と点 D，点 B と点 G，点 D と点 G をそれぞれ結ぶ。

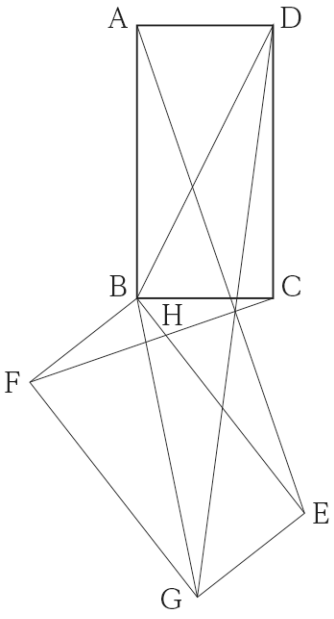
問３ **図３**は，時計回りに 90° 回転移動させたものである。このとき，CF : AE＝1 :［え］，CF : DG＝1 :［お］である。［え］，［お］に当てはまる適切な数を書きなさい。

図３

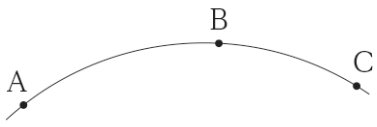


問４ **図４**は，**図３**をさらに回転移動し，線分 CF と BE の交点を H としたものである。EH＝5 cm のとき，△BDG の面積を求めなさい。

図４

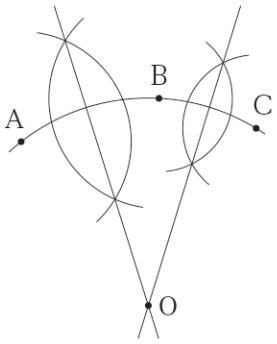


数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-長野-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５	$x=$		
		問６	$x=$		
		問７	$\angle x=$　　°		
		問８			
		問９ (1)			
		問９ (2)	(　　,　　)		
		問 10			
		問 11			

	問題番号		解答				配点	備考
数-24-公-長野-KY-02	2	問1	(1)	①				
				②	i			
					ii			
			(2)	①				
				②				
				③	4月	人		
					7月	人		
		問2	(1)			cm^3		
			(2)			倍		
数-24-公-長野-KY-03	3	問1	(1)	あ				
				い				
			(2)	式	$y=$			
				変域		$\leqq x \leqq$		
			(3)			m		
			(4)			分後		
		問2	(1)	①		個		
				②		cm		
			(2)	①		cm^2		
				②	$y=$			

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-24-公-長野-KY-04	4	問１			°		
		問２	(1)	あ	∠		
				い			
				う	°		
			(2)				
		問３	え				
			お				
		問４			cm^2		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−24−公−長野−ｋ−01	1	問１	8	3	
		問２	$2y$	3	
		問３	エ	3	
		問４	$4\sqrt{15}$	3	
		問５	$(x=)$　-2，5	3	解の順序は問わない。
		問６	$(x=)$　36	3	正しい単位の表記があっても正答とする。
		問７	$(\angle x=)$　44　(°)	3	
		問８	(例)  	3	定規とコンパスを使って，円の中心 O が作図されているものを評価の対象とする。 正答例の場合では， ・線分 AB の垂直二等分線と，線分 BC の垂直二等分線，点 O が作図されているものを正答とする。 ・点 O の位置を表す黒丸（・）の有無は問わない。 ・正答例以外の作図もこれに準ずる。
		問９	(1)　a　b　c	3	
			(2)　(2，12)	3	
		問 10	$\frac{2}{3}$	3	
		問 11	ウ	3	

	問題番号		解答			配点	備考
数-24-公-長野-ネ-02	2	問1	(1)	①	ウ	3	
				② i	イ	2	
				② ii	ア	3	
			(2)	①	(例) 4月に「好き」「どちらかといえば好き」と答えた人数の合計	2	「4月」の語を使い正答例と同等の内容が書かれているものを正答とする。
				②	$58-\frac{40}{100}y$	3	「$58-0.4y$」等も正答とする。
				③ 4月	100 (人)	3	
				③ 7月	110 (人)		
		問2	(1)		36π (cm^3)	3	
			(2)		$\frac{4}{3}$ (倍)	3	「$1\frac{1}{3}$」等も正答とする。
数-24-公-長野-ネ-03	3	問1	(1)	あ	500	2	
				い	900		
			(2)	式	($y=$) $50x-150$	2	「$-150+50x$」等も正答とする。
				変域	11 ($\leqq x \leqq$) 33	1	
			(3)		950 (m)	3	
			(4)		13 (分後)	3	
		問2	(1)	①	6 (個)	3	
				②	$2\sqrt{6}$ (cm)	3	
			(2)	①	12 (cm^2)	3	
				②	($y=$) $\frac{1}{2}x$	3	「$0.5x$」等も正答とする。

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-24-公-長野-木-04	4	問１	75 (°)			3	
		問２	(1)	あ	(∠) CBE	2	「EBC」も正答とする。
				い	(例) 2つの底角	3	いは，「底角」等正答例と同等の内容が書かれているものを正答とする。
				う	180 (°)		
			(2)	(例) △ABE と△CBF で， 長方形の 1 つの角は 90° だから ∠ABE＝90°－∠CBE ∠CBF＝90°－∠CBE よって， ∠ABE＝∠CBF … ① BA＝6 cm，BC＝3 cm だから BA : BC＝2 : 1 BE＝6 cm，BF＝3 cm だから BE : BF＝2 : 1 よって， BA : BC＝BE : BF … ② ①，②より 2 組の辺の比とその間の角が， それぞれ等しいので， △ABE∽△CBF		5	△ABE∽△CBF の証明が完結しているものを評価の対象とする。 正答例の場合では， ・①，②及び△ABE∽△CBF がすべて書かれているものを△ABE∽△CBF の証明が完結しているとする。 ・①，②が書かれていても，①，②に至るまでの理由に不備がある場合は，①，②のそれぞれについて 1 点減点とする。 ・「2 組の辺の比とその間の角が，それぞれ等しい」という条件が書かれていない場合は，1 点減点とする。 ・正答例以外の証明もこれに準ずる。
		問３	え		2	3	
			お		$\sqrt{5}$		
		問４	$\frac{27}{2}$ (cm^2)			3	「13.5」等も正答とする。

数-24-公-長野-KS-01

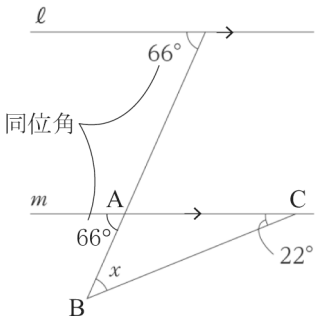
1　【小問集合】

問４　$x+y=(\sqrt{5}+\sqrt{3})+(\sqrt{5}-\sqrt{3})=2\sqrt{5}$，$x-y=(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$ だから，
$x^2-y^2=(x+y)(x-y)=2\sqrt{5}\times2\sqrt{3}=4\sqrt{15}$

問６　比例式 $(132+x):(12+x)=7:2$ を解くと，$x=36$

問７　**図１**のように，3 点 A，B，C を定義する。$\ell /\!/ m$ より，同位角は等しいから，△ABC の外角 A の大きさは，66°である。
よって，△ABC の内角と外角の関係から，$\angle x=66°-22°=44°$

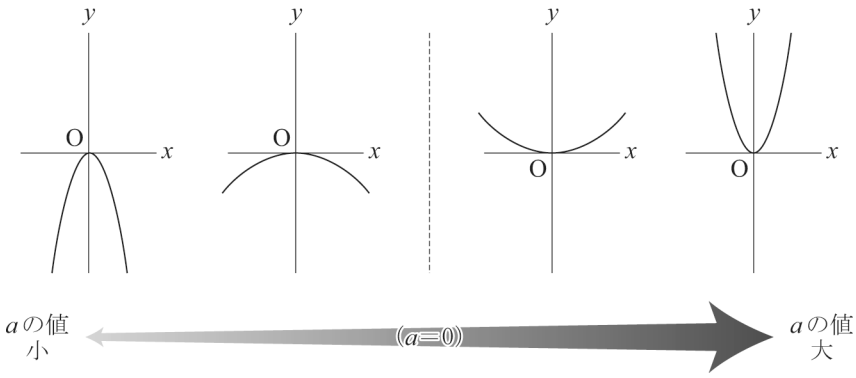
図１



問８　線分 AB，線分 BC のそれぞれについて，垂直二等分線をひくと，3 点 A，B，C のすべてから等しい距離にある点が作図できる。そして，その点は 3 点 A，B，C を通る円の中心である。

問９　(1) 関数 $y=ax^2$ のグラフの開き方は，比例定数 a の値によって**図２**のように変化する。
これは，$y=bx^2$，$y=cx^2$ においても同様なので，グラフの形より，$a>b>c$ である。

図２



(2) 2 点 A，B はともに関数 $y=3x^2$ のグラフ上にあり，y 軸に関して対称だから，AB＝4 より，点 B の x 座標は $4\div2=2$ である。よって，点 B の y 座標は，$y=3\times2^2=12$ だから，B(2，12)

問 10　できる 3 けたの整数は，123，132，213，231，312，321 の 6 通りで，そのうち奇数であるものは，下線をひいた 4 通り。よって，求める確率は，$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ である。

問 11　最大値，最小値と四分位数をまとめると**図３**のようになる。よって，正しい箱ひげ図は，**ウ**である。

図３

〈24，26，26，(26)，28，30，32〉，(34)，〈36，38，40，(42)，44，48，50〉

最小値は，	第１四分位数は，	中央値は，	第３四分位数は，	最大値は，
24kg	26kg	34kg	42kg	50kg

ポイント≫四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用

① 四分位数…(1)第 2 四分位数(中央値)，(2)第 1 四分位数，(3)第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値

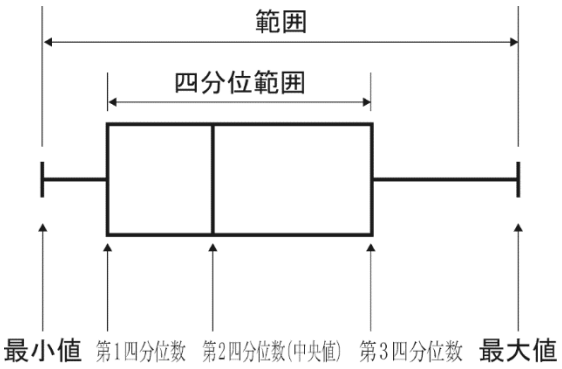
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

② 四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

③ 箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



数-24-公-長野-KS-02

2 【資料の活用，連立方程式の利用，空間図形】

問１ (1) ① **ア** **図２**では，150 分以上の生徒が 40 人弱いることがわかる。一方，**図１**では，120 分以上の生徒が 75 人より多く 100 人より少ないことはわかるが，150 分以上の生徒が何人いるかはわからない。よって，**図１**と**図２**からは読みとることはできない。

イ **図１**と**図２**からは，最小値と最大値を具体的に読み取ることはできない。よって，範囲も**図１**と**図２**からは読みとることはできない。

ウ **図１**で度数が最も多い階級は，60 分以上 120 分未満の階級だから，最頻値はその階級値より，$\frac{60+120}{2}=90$(分) である。**図２**においても同様にして，最頻値は，$\frac{30+60}{2}=45$(分) である。よって，**図１**と**図２**から読みとれる。

エ **図２**のヒストグラムから，0 分以上 60 分未満の生徒数は，全体の過半数に明らかに達していないので，中央値は 30 分以上 60 分未満の階級にはふくまれていない。よって，正しくない。

② ⅰ 「**イ** 度数の合計」が異なるデータを比較するには，相対度数（割合）を用いる。

ⅱ 度数分布多角形（度数折れ線）と，ヒストグラムには，取り立てて違いはないので，**い** はどちらでもよい。2 人が予想したのは「平均読書時間に違いがある」ということなので，平均値をふくむ代表値を調べるのがよい。よって，最も適切な選択肢は**ア**である。

(2) ① 等式 $x+y=220$ の右辺は，4 月に「好き」「どちらかといえば好き」と答えた人数の合計と等しい。

② $\frac{10}{100}x$ は，4 月から 7 月にかけて「好き」と答えた人数が何人増えたかを表している。同様に，4 月から 7 月にかけて「どちらかといえば好き」と答えた人数は，$\frac{40}{100}y$ 人だけ増えたと表される。また，4 月から 7 月にかけて「好き」「どちらかといえば好き」と答えた人数は，$278-220=58$(人) だけ増えているので，等式 $\frac{10}{100}x=58-\frac{40}{100}y$ が成り立つ。

③ 夏さん，冬さんの連立方程式はともに，4 月に「好き」，「どちらかといえば好き」と答えた人数を，それぞれ x 人，y 人として立式している。よって，いずれかの連立方程式を解くと，解はともに

$x=100$，$y=120$ であり，4 月に「好き」と答えた人数は 100 人とわかる。また，7 月に「好き」と答えた人数は，4 月から 10%増加した，$100\times\frac{10}{100}=110$(人) とわかる。

問２　(1) 半円を，線分 PQ を回転の軸として 1 回転させてできる立体は，半径 3cm の球である。

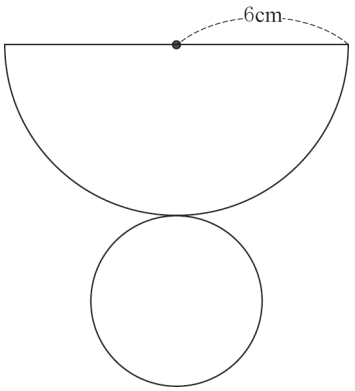
よって，その体積は，$\frac{4}{3}\pi\times3^3=36\pi(\text{cm}^3)$

(2) 半円を，線分 PQ を回転の軸として 1 回転させてできる半径 3cm の球の表面積は，

$4\pi\times3^2=36(\text{cm}^2)$…①

△ABC を，辺 AC を回転の軸として 1 回転させてできる立体は，円錐である。その側面の展開図が半円になったという条件から，展開図は**図６**のようになる。

図６



側面のおうぎ形の弧の長さは，$2\pi\times6\times\frac{1}{2}=6\pi(\text{cm})$ である。

これは底面の円の周の長さと等しいから，底面の円の直径は，

$6\pi\div\pi=6(\text{cm})$ であり，半径は 3cm である。

よって，円錐の表面積は，$\pi\times6^2\times\frac{1}{2}+\pi\times3^2=27\pi(\text{cm}^2)$　…②

したがって，①は②の，$\frac{36\pi}{27\pi}=\frac{4}{3}$(倍) である。

数-24-公-長野-KS-03

3　【関数の利用，関数のグラフと図形】

問１　(1) 桜さん，鈴さんはともに，帰宅してからしばらくは移動していないので，2 人のそれぞれのグラフで，横ばいになっているときの y 座標が，家の位置を表している。

よって，鈴さんの家は $y=-500$ の位置，すなわち，学校から，図書館とは反対の方向に 500 m の地点にある。

また，桜さんの家は $y=400$ の位置，すなわち，学校から，図書館の方向に 400m の地点にあるから，2 人の家は，$400-(-500)=900$(m) だけ離れている。

(2) 桜さんは，歩いて 8 分後に帰宅し，帰宅してから 3 分後に家を出発したから，$x=8+3=11$ のときに，家を出発している。また，桜さんが家から図書館に行くときの速さは分速 50m である。

よって，桜さんが家を出発してから図書館に到着するまでのグラフは，傾きが 50 で，点 (11，400) を通る直線だから，$y=50x+l$ に $x=11$，$y=400$ を代入して，$400=50\times11+l$　　$l=-150$

したがって，$y=50x-150$　…① と表される。

また，桜さんが図書館に到着するのは，$y=1500$ のときだから，$1500=50x-150$ より，$x=33$　…②

よって，x の変域は，$11\leqq x\leqq33$

(3) 桜さんが家を出発してから 5 分後の，桜さんがいる位置は，①に $x=11+5=16$ を代入して，

$y=50\times16-150=650$ である。

鈴さんは，歩いて 10 分後に帰宅し，帰宅してから 5 分後に家を出発したから，$x=10+5=15$ のときに，家を出発している。また，鈴さんが家から図書館に行くときの速さは分速 200m である。

よって，鈴さんが家を出発してから図書館に到着するまでのグラフは，傾きが 200 で，点 (15，−500) を通る直線だから，$y=200x+m$ に $x=15$，$y=-500$ を代入して，$-500=200\times15+m$　　$m=-3500$

したがって，$y=200x-3500$　…③ と表される。

よって，桜さんが家を出発してから 5 分後の，鈴さんがいる位置は，③に $x=16$ を代入して，

$y=200\times16-3500=-300$ である。

したがって，そのときの 2 人のいる地点の間の距離は，$650-(-300)=950$(m)

(4) 鈴さんは，家から図書館までの $1500-(-500)=2000$(m) を，分速 200m で進むのに，

$2000\div200=10$(分) だけかかる。②より，桜さんが図書館に着いたのは，$x=33$ のときであり，鈴さんも同時に図書館に着いたということは，家を出たのはそこから 10 分前の $x=33-10=23$ のときである。鈴さんが帰宅したのは $x=10$ のときだから，帰宅してから，$23-10=13$(分後) に家を出発した

ことがわかる。

問２　(1) ①　$y=\dfrac{12}{x}$より，$xy=12$ だから，x，y がともに自然数であるような値の組は，

$(x,\ y)=(1,\ 12),\ (2,\ 6),\ (3,\ 4),\ (4,\ 3),\ (6,\ 2),\ (12,\ 1)$ の 6 個である。

②　∠OBA＝90°より，△OAB が直角二等辺三角形になるのは，OB＝AB のときである。

OB＝AB＝$t$cm とすると，点 A の座標は A$(t,\ t)$ と表される。点 A は関数 $y=\dfrac{12}{x}$のグラフ上にある

から，$t=\dfrac{12}{t}$より，$t^2=12$　　$t>0$ より，$t=2\sqrt{3}$

よって，$\mathrm{OA}=\sqrt{2}\,\mathrm{OB}=\sqrt{2}\times2\sqrt{3}=2\sqrt{6}$(cm)

(2) ①　点 D は x 座標が 2 で，関数 $y=\dfrac{8}{x}$のグラフ上にあるから，その y 座標は，$y=\dfrac{8}{2}=4$

よって，点 C の x 座標は 4 で，関数 $y=\dfrac{8}{x}$のグラフ上にあるから，その y 座標は，$y=\dfrac{8}{4}=2$

直線 OD は，傾きが $\dfrac{4}{2}=2$ の比例のグラフだから，その式は，$y=2x$

よって，直線 $y=2x$ と，関数 $y=\dfrac{8}{x}$のグラフとの交点は，2 つの式を連立方程式として解くと，

$2x=\dfrac{8}{x}$　　$x^2=4$　　$x=\pm2$　　点 E は点 D と異なる点だから，$x=-2$

このとき，$y=2\times(-2)=-4$ で，点 E の座標は，E$(-2,\ -4)$ である。

ここで，**図１**のように，長方形 EFGH を考えると，　　**図１**

(長方形 EFGH)＝HE×EF＝{4−(−4)}×{4−(−2)}＝8×6＝48(cm^2)

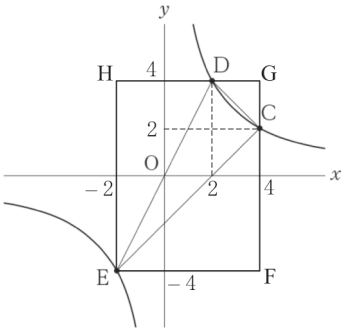
$\triangle\mathrm{HED}=\mathrm{HE}\times\mathrm{HD}\times\dfrac{1}{2}=8\times\{2-(-2)\}\times\dfrac{1}{2}=8\times4\times\dfrac{1}{2}=16(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle\mathrm{CEF}=\mathrm{EF}\times\mathrm{CF}\times\dfrac{1}{2}=6\times\{2-(-4)\}\times\dfrac{1}{2}=6\times6\times\dfrac{1}{2}=18(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle\mathrm{DCG}=\mathrm{DG}\times\mathrm{GC}\times\dfrac{1}{2}=(4-2)\times(4-2)\times\dfrac{1}{2}=2\times2\times\dfrac{1}{2}=2(\mathrm{cm}^2)$

よって，△CDE＝(長方形 EFGH)−△HED−△CEF−△DCG

＝48−16−18−2＝12(cm^2)



②　点 C を通り，△CDE の面積を 2 等分する直線は，辺 DE の中点 M を通る。

その点 M の座標を M$(p,\ q)$ とすると，

(2 点 E，M の x 座標の差)＝(2 点 M，D の x 座標の差)だから，$p-(-2)=2-p$　　$p=0$

(2 点 E，M の y 座標の差)＝(2 点 M，D の y 座標の差)だから，$q-(-4)=4-q$　　$q=0$

よって，点 M は原点 O(0，0)である。

原点と点 C(4，2) を通る直線は，傾きが $\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$の比例のグラフだから，その式は，$y=\dfrac{1}{2}x$

数-24-公-長野-KS-04

4　【平面図形】

問１　線分 AB を，点 B を中心に時計回りに 30°回転移動させると，線分 EB に重なるので，△ABE は AB＝EB，∠ABE＝30°の二等辺三角形だから，∠AEB＝(180°−∠ABE)÷2＝(180°−30°)÷2＝75°

問３　線分 AB を，点 B を中心に時計回りに 90°回転移動させると，線分 EB に重なるので，△ABE は AB＝EB，∠ABE＝90°の直角二等辺三角形だから，$\mathrm{AE}=\sqrt{2}\,\mathrm{AB}=6\sqrt{2}$ (cm)

同様にして，△CBF も直角二等辺三角形だから，$\mathrm{CF}=\sqrt{2}\,\mathrm{BC}=3\sqrt{2}$ (cm)

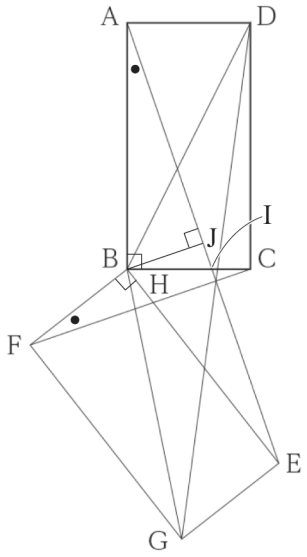
ここで，△ABD で三平方の定理より，$\mathrm{BD}^2=\mathrm{AB}^2+\mathrm{AD}^2=6^2+3^2=45$　　$\mathrm{BD}>0$ より，$\mathrm{BD}=3\sqrt{5}$ (cm)

よって，同様に△DBG も直角二等辺三角形だから，$\mathrm{DG}=\sqrt{2}\,\mathrm{BD}=\sqrt{2}\times3\sqrt{5}=3\sqrt{10}$ (cm)

以上のことから，CF：AE＝$3\sqrt{2}$：$6\sqrt{2}$＝1：2，CF：DG＝$3\sqrt{2}$：$3\sqrt{10}$＝1：$\sqrt{5}$

問４　線分 AE と線分 BC の交点を I とする。

図１



問２より，△ABE と△CBF は相似な二等辺三角形だから，

∠BAI＝∠BFH

また，∠ABI＝∠FBH＝90°だから，△ABI∽△FBH

BH＝EB－EH＝6－5＝1(cm)より，BI：BH＝AB：FB

BI：1＝6：3　　BI＝2(cm)

よって，$\triangle ABI = BI \times AB \times \frac{1}{2} = 2 \times 6 \times \frac{1}{2} = 6\,(\mathrm{cm}^2)$

△ABI で三平方の定理より，$AI^2 = AB^2 + BI^2 = 6^2 + 2^2 = 40$

AI＞0 より，$AI = 2\sqrt{10}\,(\mathrm{cm})$

ここで，頂点 B から線分 AI に垂線 BJ をおろすと，

∠ABI＝∠AJB＝90°，∠BAI＝∠JAB より，

△ABI∽△AJB であり，その相似比は，

AI：AB＝$2\sqrt{10}$：6＝$\sqrt{10}$：3

よって，$\triangle ABI : \triangle AJB = (\sqrt{10})^2 : 3^2 = 10 : 9$ だから，

$\triangle AJB = \frac{9}{10}\triangle ABI = \frac{9}{10} \times 6 = \frac{27}{5}\,(\mathrm{cm}^2)$

二等辺三角形 ABE において，BJ⊥AE より，点 J は線分 AE の中点だから，

$\triangle ABE = 2\triangle ABJ = 2 \times \frac{27}{5} = \frac{54}{5}\,(\mathrm{cm}^2)$

線分 AB，線分 DB を同じ角度だけ回転移動させると，それぞれ線分 EB，線分 GB に重なるから，AB＝EB，DB＝GB より，AB：DB＝EB：GB で，∠ABE＝∠DBG だから，△ABE∽△DBG であり，その相似比は，AB：DB＝6：$3\sqrt{5}$＝2：$\sqrt{5}$ だから，

$\triangle ABE : \triangle DBG = 2^2 : (\sqrt{5})^2 = 4 : 5$ より，$\triangle DBG = \frac{5}{4}\triangle ABE = \frac{5}{4} \times \frac{54}{5} = \frac{27}{2}\,(\mathrm{cm}^2)$