H31　長崎県　公立　数学　問題

※「問題Aと問題B（学校選択）を掲載」

数-19-公-長崎-問-01A

1　**【問題A】**　次の**問1**～**問10**に答えなさい。

問1　$8+(-2)\times 3$ を計算せよ。

問2　$\frac{3}{4}-\frac{1}{3}$ を計算せよ。

問3　$\sqrt{12}-4\sqrt{3}$ を計算せよ。

問4　$x=5$，$y=-1$ のとき，$3(x+y)-(2x-y)$ の値を求めよ。

問5　次の①～④のうち，y が x に反比例するものを1つ選び，その番号を書け。

①　100 L の水を x L 使ったときの残りの水の量 y L

②　半径 x cm の円の面積 y cm^2

③　時速 4 km で x 時間歩いたときの進んだ道のり y km

④　面積 6 cm^2 の三角形の底辺の長さ x cm，高さ y cm

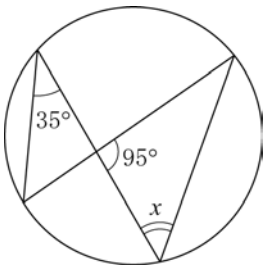
問6　連立方程式 $\begin{cases}3x-y=4\\x-2y=3\end{cases}$ を解け。

問7　x^2+6x+8 を因数分解せよ。

問8　2次方程式 $x^2+5x+2=0$ を解け。

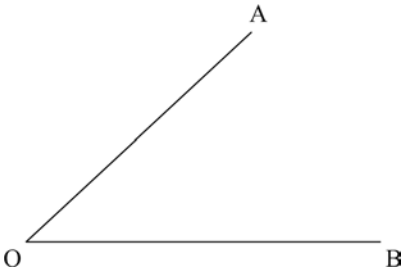
問９　**図１**のような円において，$\angle x$ の大きさを求めよ。

図１



問 10　**図２**において，∠AOB の二等分線を定規とコンパスを用いて解答用紙の**図２**に作図せよ。ただし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

図２



数-19-公-長崎-問-01B

1　**【問題Ｂ】**　次の**問１**～**問８**に答えなさい。

問１　$(\sqrt{2}-\sqrt{6})^2+\dfrac{12}{\sqrt{3}}$ を計算せよ。

問２　$12a^2b^3\div\dfrac{4}{3}ab^2\times(-2b)^2$ を計算せよ。

問３　等式 $S=\dfrac{1}{2}(a+b)h$ を a について解け。

問４　２次方程式 $(x+1)(x+4)=2(5x+1)$ を解け。

問５　$\sqrt{67-2n}$の値が整数になるような自然数 n のうち，最も小さいものを求めよ。

問６　次の①～⑤のうち，y が x に反比例するものを１つ選び，その番号を書け。

① 100 L の水を x L 使ったときの残りの水の量 y L

② 半径 x cm の円の面積 y cm^2

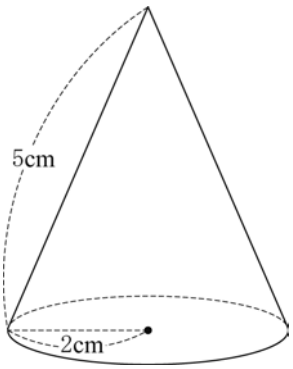
③ 時速 4 km で x 時間歩いたときの進んだ道のり y km

④ 面積 6 cm^2 の三角形の底辺の長さ x cm，高さ y cm

⑤ １辺の長さ x cm の正三角形の周の長さ y cm

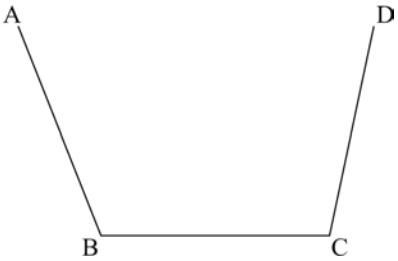
問７　**図１**の円錐（すい）の展開図をかくとき，側面になるおうぎ形の中心角の大きさを求めよ。

図１



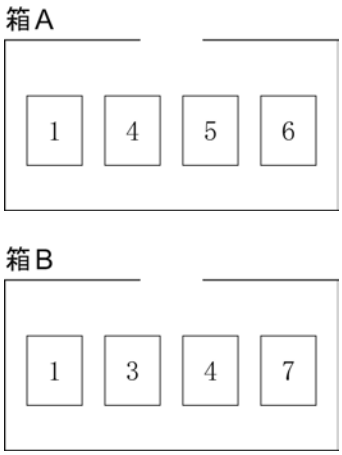
問８　**図２**において，３つの線分 AB，BC，CD のすべてに接する円の中心Ｐを定規とコンパスを用いて解答用紙の**図２**に作図して求め，その位置を点●で示せ。ただし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

図２



2 **【問題A】** 次の問いに答えなさい。

問1 右の図のような**箱A**と**箱B**がある。**箱A**には 1，4，5，6 の数字が 1 つずつ書かれた同じ大きさのカードが 4 枚，**箱B**には 1，3，4，7 の数字が 1 つずつ書かれた同じ大きさのカードが 4 枚入っている。この 2 つの箱の中のカードをそれぞれよくかきまぜて，陽平さんは**箱A**から，明子さんは**箱B**からそれぞれカードを 1 枚ずつ取り出し，取り出したカードに書かれた数が大きいほうを勝ちとし，等しい場合は引き分けとするゲームを行う。このとき，次の**(1)**～**(3)**に答えよ。



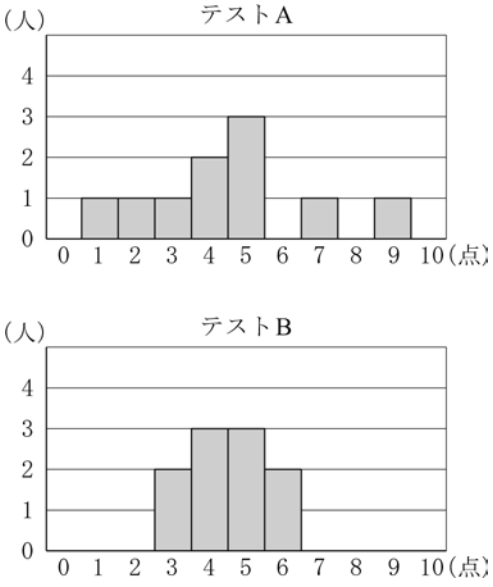
(1) カードの取り出し方は全部で何通りあるか。

(2) 引き分けとなる確率を求めよ。

(3) 陽平さんか明子さんのどちらかが勝つ確率を求めよ。

問2 右の**図**は，10 人の生徒について実施した 10 点満点のテスト A，テスト B の得点の結果をもとにそれぞれ作成したヒストグラムである。このとき，次の**(1)**～**(3)**に答えよ。

図



(1) テスト A の得点の中央値（メジアン）を求めよ。

(2) テスト A の得点について，4 点の生徒の相対度数を求めよ。

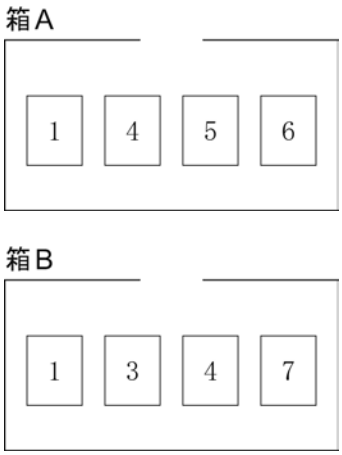
(3) テスト A の得点の平均値を求めると，4.5 点であった。テスト A，テスト B の得点の分布の特徴について，テスト A とテスト B を比較して説明せよ。ただし，説明には次の □ の中の用語をすべて用いること。

平均値　　範囲

問3 空き缶を 4800 個回収したところ，アルミ缶とスチール缶が混在していた。この中から 120 個の空き缶を無作為に抽出したところ，アルミ缶が 75 個ふくまれていた。回収した空き缶のうち，アルミ缶はおよそ何個ふくまれていると考えられるか。ただし，答えだけでなく，答えを求める過程がわかるように，途中の式なども書くこと。

2 **【問題B】** 次の問いに答えなさい。

問1 **箱A**と**箱B**があり，最初，右の図のように，**箱A**には 1，4，5，6 の数字が 1 つずつ書かれたカードが 4 枚，**箱B**には 1，3，4，7 の数字が 1 つずつ書かれたカードが 4 枚入っている。陽平さんと明子さんが次の**ルール**にしたがってゲームを行う。



ルール

・陽平さんは**箱A**のカードをよくかきまぜて 1 枚取り出す。
・明子さんは**箱B**のカードをよくかきまぜて 1 枚取り出す。
・取り出したカードに書かれた数が大きいほうを勝ちとし，等しい場合は引き分けとする。

このとき，次の**(1)**～**(3)**に答えよ。ただし，すべてのカードの大きさや形は同じものとする。

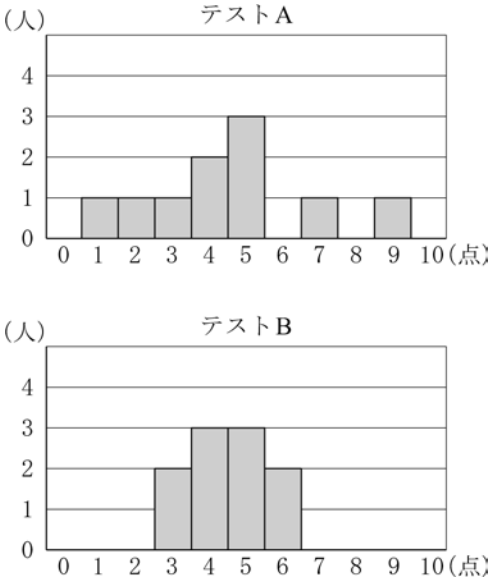
(1) 引き分けとなる確率を求めよ。

(2) 陽平さんか明子さんのどちらかが勝つ確率を求めよ。

(3) **箱A**，**箱B**に入っているカードとは別に，1，2，3，4，5，6，7 の数字が 1 つずつ書かれたカードが 7 枚ある。この 7 枚のカードのうち 1 枚を**箱A**，**箱B**のどちらかに追加し，**ルール**にしたがってゲームを行う。陽平さんが勝つ確率と明子さんが勝つ確率を等しくするためには，どちらの箱にどの数字が書かれたカードを追加すればよいか答えよ。

問2 右の**図**は，10 人の生徒について実施した 10 点満点のテスト A，テスト B の得点の結果をもとにそれぞれ作成したヒストグラムである。このとき，次の**(1)**～**(3)**に答えよ。

図



(1) テスト A の得点の中央値（メジアン）を求めよ。

(2) テスト A の得点について，4 点の生徒の相対度数を求めよ。

(3) テスト A の得点の平均値を求めると，4.5 点であった。テスト A，テスト B の得点の分布の特徴について，テスト A とテスト B を比較して説明せよ。ただし，説明には次の □ の中の用語をすべて用いること。

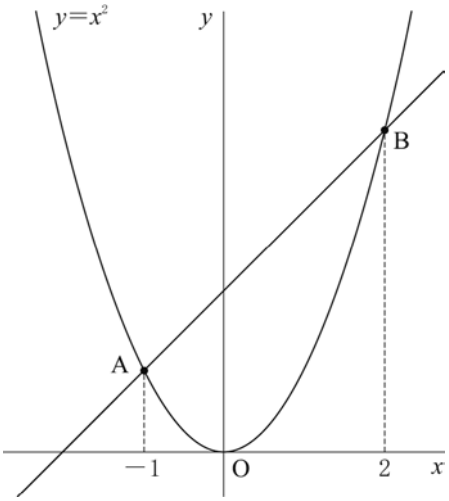
平均値　　範囲

問３　空き缶を 4800 個回収したところ，アルミ缶とスチール缶が混在していた。この中から 120 個の空き缶を無作為に抽出したところ，アルミ缶が 75 個ふくまれていた。回収した空き缶のうち，アルミ缶はおよそ何個ふくまれていると考えられるか。ただし，答えだけでなく，答えを求める過程がわかるように，途中の式なども書くこと。

数-19-公-長崎-問-03A

3　**【問題Ａ】**　**図１**，**図２**のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，2 点 A，B の x 座標はそれぞれ -1，2 である。原点を O として，次の問いに答えなさい。

図１



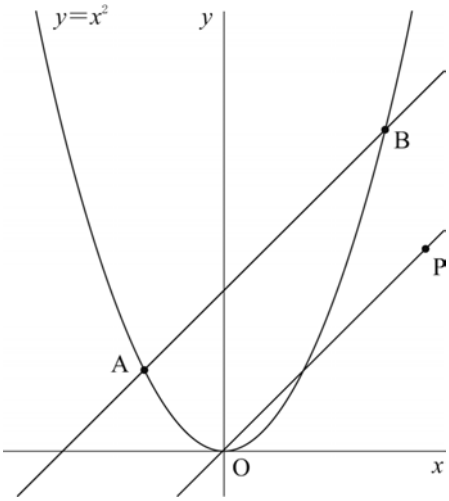
問１　点 B の y 座標を求めよ。

問２　直線 AB の式を求めよ。

問３　△OAB の面積を求めよ。

問４　**図２**のように，原点 O を通り直線 AB に平行な直線上に，x 座標が正である点 P をとる。四角形 OABP の面積が$\frac{11}{2}$のとき，点 P の x 座標を求めよ。

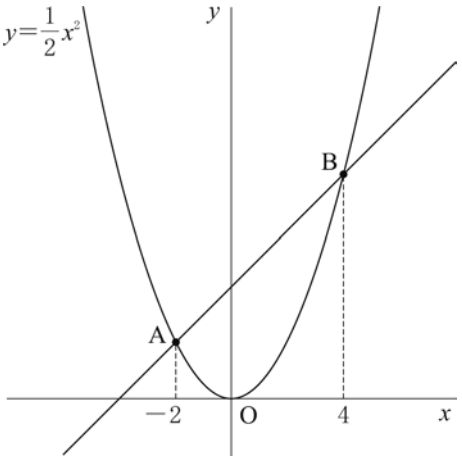
図２



数-19-公-長崎-問-03B

3 **【問題B】** **図1**，**図2**のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に2点A，Bがあり，2点A，Bの x 座標はそれぞれ−2，4である。原点をOとして，次の問いに答えなさい。

図1



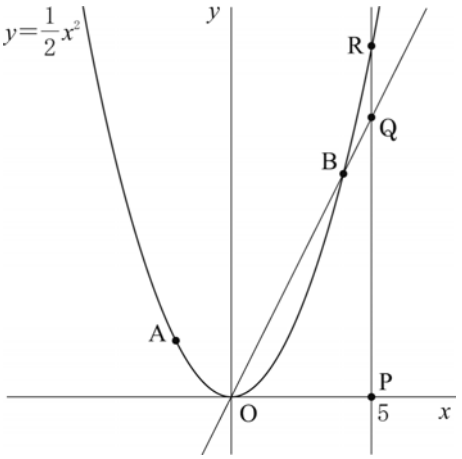
問1　点Aの y 座標を求めよ。

問2　直線ABの式を求めよ。

問3　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 4$ のときの y の変域を求めよ。

問4　x 軸上を動く点Pがある。点Pを通り y 軸に平行な直線と直線OB，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフとの交点をそれぞれ点Q，Rとする。このとき，次の**(1)**，**(2)**に答えよ。

図2



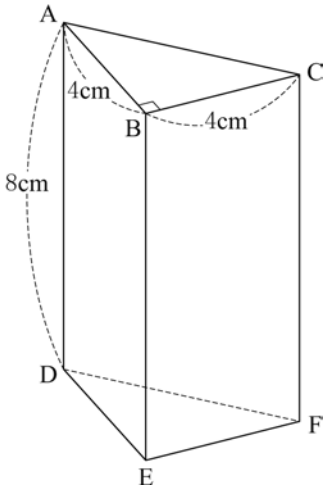
(1) **図2**のように，点Pの x 座標が5であるとき，線分PQと線分QRの長さの比を最も簡単な整数の比で表せ。

(2) 線分PQの長さが線分QRの長さの5倍になるとき，点Pの x 座標をすべて求めよ。ただし，点Pの x 座標は正とする。

数-19-公-長崎-問-04

4 **図1**～**図3**のように，6 つの点 A，B，C，D，E，F を頂点とする三角柱 ABCDEF があり，側面はいずれも底面に垂直で，AB＝BC＝4 cm，AD＝8 cm，∠ABC＝90 ° である。このとき，次の問いに答えなさい。

図1

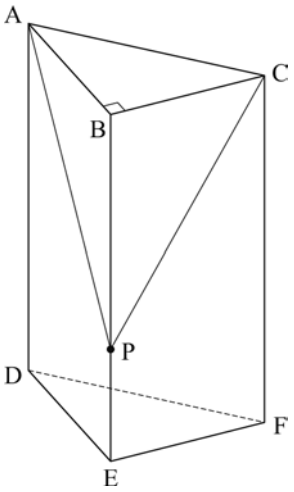


問1　**図1**の三角柱 ABCDEF において，辺 AB とねじれの位置にある辺は全部で何本あるか。

問2　三角柱 ABCDEF の体積は何 cm^3 か。

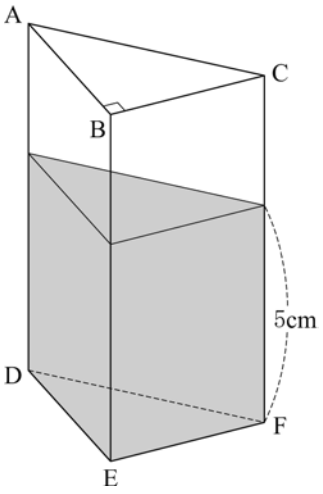
問3　**図2**のように，辺 BE 上に点 P をとる。三角錐(すい)ABCP の体積が三角柱 ABCDEF の体積の$\frac{1}{4}$倍であるとき，線分 BP の長さは何 cm か。

図2



問4　**図1**の三角柱 ABCDEF を透明な容器とする。この容器を**図3**のように，△DEF を底面として水平な台の上に置き，底面から水面までの高さが 5 cm となるように水を入れて容器を密閉した。その後，四角形 ADFC が底面となるように同じ台の上に置き直したとき，底面から水面までの高さは何 cm か。ただし，容器の厚さは考えないものとする。

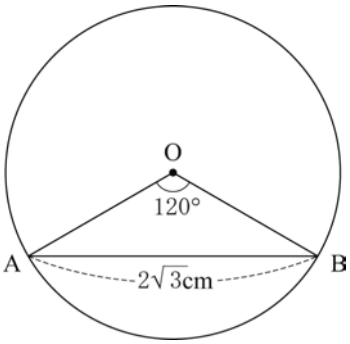
図3



数-19-公-長崎-問-05A

5 **【問題A】** **図1**～**図4**のように，円Oの周上に2点A，Bがあり，AB＝$2\sqrt{3}$cm，∠AOB＝120°である。このとき，次の問いに答えなさい。

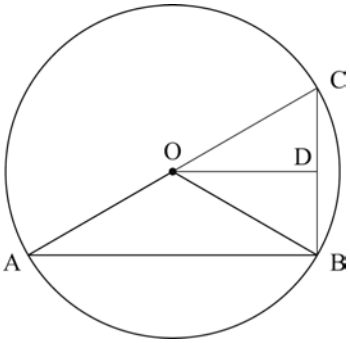
図1



問1　∠OABの大きさは何度か。

問2　**図2**～**図4**のように，線分AOの延長と円Oとの交点をCとする。さらに，点Oを通り線分ABに平行な直線と線分BCとの交点をDとする。このとき，次の**(1)**～**(3)**に答えよ。

図2

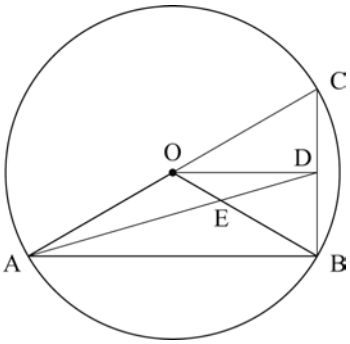


(1) 線分ACの長さは何cmか。

(2) 線分ODの長さは何cmか。

(3) **図3**，**図4**のように，線分ADと線分OBとの交点をEとするとき，次の①，②に答えよ。

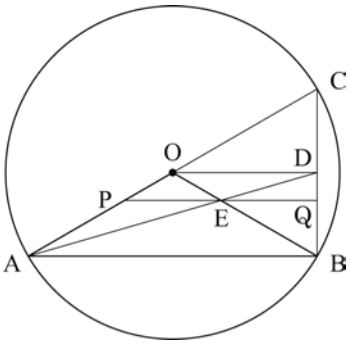
図3



① △ODE∽△BAEであることを証明せよ。

② **図4**のように，点Eを通り線分ABに平行な直線と線分AC，線分BCとの交点をそれぞれP，Qとする。このとき，四角形OPQDの面積は何cm^2か。

図4



5 **【問題B】** **図1**～**図3**のように，円周上に 3 点 A，B，C があり，AB＝AC＝3 cm，BC＝2 cm である。このとき，次の問いに答えなさい。

問1 **図2**のように，点 A から線分 BC にひいた垂線と線分 BC との交点を H とするとき，線分 AH の長さは何 cm か。

問2 **図3**のように，点 B をふくまない弧 AC 上に ∠BAC＝∠CAD となる点 D をとり，線分 AC と線分 BD との交点を E とする。このとき，次の**(1)**～**(4)**に答えよ。

(1) △ABC∽△BEC であることを証明せよ。

(2) △ABE の面積は何 cm^2 か。

(3) ∠AEB と大きさが等しい角を，次の①～④の中から 1 つ選び，その番号を書け。

① ∠ABC
② ∠BCD
③ ∠ADC
④ ∠BAD

(4) 四角形 ABCD の面積は何 cm^2 か。

図1

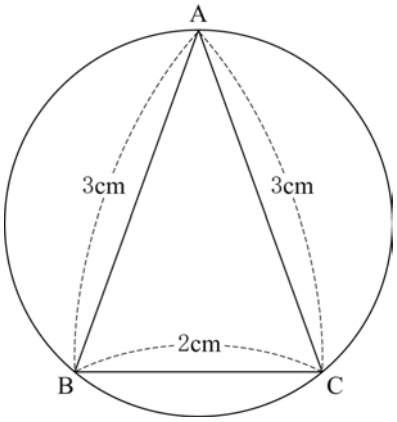


図2

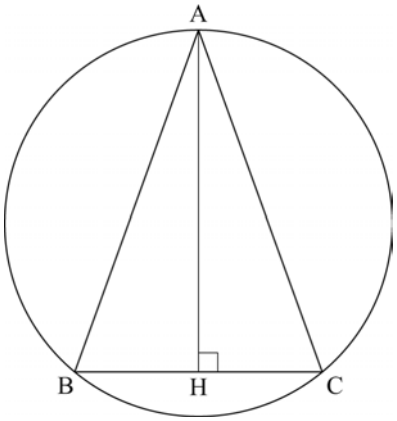
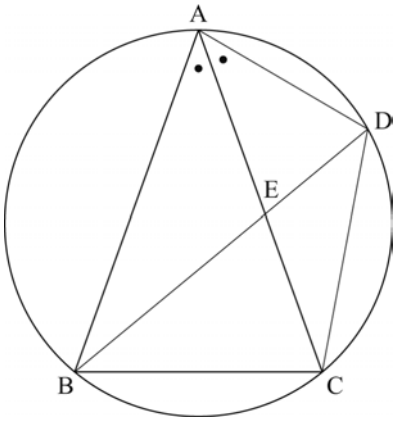


図3



数-19-公-長崎-問-06

6 理香さんと拓也さんは，教科書に出てきた数学者ピタゴラスについて，先生と話をしています。3 人の会話を読んで，あとの問いに答えなさい。

理　香：ピタゴラスは古代ギリシャの数学者で，弟子たちと「数」について多くの議論をしたみたいですね。

先　生：みんなが知っている ①約数や ②無理数についても議論したみたいだよ。

理　香：ピタゴラスに関するもので，等式 $a^2+b^2=c^2$ をみたす自然数の組 $(a,\ b,\ c)$ を「ピタゴラス数」というんだって。例えば，$3^2+4^2=5^2$，$5^2+12^2=13^2$ だから，$(3,\ 4,\ 5)$，$(5,\ 12,\ 13)$ はピタゴラス数になるよ。

先　生：ちなみに，ピタゴラス数 $(a,\ b,\ c)$ では，c が最も大きい数になるよ。

拓　也：おもしろそうだから，他にもあるか探してみようかな。

問1　下線部①に関して，28 の正の約数をすべて書け。

問2　下線部②に関して，次の 3 つの数の大小を，不等号を使って表せ。

$$3\sqrt{3},\quad 2\sqrt{6},\quad \sqrt{26}$$

拓　也：昨日，家で（3，4，5）や（5，12，13）以外のピタゴラス数を自分で探そうとしたのですが，できませんでした。

先　生：そうだったんだね。それでは，$c=10$ として，等式 $a^2+b^2=10^2$ を考えてみよう。

拓　也：あっ，$a=$ **（ア）**，$b=$ **（イ）**，$c=10$ で，（ **（ア）** ， **（イ）** ，10）というピタゴラス数がありますね。

先　生：そうだね，よく見つけたね。

理　香：先生，私は興味深いことを調べてきました。**「3 以上の奇数 a を 2 乗した数を，連続する 2 つの自然数 b，c（ただし，$b<c$ とする。）の和で表すと，自然数の組（a，b，c）は等式 $a^2+b^2=c^2$ をみたす」**ということです。例えば，

> $a=3$ のとき，$3^2=4+5$ と表せるので，$b=4$，$c=5$ とすると，（3，4，5）は，$3^2+4^2=5^2$ となる。
>
> $a=5$ のとき，$5^2=12+13$ と表せるので，$b=12$，$c=13$ とすると，（5，12，13）は，$5^2+12^2=13^2$ となる。
>
> $a=7$ のとき，$7^2=24+25$ と表せるので，$b=24$，$c=25$ とすると，（7，24，25）は，$7^2+24^2=25^2$ となる。

先　生：よく調べてきたね。ちなみに，先生の年齢は 41 歳なんだけど，③41 をふくむピタゴラス数を見つけられるかな。

(数分後)

拓　也：やった，見つかりました。この方法で，ピタゴラス数をたくさん見つけることができますね。

先　生：そうだね。でも，実はこの方法ではすべてのピタゴラス数を見つけることはできないんだよ。

拓　也：そうなんですね，残念。ところで，④ピタゴラス数のうち，連続する 3 つの自然数の組は（3，4，5）の 1 組のような気がするんですけど，その説明はどうしたらいいですか。

理　香：それは，連続する 3 つの自然数のうち最も小さい自然数を n として，等式 $a^2+b^2=c^2$ を使って，n が 3 であることを説明すればいいんじゃないかな。

先　生：そうだね，理香さんの言うとおりだね。

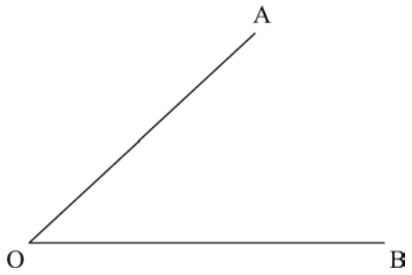
拓　也：じゃあ，やってみます。

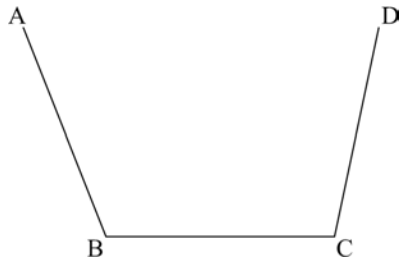
問 3　**（ア）**，**（イ）** にあてはまる自然数を答えよ。ただし，**（ア）** ＜ **（イ）** とする。

問 4　下線部③について，会話中の理香さんが調べてきた方法で見つけることができる 41 をふくむピタゴラス数（a，b，c）をすべて答えよ。ただし，$a<b$ とする。また，答えは（3，4，5）の形で答えよ。

問 5　会話中の理香さんの最後の発言を参考にして，下線部④で示した内容が正しいことを説明せよ。ただし，解答は解答用紙の「連続する 3 つの自然数のうち，最も小さい自然数を n とする。」に続けて完成させよ。

H31　長崎県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-長崎-KV-01A	1 問題A	問1			
		問2			
		問3			
		問4			
		問5			
		問6	$x=$　　，$y=$		
		問7			
		問8	$x=$　　，$x=$		
		問9	$\angle x=$　　°		
		問10	図2  		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-長崎-IV-01B	1 問題B	問1			
		問2			
		問3	$a=$		
		問4	$x=$　　，$x=$		
		問5			
		問6			
		問7	。		
		問8	図2  		

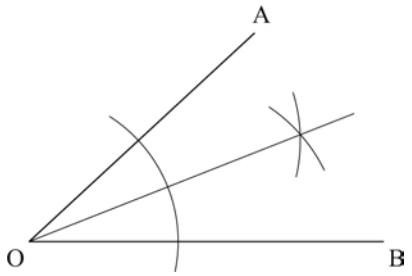
	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-19-公-長崎-K-02A	2 問題 A	問1	(1)	通り		
			(2)			
			(3)			
		問2	(1)	点		
			(2)			
			(3)			
		問3		答　およそ　　個		

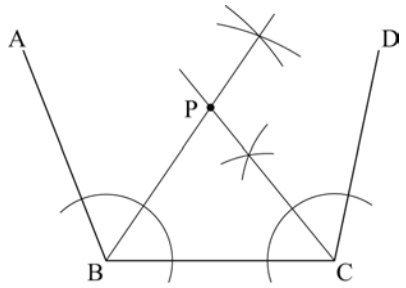
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-長崎-KV-02B	2 問題B	問1	(1)			
			(2)			
			(3)	箱 □ に数字 □ が書かれたカードを追加すればよい。		
		問2	(1)	点		
			(2)			
			(3)			
		問3	答　およそ □ 個			
数-19-公-長崎-KV-03A	3 問題A	問1				
		問2	$y=$			
		問3				
		問4				
数-19-公-長崎-KV-03B	3 問題B	問1				
		問2	$y=$			
		問3	$\leqq y \leqq$			
		問4	(1)	PQ：QR＝　　：		
			(2)			

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-19-公-長崎-KV-04	4	問1	本				
		問2	cm^3				
		問3	cm				
		問4	cm				
数-19-公-長崎-KV-05A	5 問題A	問1	∠OAB＝　　°				
		問2	(1)	cm			
			(2)	cm			
			(3)	①			
				②	cm^2		
数-19-公-長崎-KV-05B	5 問題B	問1	cm				
		問2	(1)				
			(2)	cm^2			
			(3)				
			(4)	cm^2			

	問題番号		解　　答				配点	備　　考
数-19-公-長崎-N-06	6	問1						
		問2						
		問3	(ア)		(イ)			
		問4						
		問5	連続する3つの自然数のうち，最も小さい自然数を n とする。 よって，ピタゴラス数のうち，連続する3つの自然数の組は (3，4，5) の1組である。					

H31　長崎県　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-長崎-K-01A	1 問題A	問1	2	3	
		問2	$\frac{5}{12}$	3	
		問3	$-2\sqrt{3}$	3	
		問4	1	3	
		問5	④	3	
		問6	$x=1,\ y=-1$	3	
		問7	$(x+2)(x+4)$	3	
		問8	$x=\frac{-5-\sqrt{17}}{2},\ x=\frac{-5+\sqrt{17}}{2}$	3	
		問9	$\angle x=50$　〔°〕	3	
		問10	図2  	3	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-長崎-K 01B	1 問題 B	問1	8	3	
		問2	$36ab^3$	3	
		問3	$a=\dfrac{2S}{h}-b$	3	
		問4	$x=\dfrac{5-\sqrt{17}}{2}$，$x=\dfrac{5+\sqrt{17}}{2}$	3	
		問5	9	3	
		問6	④	3	
		問7	144　〔°〕	3	
		問8	図2  	3	

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-19-公-長崎-K 02A	2 問題 A	問1	(1)	16　〔通り〕	2	
			(2)	$\frac{1}{8}$	3	
			(3)	$\frac{7}{8}$	3	
		問2	(1)	4.5　〔点〕	2	
			(2)	0.2	2	
			(3)	テストAとテストBの得点の平均値は同じ値だが，テストAの得点の範囲がテストBの得点の範囲よりも大きい。	3	
		問3		無作為に抽出した 120 個の空き缶にふくまれるアルミ缶の割合は $\frac{75}{120}=\frac{5}{8}$ である。 したがって，回収した 4800 個の空き缶にふくまれるアルミ缶は，およそ $4800\times\frac{5}{8}=3000$ **答**　およそ［3000］個	3	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-長崎-K 02B	2 問題B	問1	(1)	$\frac{1}{8}$	2	
			(2)	$\frac{7}{8}$	3	
			(3)	箱 A に数字 2 が書かれたカードを追加すればよい。	3	
		問2	(1)	4.5　〔点〕	2	
			(2)	0.2	2	
			(3)	テストAとテストBの得点の平均値は同じ値だが，テストAの得点の範囲がテストBの得点の範囲よりも大きい。	3	
		問3	無作為に抽出した 120 個の空き缶にふくまれるアルミ缶の割合は $\frac{75}{120}=\frac{5}{8}$ である。 したがって，回収した 4800 個の空き缶にふくまれるアルミ缶は，およそ $4800\times\frac{5}{8}=3000$ **答**　およそ 3000 個		3	
数-19-公-長崎-K 03A	3 問題A	問1	4		2	
		問2	$y=x+2$		3	
		問3	3		3	
		問4	$\frac{5}{2}$		3	
数-19-公-長崎-K 03B	3 問題B	問1	2		2	
		問2	$y=x+4$		3	
		問3	$0\leqq y\leqq 8$		3	
		問4	(1)	PQ：QR＝4：1	3	
			(2)	$\frac{16}{5}$, $\frac{24}{5}$	4	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-長崎-K-04	4	問1	3　〔本〕	2	
		問2	64　〔cm^3〕	3	
		問3	6　〔cm〕	3	
		問4	$2\sqrt{2}-\sqrt{3}$　〔cm〕	3 4	問題Aでは3点, 問題Bでは4点
数-19-公-長崎-K-05A	5 問題A	問1	∠OAB＝30　〔°〕	3	
		問2 (1)	4　〔cm〕	3	
		問2 (2)	$\sqrt{3}$　〔cm〕	3	
		問2 (3) ①	△ODEと△BAEにおいて, ∠OED＝∠BEA(対頂角) …① ∠ODE＝∠BAE(平行線の錯角) …② ①, ②より, 2組の角がそれぞれ等しいので, △ODE∽△BAE	4	
		問2 (3) ②	$\frac{7\sqrt{3}}{18}$　〔cm^2〕	3	
数-19-公-長崎-K-05B	5 問題B	問1	$2\sqrt{2}$　cm	2	
		問2 (1)	△ABCと△BECにおいて, ∠ACB＝∠BCE(共通) …① $\begin{cases}\angle BAC=\angle CAD\\ \angle CAD=\angle EBC\text{(弧CDに対する円周角)}\end{cases}$ より ∠BAC＝∠EBC …② ①, ②より, 2組の角がそれぞれ等しいので, △ABC∽△BEC	4	
		問2 (2)	$\frac{10\sqrt{2}}{9}$　〔cm^2〕	3	
		問2 (3)	③	3	
		問2 (4)	$\frac{28\sqrt{2}}{9}$　〔cm^2〕	4	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-長崎-K-06	6	問1	1，2，4，7，14，28	2	
		問2	$2\sqrt{6}<\sqrt{26}<3\sqrt{3}$	3	
		問3	(ア) 6　(イ) 8	3	
		問4	(9，40，41)，(41，840，841)	3	
		問5	〈連続する3つの自然数のうち，最も小さい自然数を n とする。〉 連続する3つの自然数は n，$n+1$，$n+2$ と表される。このとき， $n^2+(n+1)^2=(n+2)^2$ …① をみたす。①を解くと， $n^2-2n-3=0$ $(n-3)(n+1)=0$ n は自然数なので，$n=3$ 〈よって，ピタゴラス数のうち，連続する3つの自然数の組は (3，4，5) の1組である。〉	3 4	問題Aでは3点， 問題Bでは4点

数-19-公-長崎-KS-01A

1 **【問題A】**　**問1**　$8+(-2)\times3=8-6=2$

問2　$\frac{3}{4}-\frac{1}{3}=\frac{9}{12}-\frac{4}{12}=\frac{5}{12}$

問3　$\sqrt{12}-4\sqrt{3}=\sqrt{2^2\times3}-4\sqrt{3}=2\sqrt{3}-4\sqrt{3}=-2\sqrt{3}$

問4　$3(x+y)-(2x-y)=3x+3y-2x+y=x+4y$　この式に $x=5$，$y=-1$ を代入して，$5+4\times(-1)=1$

問5　それぞれ y を x の式で表すと，

①…$y=100-x$，②…$y=\pi x^2$，③…$y=4x$，④…$\frac{1}{2}xy=6 \rightarrow y=\frac{12}{x}$　反比例の式は $y=\frac{a}{x}$の形で表されるから，あてはまるのは④

問6　$3x-y=4$…①　$x-2y=3$…②　①×2−②より，$5x=5$　$x=1$

$x=1$ を②に代入して，$1-2y=3$　$y=-1$

問7　和が 6，積が 8 になる 2 数は 2 と 4 だから，$x^2+6x+8=(x+2)(x+4)$

問8　解の公式より，$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times2}}{2\times1}=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$

問9　同じ弧に対する円周角は等しいことと，三角形の内角の和は 180°であることから，

$\angle x+95°+35°=180°$　$\angle x=180°-(95°+35°)=50°$

問10　点 O を中心とする円をかき，OA，OB との交点をそれぞれ P，Q とする。次に 2 点 P，Q を中心とする半径の等しい円をかき，その交点の 1 つを R として半直線 OR をひくと，OR が∠AOB の二等分線になる。

数-19-公-長崎-KS-01B

1 **【問題B】**　**問1**　$(\sqrt{2}-\sqrt{6})^2+\frac{12}{\sqrt{3}}=2-2\sqrt{12}+6+\frac{12\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=8-2\times2\sqrt{3}+\frac{12\sqrt{3}}{3}=8-4\sqrt{3}+4\sqrt{3}=8$

問2　$12a^2b^3\div\frac{4}{3}ab^2\times(-2b)^2=12a^2b^3\times\frac{3}{4ab^2}\times4b^2=\frac{12a^2b^3\times3\times4b^2}{4ab^2}=36ab^3$

問3　$S=\frac{1}{2}(a+b)h$　左辺と右辺を入れ替えて，$\frac{1}{2}(a+b)h=S$　$(a+b)h=2S$　$a+b=\frac{2S}{h}$　$a=\frac{2S}{h}-b$

問4　$(x+1)(x+4)=2(5x+1)$　$x^2+5x+4=10x+2$　$x^2-5x+2=0$

解の公式より，$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times2}}{2\times1}=\frac{5\pm\sqrt{17}}{2}$

問5　$\sqrt{67-2n}$が整数になるのは，$67-2n$ が(整数)^2 の形になるとき。また，n は自然数だから，$67-2n$ の値は 67 より小さい奇数になる。したがって，$67-2n$ の値として条件をみたすのは，

$1(=1^2)$，$9(=3^2)$，$25(=5^2)$，$49(=7^2)$

・$67-2n=1$ のとき $n=33$

・$67-2n=9$ のとき $n=29$

・$67-2n=25$ のとき $n=21$

・$67-2n=49$ のとき $n=9$

よって，あてはまる n の値のうち，最も小さいのは 9

問6　それぞれ y を x の式で表すと，

①…$y=100-x$，②…$y=\pi x^2$，③…$y=4x$，④…$\frac{1}{2}xy=6 \rightarrow y=\frac{12}{x}$　⑤…$y=3x$

反比例の式は $y=\frac{a}{x}$の形で表されるから，あてはまるのは④

問7　展開図で側面になるおうぎ形の弧の長さは，底面の円周の長さに等しい。また，おうぎ形の弧の長さは，中心角の大きさに比例するから，中心角を $x°$とすると，$2\pi\times5\times\frac{x}{360}=2\pi\times2$　$x=144$

問８　円の中心Ｐは，３つの線分 AB，BC，CD から等しい距離にある。角の２辺から等しい距離にある点は，その角の二等分線上にあるから，∠ABC の二等分線と∠BCD の二等分線を作図して，その交点をＰとすればよい。

数-19-公-長崎-KS-02A

2　**【問題Ａ】　問１　(1)** 陽平さん,明子さんが取り出したカードに書かれた数字がそれぞれ a, b のとき，$(a,\ b)$のように表すと，カードの取り出し方は，全部で，(1，1)，(1，3)，(1，4)，(1，7)，(4，1)，(4，3)，(4，4)，(4，7)，(5，1)，(5，3)，(5，4)，(5，7)，(6，1)，(6，3)，(6，4)，(6，7)の 16 通りある。

(2) 引き分けとなる取り出し方は，(1，1)，(4，4)の２通り。よって，確率は，$\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$

(3) どちらかが勝つ確率とは，引き分けにならない確率のことだから，$1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

問２　**(1)** 10 人の得点の中央値は，得点を小さい順に並べたときの５番目と６番目の値の平均値になる。１点，２点，３点の生徒が各１人，４点の生徒が２人だから，小さいほうから５番目の得点は４点で，５点の生徒が３人いるから，小さいほうから６番目の得点は５点。よって，中央値は，$\frac{4+5}{2}=4.5$(点)

(2) ４点の生徒は２人だから，相対度数は，$\frac{2}{10}=0.2$

(3) テスト B の平均値は，$\frac{3\times2+4\times3+5\times3+6\times2}{10}=4.5$(点)で，テスト A と同じである。

また，テスト A は，最高点が９点，最低点が１点だから，範囲は 9－1＝8(点)　テスト B は，最高点が６点，最低点が３点だから，範囲は 6－3＝3(点)　よって，テスト A とテスト B を比べると，A の得点は散らばっているが，B は平均値に近い値に集まっている。

問３　回収した空き缶にふくまれているアルミ缶の個数を x 個とする。母集団と標本で，空き缶にふくまれるアルミ缶の割合は等しいと考えられるので，x：4800＝75：120　$120x=4800\times75$　$x=3000$
よって，およそ 3000 個。

数-19-公-長崎-KS-02B

2　**【問題Ｂ】　問１　(1)** 陽平さん,明子さんが取り出したカードに書かれた数字がそれぞれ a, b のとき，$(a,\ b)$のように表すと，カードの取り出し方は，全部で，<u>(1，1)</u>，(1，3)，(1，4)，(1，7)，(4，1)，(4，3)，<u>(4，4)</u>，(4，7)，(5，1)，(5，3)，(5，4)，(5，7)，(6，1)，(6，3)，(6，4)，(6，7)の 16 通りある。このうち，引き分けとなる取り出し方は，下線をつけた２通り。よって，確率は，$\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$

(2) どちらかが勝つ確率とは，引き分けにならない確率のことだから，$1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

(3) ７枚のカードのうち１枚を追加する前の状態で，陽平さんが勝つ取り出し方は，(4，1)，(4，3)，(5，1)，(5，3)，(5，4)，(6，1)，(6，3)，(6，4)の８通り。明子さんが勝つ取り出し方は，(1，3)，(1，4)，(1，7)，(4，7)，(5，7)，(6，7)の６通り。２人が勝つ確率を等しくするには，カード１枚を追加することによって増える取り出し方のうち，明子さんが勝つ取り出し方が，陽平さんが勝つ取り出し方より２通り多くなるようにする必要がある。実際にカードを１枚追加した場合，増える取り出し方は４通り。したがって,そのうちの１通りは A が大きく,３通りは B が大きくなるようにすると，陽平さんが勝つ取り出し方が 8＋1＝9(通り)，明子さんが勝つ取り出し方が 6＋3＝9(通り)となって，２人が勝つ確率が等しくなる。
ここで，追加するカードに書かれた数を x とする。
箱 A に追加する場合，増える取り出し方は$(x,\ 1)$，$(x,\ 3)$，$(x,\ 4)$，$(x,\ 7)$だから，x が１より大きく３より小さいとき条件をみたす。よって，$x=2$
箱 B に追加する場合，増える取り出し方は$(1,\ x)$，$(4,\ x)$，$(5,\ x)$，$(6,\ x)$だから，x が５より大きく６より小さいとき条件をみたす。これにあてはまる整数 x は存在しない。
したがって，箱 A に数字２が書かれたカードを追加すればよい。

問2 **(1)** 10 人の得点の中央値は，得点を小さい順に並べたときの 5 番目と 6 番目の値の平均値になる。1 点，2 点，3 点の生徒が各 1 人，4 点の生徒が 2 人だから，小さいほうから 5 番目の得点は 4 点で，5 点の生徒が 3 人いるから，小さいほうから 6 番目の得点は 5 点。よって，中央値は，$\frac{4+5}{2}=4.5$(点)

(2) 4 点の生徒は 2 人だから，相対度数は，$\frac{2}{10}=0.2$

(3) テスト B の平均値は，$\frac{3\times2+4\times3+5\times3+6\times2}{10}=4.5$(点)で，テスト A と同じである。

また，テスト A は，最高点が 9 点，最低点が 1 点だから，範囲は 9−1＝8(点)　テスト B は，最高点が 6 点，最低点が 3 点だから，範囲は 6−3＝3(点)　よって，テスト A とテスト B を比べると，A の得点は散らばっているが，B は平均値に近い値に集まっている。

問3 回収した空き缶にふくまれているアルミ缶の個数を x 個とする。母集団と標本で，空き缶にふくまれるアルミ缶の割合は等しいと考えられるので，$x:4800=75:120$　$120x=4800\times75$　$x=3000$
よって，およそ 3000 個。

数-19-公-長崎-KS-03A

3 **【問題A】** **問1** $y=x^2$ に $x=2$ を代入して，$y=2^2=4$

問2 点 A の y 座標は，$y=(-1)^2=1$　よって，A(−1，1)　また，**問1** より，B(2，4)

直線 AB の傾きは，$\frac{4-1}{2-(-1)}=1$　したがって，直線 AB の式は $y=x+b$ とおける。

A(−1，1)を通るから，$x=-1$，$y=1$ を代入して，$1=-1+b$　$b=2$　よって，$y=x+2$

問3 直線 AB と y 軸の交点を C とすると，C(0，2)

また，△OAB の面積は，△OAC と△OBC の面積の和に等しい。△OAC，△OBC の底辺を OC とすると，高さはそれぞれ点 A，点 B の x 座標の絶対値だから，1 と 2

よって，$\triangle OAB=\triangle OAC+\triangle OBC=\frac{1}{2}\times2\times1+\frac{1}{2}\times2\times2=3$

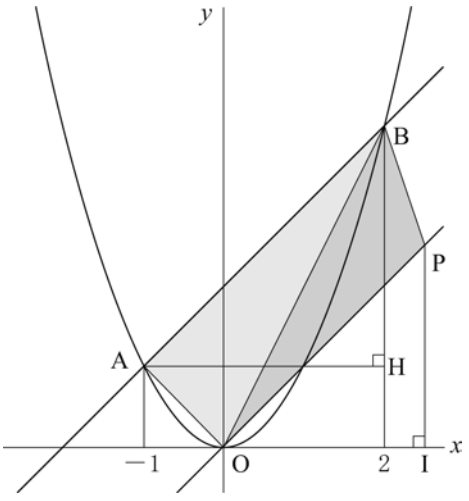
問4 四角形 OABP＝△OAB＋△OBP

問3 より△OAB＝3 だから，四角形 OABP の面積が$\frac{11}{2}$のとき，$\triangle OBP=\frac{11}{2}-3=\frac{5}{2}$

△OAB と△OBP は，それぞれ AB，OP を底辺としたとき，AB//OP より高さが等しいから，面積の比は AB と OP の長さの比になる。よって，$AB:OP=3:\frac{5}{2}$

ここで，右の図のように，点 B から x 軸にひいた垂線に，点 A から垂線 AH をひいて△ABH をつくる。また，点 P から x 軸に垂線 PI をひいて△OPI をつくる。
△ABH と△OPI で，∠AHB＝∠OIP＝90°
2 直線 AB，OP は傾きが等しいから，∠BAH＝∠POI
2 組の角がそれぞれ等しいから，△ABH∽△OPI
よって，AB：OP＝AH：OI が成り立つから，
$AH:OI=3:\frac{5}{2}$

AH＝2−(−1)＝3 だから，$OI=\frac{5}{2}$　したがって，点 P の x 座標は$\frac{5}{2}$



数-19-公-長崎-KS-03B

3 **【問題B】** **問1** $y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=-2$ を代入して，$y=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2$

問2　点 B の y 座標は，$y=\frac{1}{2}\times 4^2=8$　よって，B(4，8)　また，**問1** より，A(−2，2)

直線 AB の傾きは，$\frac{8-2}{4-(-2)}=1$　したがって，直線 AB の式は $y=x+b$ とおける。

A(−2，2)を通るから，$x=-2$，$y=2$ を代入して，$2=-2+b$　$b=4$　よって，$y=x+4$

問3　y の値は，$x=0$ のとき最小値 0 をとる。また，$x=4$ のとき最大値 8 をとる。

よって，y の変域は，$0\leqq y\leqq 8$

問4　**(1)** 直線 OB の式を $y=ax$ とする。B(4，8)を通るから，$x=4$，$y=8$ を代入して，$8=a\times 4$　$a=2$

よって，$y=2x$　点 Q の y 座標は，$y=2x$ に $x=5$ を代入して，$y=2\times 5=10$

また，点 R の y 座標は，$y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=5$ を代入して，$y=\frac{1}{2}\times 5^2=\frac{25}{2}$

P(5，0)，Q(5，10)，$R\left(5,\ \frac{25}{2}\right)$より，$PQ:QR=10:\left(\frac{25}{2}-10\right)=10:\frac{5}{2}=20:5=4:1$

(2) 点 P の x 座標を t とすると，P(t，0)，Q(t，$2t$)，$R\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$　よって，$PQ=2t$

また，B(4，8)は $y=\frac{1}{2}x^2$ と直線 OB の交点だから，$0<t<4$ のとき点 Q の y 座標は点 R の y 座標より大きく，$t>4$ のとき点 R の y 座標は点 Q の y 座標より大きい。よって，$0<t<4$ のときと $t>4$ のときに分けて，$PQ=5QR$ となる t の値を求めればよい。

・$0<t<4$ のとき $QR=2t-\frac{1}{2}t^2$ だから，$2t=5\left(2t-\frac{1}{2}t^2\right)$　これを整理すると，$5t^2-16t=0$

$t(5t-16)=0$　$t=0$，$\frac{16}{5}$　$0<t<4$ だから，$t=0$ は条件にあわない。$t=\frac{16}{5}$は条件にあう。

・$t>4$ のとき $QR=\frac{1}{2}t^2-2t$ だから，$2t=5\left(\frac{1}{2}t^2-2t\right)$　これを整理すると，$5t^2-24t=0$

$t(5t-24)=0$　$t=0$，$\frac{24}{5}$　$t>4$ だから，$t=0$ は条件にあわない。$t=\frac{24}{5}$は条件にあう。

数-19-公-長崎-KS-04

4　**問1**　辺 AB と交わらず，平行でもない辺の本数を数える。AB と交わる辺は，AC，BC，AD，BE の 4 本。AB と平行な辺は DE の 1 本。残った CF，DF，EF の 3 本が，AB とねじれの位置にある。

問2　底面が直角二等辺三角形 ABC だから，底面積は，$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 4=8(\text{cm}^2)$

高さは 8cm だから，体積は，$8\times 8=64(\text{cm}^3)$

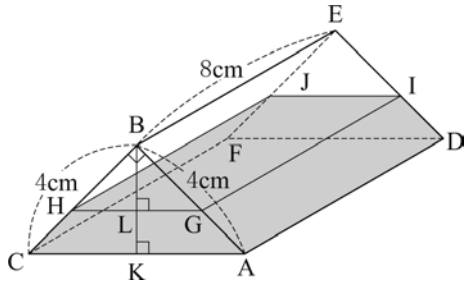
問3　三角錐 ABCP の底面を△ABC とすると，高さは BP になる。

BP＝$x$cm として，三角錐 ABCP の体積に着目すると，$\frac{1}{3}\times 8\times x=64\times\frac{1}{4}$　$x=6$

問4　入れた水の体積は，$8\times 5=40(\text{cm}^3)$

問2 より，容器の容積は 64cm^3 だから，水が入っていない部分の体積は，$64-40=24(\text{cm}^3)$

右の図のように，四角形 ADFC が底面となるように置いたとき，水面の長方形 GIJH，長方形 GIEB，長方形 BEJH を側面とする三角柱 GBHIEJ を考えると，その体積は 24cm^3 だから，底面の△BHG の面積は，$24\div 8=3(\text{cm}^2)$



△BHG は直角二等辺三角形だから，BH＝$y$cm とすると，$\frac{1}{2}y^2=3$　$y^2=6$　$y>0$ だから，$y=\sqrt{6}$

よって，BH$=\sqrt{6}$cm

点 B から辺 AC に垂線 BK をひいて，BK と GH の交点を L とすると，△BCK，△BHL はそれぞれ直角二等辺三角形だから，BK：BC＝BL：BH＝$1:\sqrt{2}$

よって，$BK=\frac{1}{\sqrt{2}}BC=\frac{1}{\sqrt{2}}\times 4=2\sqrt{2}(\text{cm})$，$BL=\frac{1}{\sqrt{2}}BH=\frac{1}{\sqrt{2}}\times\sqrt{6}=\sqrt{3}(\text{cm})$

底面から水面までの高さは，線分 LK の長さで表されるから，$LK=BK-BL=2\sqrt{2}-\sqrt{3}(\text{cm})$

数-19-公-長崎-KS-05A

5 **【問題A】** **問1** OA，OB は半径だから，△OAB は OA＝OB の二等辺三角形である。
よって，∠OAB＝(180°－120°)÷2＝30°

問2 **(1)** 線分 AC は円 O の直径になるから，∠ABC＝90° **問1** より∠OAB＝30°だから，△ABC は 30°と 60°の角をもつ直角三角形で，AC：AB＝2：$\sqrt{3}$　AC＝$\frac{2}{\sqrt{3}}$AB＝$\frac{2}{\sqrt{3}}\times 2\sqrt{3}=4$(cm)

(2) △CAB で，OD//AB より，OD：AB＝CO：CA＝1：2　OD＝$\frac{1}{2}$AB＝$\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}=\sqrt{3}$(cm)

(3) ①　△ODE と△BAE で，対頂角は等しいから，∠OED＝∠BEA…①
また，OD//AB で，平行線の錯角は等しいから，∠ODE＝∠BAE…②，∠DOE＝∠ABE…③
①，②，③のうち，いずれか 2 つを使って，2 組の角がそれぞれ等しいことを示せばよい。
②　**(1)**より，∠ABC＝90°で，OD，PQ は AB に平行だから，四角形 OPQD は∠ODQ＝∠PQD＝90°の台形になる。**(2)**より，OD＝$\sqrt{3}$cm
また，①より，△ODE∽△BAE だから，OE：BE＝DE：AE＝OD：BA＝1：2
したがって，△OAB で，PE：AB＝OE：OB＝1：(1＋2)＝1：3　PE＝$\frac{1}{3}$AB＝$\frac{1}{3}\times 2\sqrt{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$(cm)
同様に，△DAB で，EQ：AB＝DE：DA＝1：(1＋2)＝1：3　EQ＝$\frac{1}{3}$AB＝$\frac{1}{3}\times 2\sqrt{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$(cm)
さらに，DQ：DB＝DE：DA＝1：3　DQ＝$\frac{1}{3}$DB　ここで，CD：DB＝CO：OA＝1：1 より，
DB＝$\frac{1}{2}$CB＝$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$AC＝$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 4=1$(cm)　よって，DQ＝$\frac{1}{3}\times 1=\frac{1}{3}$(cm)
四角形 OPQD＝$\frac{1}{2}\times$(OD＋PQ)×DQ＝$\frac{1}{2}\times$(OD＋PE＋EQ)×DQ＝$\frac{1}{2}\times\left(\sqrt{3}+\frac{2\sqrt{3}}{3}+\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)\times\frac{1}{3}$
＝$\frac{7\sqrt{3}}{18}$(cm²)

数-19-公-長崎-KS-05B

5 **【問題B】** **問1** △ABH と△ACH で，∠AHB＝∠AHC＝90°，AB＝AC，AH＝AH(共通)　直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいから，△ABH≡△ACH　よって，BH＝CH＝1cm
△ABH で，三平方の定理より，AH²＝AB²－BH²＝3²－1²＝8　AH＞0 だから，AH＝$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$(cm)

問2 **(1)** 同じ弧に対する円周角は等しいことなどを利用して，2 組の角がそれぞれ等しいことを示す。

(2) **(1)**より，△ABC∽△BEC で，相似比は，AC：BC＝3：2　よって，面積の比は 3²：2²＝9：4
△ABC の面積は，$\frac{1}{2}\times$BC×AH＝$\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{2}=2\sqrt{2}$(cm²)
よって，△BEC＝$\frac{4}{9}$△ABC＝$\frac{4}{9}\times 2\sqrt{2}=\frac{8\sqrt{2}}{9}$(cm²)
△ABE＝△ABC－△BEC＝$2\sqrt{2}-\frac{8\sqrt{2}}{9}=\frac{10\sqrt{2}}{9}$(cm²)

(3) △AED の内角と外角の性質より，∠AEB＝∠EAD＋∠ADE
仮定より，∠EAD＝∠BAC　また，$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$に対する円周角だから，∠BAC＝∠BDC
よって，∠EAD＋∠ADE＝∠BDC＋∠ADE＝∠ADC
したがって，∠AEB と大きさの等しい角は③の∠ADC

(4) △ABE と△ACD で，AB＝AC，∠BAE＝∠CAD，$\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$に対する円周角だから，∠ABE＝∠ACD
1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，△ABE≡△ACD
よって，**(2)**より，△ACD＝$\frac{10\sqrt{2}}{9}$(cm²)
四角形 ABCD＝△ABC＋△ACD＝$2\sqrt{2}+\frac{10\sqrt{2}}{9}=\frac{28\sqrt{2}}{9}$(cm²)

数-19-公-長崎-KS-06

6 **問1** 28 をわり切ることのできる整数をさがすと，1，2，4，7，14，28 の 6 つある。

問2　$3\sqrt{3}=\sqrt{3^2\times 3}=\sqrt{27}$，$2\sqrt{6}=\sqrt{2^2\times 6}=\sqrt{24}$で，$24<26<27$ だから，$\sqrt{24}<\sqrt{26}<\sqrt{27}$
したがって，$2\sqrt{6}<\sqrt{26}<3\sqrt{3}$

問3　$a^2+b^2=10^2$ より，$b^2=100-a^2$　$100-a^2$ に $a=1$，2，…と代入して，計算した値が自然数の 2 乗になるものをさがすと，$a=6$ のとき，$100-6^2=64=8^2$　よって，(**ア**)は 6，(**イ**)は 8

問4　$a=41$ のとき，$41^2=1681$　$1681\div 2=840$ 余り 1 より，$41^2=840+841$ と表せる。$b=840$，$c=841$ とすると，$41^2+840^2=841^2$ が成り立つから，ピタゴラス数は(41，840，841)
$b=41$ のとき，$c=41+1=42$　$b+c=41+42=83$　83 は自然数の 2 乗ではないので，これは条件にあわない。
$c=41$ のとき，$b=41-1=40$　$b+c=40+41=81=9^2$ より，$a=9$　$9^2+40^2=41^2$ が成り立つから，ピタゴラス数は(9，40，41)

問5　連続する自然数は 1 ずつ大きくなるから，最も小さい自然数を n とすると，3 つの自然数は，小さい順に n，$n+1$，$n+2$ と表される。