Ｒ４　長崎県　公立　数学　問題

数-22-公-長崎-問-01

1　次の**問１**～**問 10** に答えなさい。

問１　$5-3\times(-2)^2$ を計算せよ。

問２　$(\sqrt{3}+1)^2-\dfrac{6}{\sqrt{3}}$ を計算せよ。

問３　2 次方程式 $2x(x-1)-3=x^2$ を解け。

問４　a cm の紙テープから b cm の紙テープを 5 本切り取ると，3 cm 残った。この数量の間の関係を等式で表せ。

問５　y は x に反比例し，$x=2$ のとき，$y=6$ である。このとき，y を x の式で表せ。

問６　次の①～④について，**正しくないもの**を 1 つ選び，その番号を書け。

①　$\sqrt{(-2)^2}=2$ である。

②　9 の平方根は ±3 である。

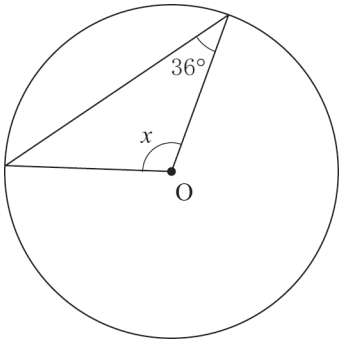
③　$\sqrt{16}=\pm4$ である。

④　$(\sqrt{5})^2=5$ である。

問７　当たりくじとはずれくじが合わせて 1000 本入っている箱がある。この箱の中から 50 本のくじを無作為に抽出すると，当たりくじが 4 本であった。はじめにこの箱の中に入っていた当たりくじの本数はおよそ何本と考えられるか。

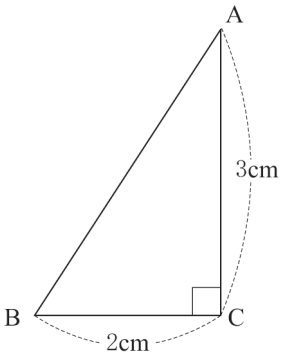
問８　**図１**のような円 O において，$\angle x$ の大きさを求めよ。

図１



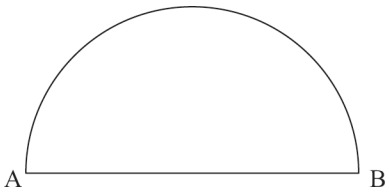
問９　**図２**のような直角三角形 ABC を，辺 AC を軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か。ただし，円周率は π とする。

図２



問 10　**図３**のような線分 AB を直径とする半円がある。この半円の $\overset{\frown}{AB}$ 上に，$\overset{\frown}{AP} : \overset{\frown}{PB} = 1 : 3$ となるような点 P を定規とコンパスを用いて解答用紙の**図３**に作図して求め，その位置を点●で示せ。ただし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

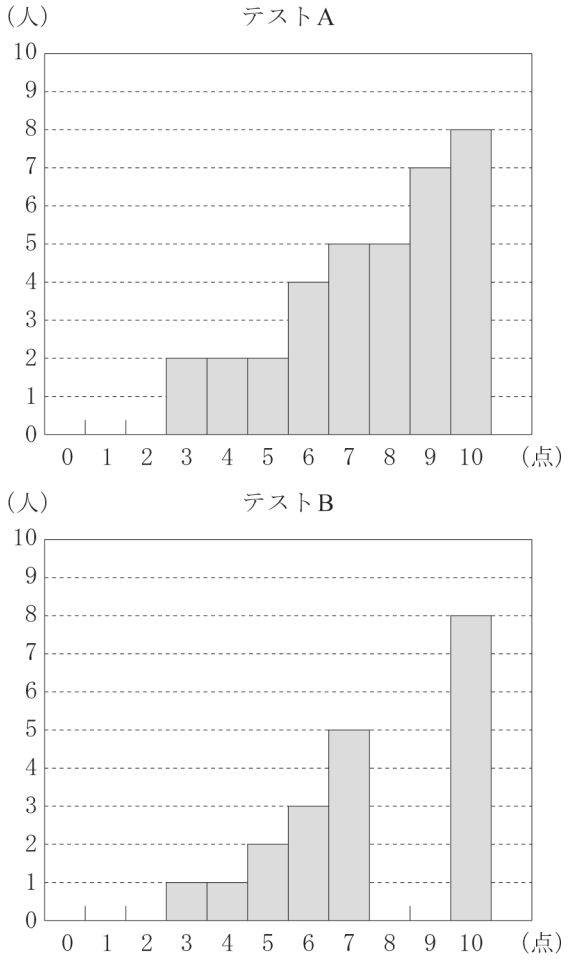
図３



2 次の問いに答えなさい。

問1 右の**図**は，35 人の生徒について実施した 10 点満点のテスト A，テスト B の得点の結果をもとにそれぞれ作成したヒストグラムである。ただし，テスト B のヒストグラムにおいて，8 点，9 点をとった人数は，かき入れていない。また，テスト B の得点が 2 点以下の生徒はいなかった。このとき，次の(1)，(2)に答えよ。

図



(1) テスト A の得点の平均値は 7.6 点であった。このとき，テスト A の得点の平均値，中央値（メジアン），最頻値（モード）の大小関係は次の不等式のようになる。

（ア） ＜ （イ） ＜ （ウ）

（ア） ～ （ウ） にあてはまる語の組み合わせとして，正しいものを次の①～⑥の中から 1 つ選び，その番号を書け。

	（ア）	（イ）	（ウ）
①	平均値	中央値	最頻値
②	平均値	最頻値	中央値
③	中央値	平均値	最頻値
④	中央値	最頻値	平均値
⑤	最頻値	平均値	中央値
⑥	最頻値	中央値	平均値

(2) テスト B の得点の平均値が 8 点であるとき，テスト B で 8 点をとった人数は何人か。ただし，平均値は正確な値であり，四捨五入などはされていないものとする。

問２　先生と令子さんは，「2 枚の硬貨を同時に 1 回投げるとき，2 枚とも表になる確率を求めよ。」という問題について話をしている。2 人の［**会話**］を読んで，あとの(1)～(3)に答えよ。ただし，使用する硬貨は，表と裏のどちらかが出るものとし，どちらが出ることも同様に確からしいものとする。

［**会話**］

先生：起こりうるすべての場合は何通りで，確率を求めるといくらになりますか。

令子：起こりうるすべての場合は〔2 枚とも表〕，〔1 枚が表で 1 枚が裏〕，〔2 枚とも裏〕の 3 通りで，2 枚とも表になる確率は$\frac{1}{3}$になります。

先生：本当にそうでしょうか。その 3 通りはどの場合が起こることも同様に確からしいとはいえないので，確率は$\frac{1}{3}$ではありません。もう一度考えてみましょう。

(1) 2 枚の硬貨を同時に 1 回投げるとき，2 枚とも表になる確率を求めよ。ただし，確率を求める過程がわかるように，2 枚の硬貨を硬貨 A，硬貨 B として，起こりうるすべての場合をあげ，「同様に確からしい」という用語を用いて解答すること。

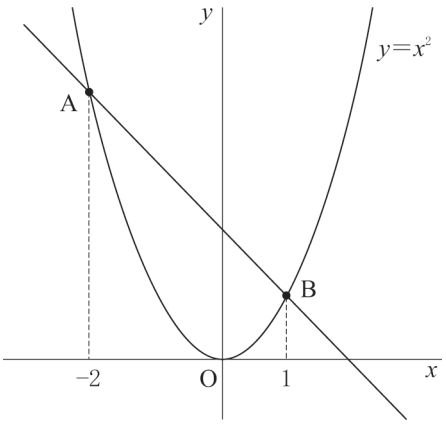
(2) 2 枚の硬貨に 1 枚の硬貨を追加し，3 枚の硬貨を準備した。この 3 枚の硬貨を同時に 1 回投げるとき，2 枚が表で 1 枚が裏になる確率を求めよ。

(3) 2 枚の硬貨に 2 枚の硬貨を追加し，4 枚の硬貨を準備した。この 4 枚の硬貨を同時に 1 回投げるとき，1 枚以上が表になる確率を求めよ。

数-22-公-長崎-問-03

3　**図１～図３**のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，2 点 A，B の x 座標はそれぞれ−2，1 である。原点を O として，次の問いに答えなさい。

図１



問１　点 A の y 座標を求めよ。

問２　直線 AB の式を求めよ。

問３　△OAB の面積を求めよ。

問４　**図２**，**図３**のように，y 軸上に点 P $(0,\ t)$ をとる。点 P を通り，x 軸に平行な直線をℓとし，直線ℓと線分 OA の交点を Q とする。このとき，次の(1)，(2)に答えよ。ただし，$0<t<2$ とする。

(1)　**図２**のように，直線ℓが点 B を通るとき，△OBQ の面積を求めよ。

(2)　**図３**において，直線ℓが△OAB の面積を 2 等分するとき，t の値を求めよ。

図２

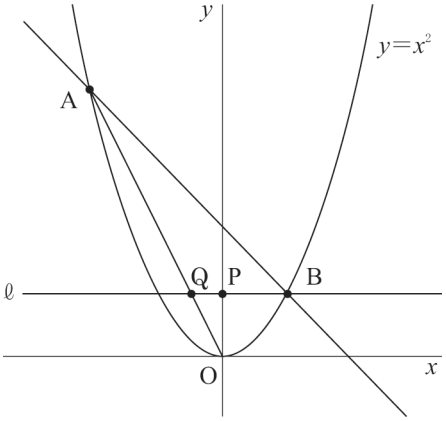
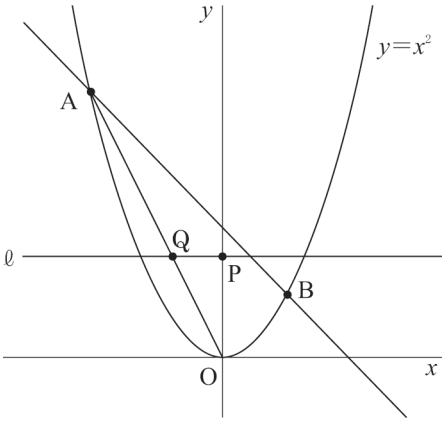


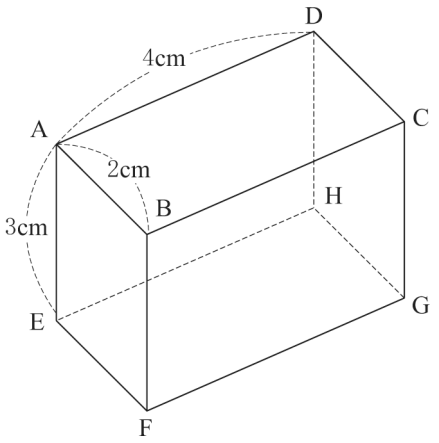
図３



数-22-公-長崎-問-04

4　**図１**，**図２**のように，直方体 ABCDEFGH があり，AB＝2 cm，AD＝4 cm，AE＝3 cm である。このとき，次の問いに答えなさい。

図１



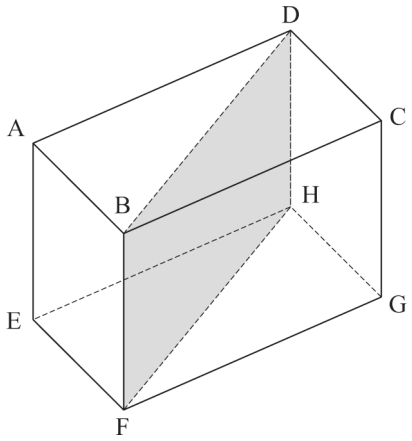
問１　**図１**において，辺 AD とねじれの位置にある辺を，次の①～④の中から 1 つ選び，その番号を書け。

①　辺 EH
②　辺 BF
③　辺 CD
④　辺 AE

問２　直方体 ABCDEFGH の表面積は何 cm^2 か。

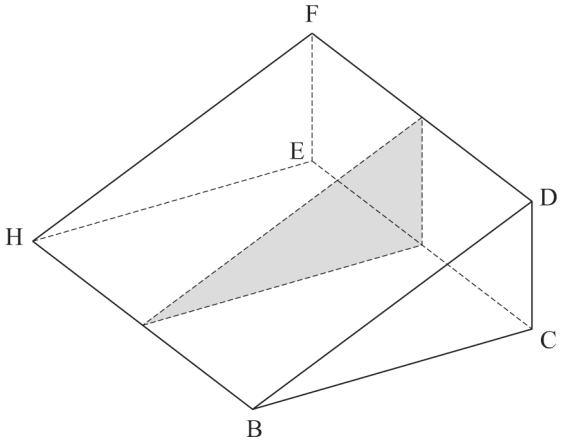
問３　**図２**のように，直方体 ABCDEFGH を平面 BFHD で２つに切り分ける。そして，合同な面である△HFG と△BDA を，対応する頂点どうしがそれぞれ重なるようにはり合わせて，**図３**，**図４**のような三角柱 BCDHEF をつくる。このとき，次の(1)，(2)に答えよ。

図２



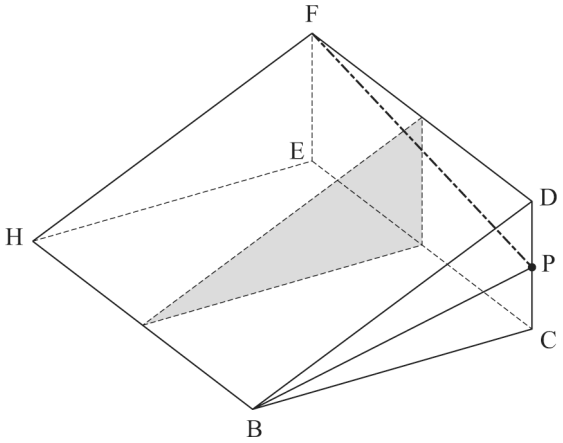
(1) 三角柱 BCDHEF の辺 DF の長さは何 cm か。

図３



(2) **図４**において，辺 CD 上を動く点を P とする。２つの線分 BP, PF の長さの和 BP＋PF が最小となるとき，線分 PC の長さは何 cm か。

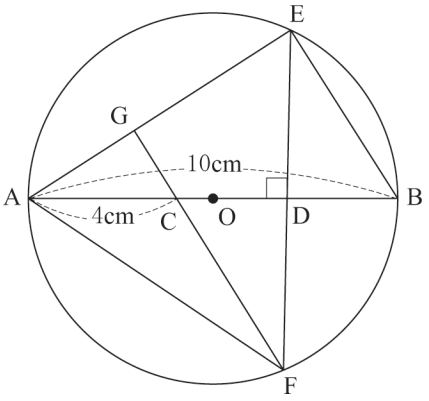
図４



数-22-公-長崎-問-05

5 図のように，点 O を中心とする直径 10 cm の円 O がある。線分 AB は円 O の直径で，線分 AB 上に AC＝4 cm となる点 C をとり，線分 BC の中点を D とする。点 D を通り，線分 BC に垂直な直線と円 O との交点を E，F とし，直線 FC と線分 AE の交点を G とする。このとき，次の問いに答えなさい。

図



問１　線分 OD の長さは何 cm か。

問２　線分 DE の長さは何 cm か。

問３　EB // GF であることを次のように証明した。［　（ア）　］～［　（ウ）　］にあてはまることばを書き入れて，証明を完成させよ。

〔証明〕
△OED と△OFD において
　円の半径は等しいから　OE＝OF …①
　線分 BC と線分 EF は垂直であるから　∠ODE＝∠ODF＝90° …②
　OD は共通 …③
①，②，③より，直角三角形の［　　（ア）　　］がそれぞれ等しいから
　△OED≡△OFD …④

次に，△BDE と△CDF において
　④より，合同な三角形の対応する辺は等しいから　DE＝DF …⑤
　線分 BC と線分 EF は垂直であるから　∠BDE＝∠CDF＝90° …⑥
　線分 BC の中点が D であるから　BD＝CD …⑦
⑤，⑥，⑦より，［　　（イ）　　］がそれぞれ等しいから
　△BDE≡△CDF …⑧

さらに，⑧より，合同な三角形の対応する角は等しいから　∠BED＝∠CFD …⑨
⑨より，［　　（ウ）　　］が等しいから
　EB // GF

問４　△AFG の面積は何 cm^2 か。

6 里香さんと卓也さんは，自然数に次の**【操作】**を行ったときの数の変化について，先生と話をしています。［**会話１**］，［**会話２**］を読んで，あとの問いに答えなさい。

【操作】

一の位と，一の位を取り去った数に分ける。一の位の数を 4 倍した数を，一の位を取り去った数に加える。ただし，1 けたの場合は，4 倍することにする。

［**会話１**］

先生：**【操作】**について確認してみましょう。例えば，2345 に**【操作】**を行った場合，一の位の 5 と，一の位を取り去った数 234 に分けます。一の位の数 5 を 4 倍した数 20 を，一の位を取り去った数 234 に加えると，234＋5×4＝234＋20＝254 となります。また，3 に**【操作】**を行った場合，3 は 1 けたなので，3×4＝12 となります。

里香：私もやってみます。254 に**【操作】**を行うと，25＋4×4＝41 となります。続けて 41 に**【操作】**を行うと，4＋1×4＝8 となります。さらに続けて 8 に**【操作】**を行うと，8×4＝32 となります。

先生：その通りです。では，①2022 に**【操作】**を何回か続けて行うと，数はどのように変化するでしょうか。

問１ 下線部①について，次の文の［（ア）］～［（エ）］にあてはまる数を答えよ。

2022 に**【操作】**を 1 回行った後の数は［（ア）］である。2022 に**【操作】**を 3 回続けて行った後の数は［（イ）］である。2022 に**【操作】**を 20 回続けて行う間に，［（イ）］は［（ウ）］回出現する。2022 に**【操作】**を 1000 回続けて行った後の数は［（エ）］である。

［**会話２**］

卓也：ところで，**【操作】**を 1 回行った後の数が，もとの数より大きくなったり，小さくなったりしますね。もとの数と等しくなることがあるのでしょうか。

先生：はい。2 けたの場合だけ等しくなることがあります。その点について確かめてみましょう。2 けたの数は，十の位を a，一の位を b とすると，$10a+b$ と表せます。これに**【操作】**を 1 回行った後の数は，a，b を用いて［（オ）］と表せます。ここで，**【操作】**を 1 回行った後の数が，もとの数と等しくなるとして方程式をつくり，b について解くと，b は a を用いて　$b=$［（カ）］と表せます。

卓也：では，$b=$［（カ）］を満たす a，b の組を見つけてみますね。

（数分後）

卓也：見つかりました。この a，b の組を使うと，**【操作】**を 1 回行った後の数が，もとの数と等しくなる数は［（キ）］と求められます。

里香：確かに等しくなりますね。あれっ，もとの数と等しくなる数は，すべて 13 の倍数ですね。

先生：そうですね。よく気づきましたね。では，他の 13 の倍数に**【操作】**を 1 回行った後の数を求めてみてください。実は，②2 けたの数に限らず 13 の倍数に**【操作】**を 1 回行った後の数は，13 の倍数となります。

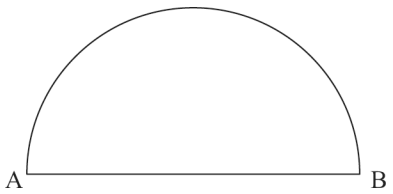
問２　次の(1)，(2)に答えよ。

(1)　［　（オ）　］，［　（カ）　］にあてはまる式を求めよ。

(2)　［　（キ）　］にあてはまる数をすべて求めよ。

問３　下線部②について，2 けたの数に限らず**「13 の倍数に【操作】を 1 回行った後の数は，13 の倍数となる」**ことを証明せよ。ただし，証明は解答用紙の「もとの数の一の位を取り去った数を X，もとの数の一の位を c とすると，もとの数は $10X+c$ と表される。$10X+c=13\times m$（m は自然数）とすると，」に続けて完成させよ。

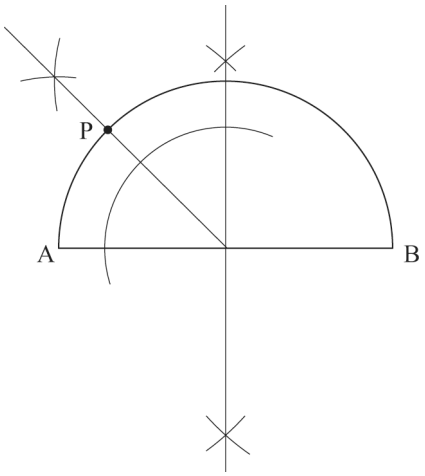
Ｒ４　長崎県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-長崎-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３	$x=$　　，$x=$		
		問４			
		問５	$y=$		
		問６			
		問７	およそ　　本		
		問８	$\angle x=$　　°		
		問９	cm^3		
		問 10	図３  		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-長崎-KY-02	2	問１	(1)			
			(2)	人		
		問２	(1)			
			(2)			
			(3)			
数-22-公-長崎-KY-03	3	問１				
		問２	$y=$			
		問３				
		問４	(1)			
			(2)	$t=$		
数-22-公-長崎-KY-04	4	問１				
		問２		cm^2		
		問３	(1)	cm		
			(2)	cm		

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-22-公-長崎-KY-05	5	問１			cm		
		問２			cm		
		問３	（ア）				
			（イ）				
			（ウ）				
		問４			cm^2		
数-22-公-長崎-KY-06	6	問１	（ア）				
			（イ）				
			（ウ）				
			（エ）				
		問２	(1)	（オ）			
				（カ）			
			(2)	（キ）			
		問３	もとの数の一の位を取り去った数を X，もとの数の一の位を c とすると，もとの数は $10X+c$ と表される。 $10X+c=13\times m$（m は自然数）とすると，				

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-長崎-大-01	1	問１	-7	3	
		問２	4	3	
		問３	$x=-1$，$x=3$	3	
		問４	$a=5b+3$	3	
		問５	$y=\frac{12}{x}$	3	
		問６	③	3	
		問７	〔およそ〕　80　〔本〕	3	
		問８	$\angle x=108$　〔°〕	3	
		問９	4π　〔cm^3〕	3	
		問 10	図３  	3	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-長崎-K-02	2	問１	(1)	①	2	
			(2)	5　〔人〕	3	
		問２	(1)	硬貨Aが表，硬貨Bが裏になる場合を〔表，裏〕と表すと，起こりうるすべての場合は〔表，表〕，〔表，裏〕，〔裏，表〕，〔裏，裏〕の4通りで，どの場合が起こることも同様に確からしい。このうち，2枚とも表になる場合は1通りある。したがって，求める確率は$\frac{1}{4}$	3	
			(2)	$\frac{3}{8}$	3	
			(3)	$\frac{15}{16}$	3	
数-22-公-長崎-K-03	3	問１	4		2	
		問２	$y=-x+2$		3	
		問３	3		3	
		問４	(1)	$\frac{3}{4}$	3	
			(2)	$t=4-\sqrt{6}$	3	
数-22-公-長崎-K-04	4	問１	②		3	
		問２	52　〔cm^2〕		3	
		問３	(1)	6　〔cm〕	3	
			(2)	$\frac{4}{5}$　〔cm〕	4	

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-22-公-長崎-K-05	5	問１	2　〔cm〕			3	
		問２	$\sqrt{21}$　〔cm〕			3	
		問３	（ア）	斜辺と他の１辺		1	
			（イ）	２組の辺とその間の角		1	
			（ウ）	錯角		1	
		問４	$\frac{14\sqrt{21}}{5}$　〔cm^2〕			4	
数-22-公-長崎-K-06	6	問１	（ア）	210		1	
			（イ）	6		1	
			（ウ）	3		2	
			（エ）	24		2	
		問２	(1)	（オ）	$a+4b$	2	
				（カ）	$3a$	2	
			(2)	（キ）	13，26，39	3	
		問３	〔もとの数の一の位を取り去った数を X，もとの数の一の位を c とすると，もとの数は $10X+c$ と表される。 $10X+c=13\times m$（m は自然数）とすると，〕 $c=13m-10X$ と変形できる。 **【操作】**を１回行った後の数は $X+4c$ と表される。 $X+4c=X+4(13m-10X)$ $=52m-39X$ $=13(4m-3X)$ $4m-3X$ は整数だから，$X+4c$ は 13 の倍数となる。 よって，13 の倍数に**【操作】**を１回行った後の数は 13 の倍数となる。			3	

数-22-公-長崎-KS-01

1　【小問集合】

問５　y は x に反比例するから，$y=\frac{a}{x}$ と表せる。

この反比例のグラフは $x=2$ のとき $y=6$ だから，反比例の式に代入して，$6=\frac{a}{2}$

したがって，$a=12$　よって，$y=\frac{12}{x}$

ポイント》関数の式と定数のまとめ

・y は x に比例する　→　式は $y=ax$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x に反比例する　→　式は $y=\frac{a}{x}$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x の１次関数である　→　式は $y=ax+b$，定数 a は「変化の割合」でグラフの「傾き」を，定数 b はグラフの「切片」を，それぞれ表す。

・y は x の２乗に比例する　→　式は $y=ax^2$，定数 a を「比例定数」という。

問６　①　$\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}=2$　よって，①は正しい。

②　$(+3)^2=9$，$(-3)^2=9$　よって，②は正しい。

③　$\sqrt{16}$ は２乗すると 16 となる正の数だから，$\sqrt{16}=4$　よって，③は正しくない。

④　$(\sqrt{5})^2=(\sqrt{5})\times(\sqrt{5})=5$　よって，④は正しい。

問７　無作為に抽出した 50 本のくじの中に含まれる当たりくじは 4 本だから，当たりくじの割合は $\frac{4}{50}$ であると推定できる。

したがって，1000 本のくじに含まれる当たりくじは，$1000\times\frac{4}{50}=80$(本)であると考えられる。

問８　**図１**のように点 P，Q を定めると，OP，OQ は同じ円の半径だから，OP＝OQ

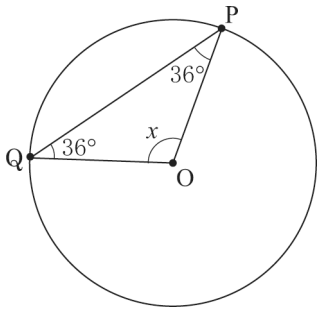
したがって，△OPQ は OP＝OQ の二等辺三角形だから，その底角は等しい。

このため，∠OQP＝∠OPQ＝36°であり，三角形の内角の和は 180°だから，

$\angle x=180°-\angle OQP-\angle OPQ$

$=180°-36°-36°=108°$

図１



問９　体積を求める立体は半径 2cm の円を底面とする高さ 3cm の円錐である。

したがって，求める体積は，$\frac{1}{3}\times2^2\times\pi\times3=4\pi$(cm^3)

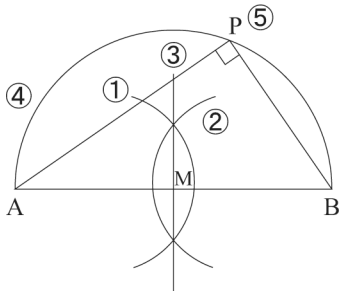
問 10

ポイント》具体的な角度を作図するには

作図でかくことができる角度は，90°，60°の足し算・引き算や２倍，$\frac{1}{2}$ 倍など（厳密にはそれ以外でも作図可能な角度はある）。

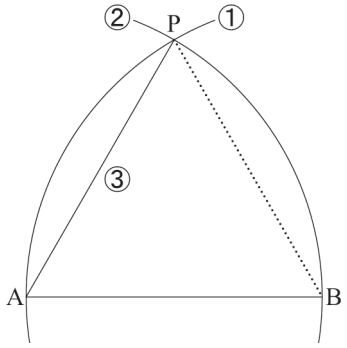
90°は，基本的な垂線の作図のほか，半円の弧に対する円周角の性質を利用した作図方法（**図１**）がある。

図１



①～③　線分 AB の垂直二等分線を作図し，線分 AB の中点 M をとる。
④　点 M を中心として，AM，BM が半径となるような円を作図する。
⑤　④で描いた円周上に任意の点 P をとり，A と P，B と P を結ぶと，∠APB＝90°となる。
60°は，正三角形を作図する（**図２**）。

図２



①・②　点 A，B をそれぞれ中心として半径 AB の円をかき，その交点を P とする。
③　A と P を結ぶと，∠PAB＝60°となる（△APB が正三角形となる）。
これらの角の二等分線を作図すれば，45°や 30°，15°がかける。

数-22-公-長崎-KS-02

2　【データの活用，確率】

問１　(1) 生徒数は 35 人で人数が奇数だから，得点を小さい方から順に並べたとき，$\frac{35+1}{2}=18$(番目)の値が中央値である。
ヒストグラムより，7 点以下の人数は 15 人，8 点以下の人数は 20 人だから，18 番目の値は 8 点である。
最頻値は最も多く出てくる値だから，最頻値は 10 点である。
したがって，7.6＜8＜10 より，(平均値)＜(中央値)＜(最頻値)である。
よって，①が正しい。

ポイント》代表値
⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用。
①　平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値
②　中央値(メジアン)…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値
　⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均
③　最頻値(モード)…資料中で，最も多く出てくる値

(2) 平均値はデータの値の合計をその総数で割ったものである。
テストBで3点，4点，5点，6点，7点，10点をとった人数はそれぞれ，1人，1人，2人，3人，5人，8人だから，合計で20人である。
生徒数は全部で35人だから，8点をとった人数をx人とすると，9点をとった人数は，
$35-x-20=15-x$(人)である。
したがって，35人のテストの得点の合計は，
$3\times1+4\times1+5\times2+6\times3+7\times5+8\times x+9\times(15-x)+10\times8=285-x$(点)…①
平均点が8点だから，35人の得点の合計は，$8\times35=280$(点)…②
①と②は等しいから，$285-x=280$より，$x=5$(人)
これは，問題にあっているから，8点とった人数は5人

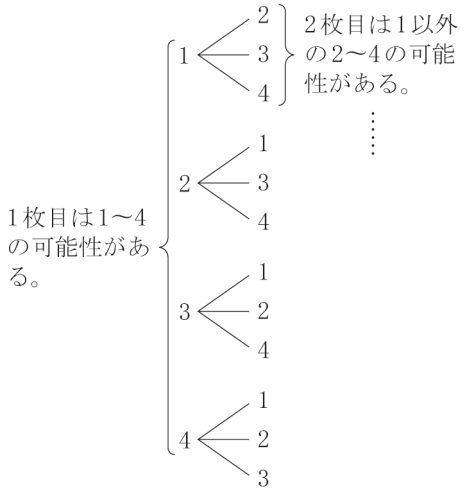
問2 (2) 3枚の硬貨を硬貨A，硬貨B，硬貨Cとして，硬貨Aが表，硬貨Bが表，硬貨Cが裏になる場合を(表，表，裏)と表すと，起こりうるすべての場合は，
(表，表，表)，(表，表，裏)，(表，裏，表)，(表，裏，裏)，(裏，表，表)，(裏，表，裏)，(裏，裏，表)，(裏，裏，裏)の8通り。
どの場合が起こることも同様に確からしい。
このうち，2枚が表で1枚が裏となる場合は，下線を引いた3通りである。
したがって，求める確率は$\frac{3}{8}$

(3) 投げた硬貨は表と裏の2通りであるから，4枚の硬貨で起こりうるすべての場合は，
$2\times2\times2\times2=16$(通り)である。
4枚の硬貨を投げたとき，必ず「1枚以上が表になる」または「1枚も表にならない」のどちらかになるから，1枚以上が表になる確率と1枚も表にならない確率の和は1である。
「1枚も表にならない」ということは，「すべて裏になる」ということと同じである。
すべて裏になる場合は1通りしかないので，すべて裏になる確率は$\frac{1}{16}$である。
(1枚以上が表になる確率)+(1枚も表にならない確率)=1 だから，
(1枚以上が表になる確率)+(すべて裏になる確率)=1
したがって，(1枚以上が表になる確率)$=1-$(すべて裏になる確率)$=1-\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$

ポイント》確率の求め方

① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。
② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。
③ さいころを2つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④　樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。
例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図

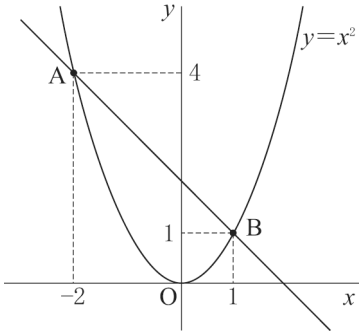


数-22-公-長崎-KS-03

3　【関数のグラフと図形】

問１　**図１**のように点 A は x 座標が -2 であり，関数 $y=x^2$ のグラフ上にあるので，関数の式に $x=2$ を代入して，y 座標は
$y=(-2)^2=4$

図１



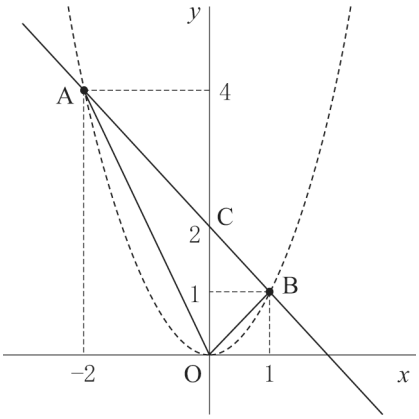
問２　直線 AB は 2 点 A，B を通るから，点 B の座標を求める。
図１のように点 B は x 座標が 1 であり，関数 $y=x^2$ のグラフ上にあるので，関数の式に $x=1$ を代入して，y 座標は，$y=1^2=1$
よって，B(1，1)
問１より，A(−2，4)である。
直線 AB の傾きは，$\dfrac{1-4}{1-(-2)}=\dfrac{-3}{3}=-1$ だから，
直線 AB の式は，$y=-x+b$ と表せる。
点 A(−2，4)を通るから，直線 AB の式に代入して，$4=(-1)\times(-2)+b$ より，$b=2$
よって，直線 AB の式は，$y=-x+2$

ポイント》変化の割合
変化の割合とは，x の値が増加したときに，y の値がどれだけ変化するかを割合で示したもの。
[公式] 変化の割合$=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。
また，グラフの形状によって，注意点が異なる。
・直線のグラフ(比例 $y=ax$，一次関数 $y=ax+b$)
→変化の割合は一定で，定数 a の値に等しい。
・曲線のグラフ(反比例 $y=\dfrac{a}{x}$，関数 $y=ax^2$)
→変化の割合は区間により変化するため，[公式]を利用して計算する必要がある。
※関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$で求められる。

ポイント》直線の式の求め方
①　$y=ax+b$ とおく。
②　その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「$(x,\ y)$：対応する x，y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

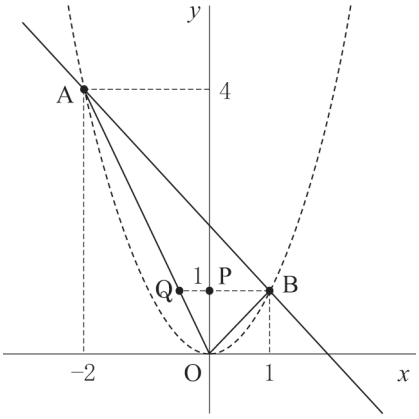
問３　**図２**のように直線 AB と y 軸との交点を C とすると，
問２より，C(0，2)である。
△OAB＝△OAC＋△OBC である。△OAC と△OBC の
2 つの三角形の底辺を OC とすると，OC＝2 であり，
点 A の x 座標は $x=-2$ だから，△OAC の高さは 2 である。
点 B の x 座標は $x=1$ だから，△OBC の高さは 1 である。
したがって，
△OAB＝△OAC＋△OBC
$=\frac{1}{2}\times OC\times(\triangle OAC\text{ の高さ})+\frac{1}{2}\times OC\times(\triangle OBC\text{ の高さ})$
$=\frac{1}{2}\times 2\times 2+\frac{1}{2}\times 2\times 1=3$

図２



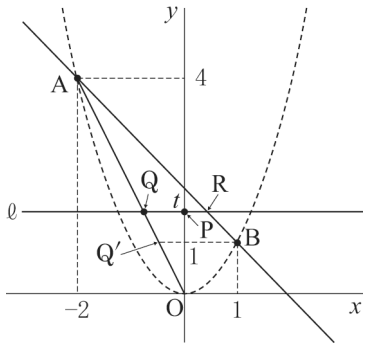
問４　(1) △OBQ の底辺を BQ とすると高さは OP である。
図３のように点 Q は直線 OA　$y=-2x$ 上の点であり，
y 座標が $y=1$ だから，直線 OA の式に代入して，
$1=-2x$　$x=-\frac{1}{2}$より，$Q\left(-\frac{1}{2},\ 1\right)$,
$BQ=1-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{2}$，OP＝1 だから，
$\triangle OBQ=\frac{1}{2}\times BQ\times OP=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times 1=\frac{3}{4}$

図３



(2) **問３**より，△OAB＝3
問４ (1)より，$t=1$ のとき，$\triangle OBQ=\frac{3}{4}$だから，**図３**において
$\triangle ABQ=\triangle OAB-\triangle OBQ=3-\frac{3}{4}=\frac{9}{4}>\frac{3}{2}=\frac{1}{2}\times\triangle OAB$
$t=1$ のときの Q を Q′とおくと$\triangle ABQ'=\frac{9}{4}$
直線ℓと直線 AB との交点を R とすると，△AQR の面積は，
△ABQ′の面積より小さくなくてはならないので，
図４のように直線ℓは点 B より上側にある。
したがって，$t>1$ である。
点 R は直線 AB　$y=-x+2$ 上の点であり，y 座標が t だから，
$t=-x+2$　$x=-t+2$ より，R$(-t+2,\ t)$
また，点 Q は直線 OA　$y=-2x$ 上の点だから，$y=t$ を
直線 OA の式に代入して，$t=-2x$　$x=-\frac{t}{2}$より，$Q\left(-\frac{t}{2},\ t\right)$,
$QR=-t+2-\left(-\frac{t}{2}\right)=-\frac{t}{2}+2$,

図４



△AQR の底辺を QR としたときの高さは点 A の y 座標と点 Q の y 座標との差だから，高さは $4-t$
したがって，$\triangle AQR=\frac{1}{2}\times QR\times(\text{高さ})=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{t}{2}+2\right)\times(4-t)=\frac{1}{4}(t^2-8t+16)=\frac{3}{2}$
整理して，$t^2-8t+10=0$
2 次方程式の解の公式より，$t=\frac{8\pm\sqrt{8^2-4\times1\times10}}{2\times1}=\frac{8\pm2\sqrt{6}}{2}=4\pm\sqrt{6}$
点 Q は線分 OA 上の点だから，y 座標は点 A の y 座標 4 より小さい。したがって，$t<4$ であるから，
$t=4-\sqrt{6}$

(別解)

問３より，△OAB＝3

問４（1)より，$t=1$ のとき，**図３**において△OBQ＝$\frac{3}{4}$だから，△ABQ＝△OAB－△OBQ＝$3-\frac{3}{4}=\frac{9}{4}$

$t=1$ のときの Q を Q′とおくと△ABQ′＝$\frac{9}{4}$

直線ℓと直線 AB との交点を R とすると，△AQR＝$\frac{1}{2}$×△OAB＝$\frac{3}{2}$となるから，△AQR と△AQ′B の面積比は

△AQR：△AQ′B＝$\frac{3}{2}:\frac{9}{4}=2:3$

辺 QR と Q′B は平行だから，△AQR∽△AQ′B

相似比は$\sqrt{2}:\sqrt{3}$

△AQ′B の高さは 3 だから，△AQR の高さは $3\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\sqrt{6}$

したがって，点 A の y 座標から△AQR の高さをひけばよいので，$t=4-\sqrt{6}$

数-22-公-長崎-KS-04

4 【空間図形】

問１　直線 EH は直線 AD と平行だから，辺 EH と辺 AD は平行である。
直線 BF は直線 AD と平行ではなく，交わることもないから，辺 BF と辺 AD はねじれの位置にある。
直線 CD は直線 AD と頂点 D で交わっているから，辺 CD と辺 AD はねじれの位置ではない。
直線 AE は直線 AD と頂点 A で交わっているから，辺 AE と辺 AD はねじれの位置ではない。
よって，②

問２　直方体の表面は 6 個の長方形からなるから，それぞれの長方形の面積を求めて合計する。
長方形 ABCD と長方形 EFGH の面積は $2\times4=8(\mathrm{cm}^2)$
長方形 ABFE と長方形 DCGH の面積は $2\times3=6(\mathrm{cm}^2)$
長方形 ADHE と長方形 BCGF の面積は $3\times4=12(\mathrm{cm}^2)$
よって，$8\times2+6\times2+12\times2=52(\mathrm{cm}^2)$

問３　(1) 直方体を**図１**の状態から**図２**と**図３**のように立体を分割する。
立体を**図４**のように**図２**の立体を面 ADHE が底になるように向きを変える。

図１

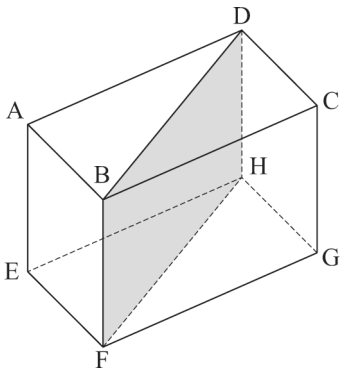


図２

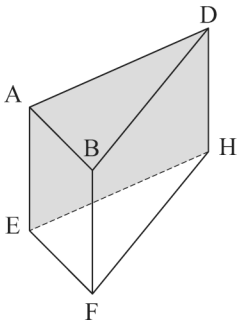
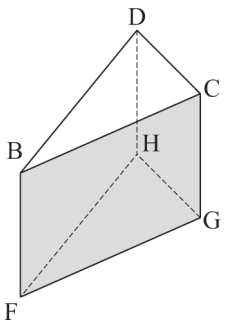


図３



同様に**図５**のように**図３**の立体を面 CBFG が底になるように向きを変える。
図４と**図５**の向きのまま，面 ABD と面 GHF を合わせたときの DF だから，
DF＝FB＋HD＝3＋3＝6(cm)

図４

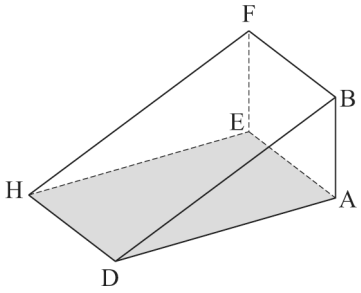
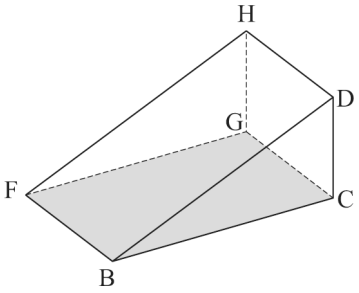


図５



(2) BP と PF が同一平面になるように**図６**の面 BCD と面 DCEF を展開する。
BP＋PF が最小となるのは，**図７**のように P が線分 BF 上にあるときである。
PC と FE は平行だから，△BCP∽△BEF
相似比は，BC：BE＝BC：(BC＋CE)＝4：10＝2：5
PC：FE＝PC：2,
相似な図形の対応する辺の比はすべて等しいから，
PC：2＝2：5
したがって，PC＝$\frac{4}{5}$(cm)

図６

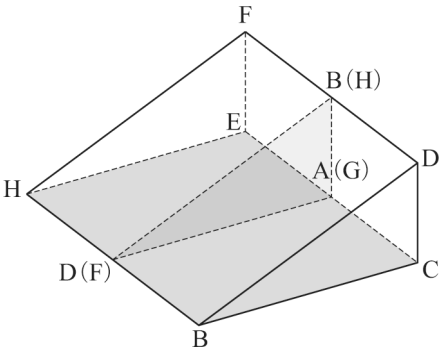
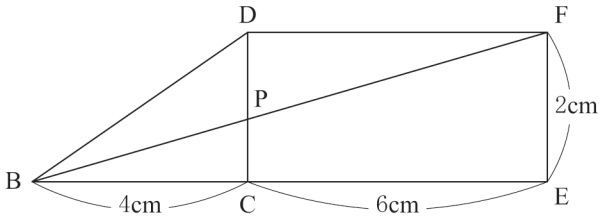


図７

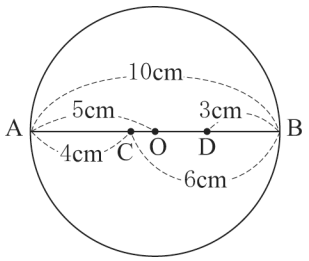


数-22-公-長崎-KS-05

5 【平面図形】

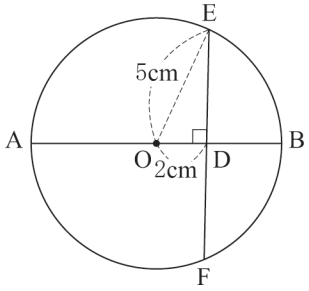
問１　**図１**のように，OA，OB は直径 10cm の円の半径だから，
OA＝5(cm)条件より AC＝4(cm)だから，
BC＝AB－AC＝10－4＝6(cm)
点 D は BC の中点だから，DB＝3(cm)
よって，OD＝AB－OA－BD＝10－5－3＝2(cm)

図１



問２　**図２**のように，円の中心 O と E を線分で結ぶと OE は半径だから，OE＝5(cm)
問１より OD＝2(cm)だから，△ODE について，三平方の定理より，
$OE^2=OD^2+DE^2$
$DE^2=OE^2-OD^2=5^2-2^2=21$
DE＞0 だから，DE＝$\sqrt{21}$（cm）

図２



問４　**問１**より，AD＝AO＋OD＝5＋2＝7(cm)

問２，**問３**より，DE＝DF＝$\sqrt{21}$(cm)　よって，EF＝$2\sqrt{21}$(cm)

よって，△AFE＝$\frac{1}{2}$×EF×AD＝$\frac{1}{2}$×$2\sqrt{21}$×7＝$7\sqrt{21}$(cm^2)

また，EB // GC より，AG：AE＝AC：AB＝4：10＝2：5

よって，△AFG＝$\frac{2}{5}$△AFE＝$\frac{2}{5}$×$7\sqrt{21}$＝$\frac{14\sqrt{21}}{5}$(cm^2)

数-22-公-長崎-KS-06

6　【式の利用】

問１　**ア**について

2022 を一の位と一の位を取り去った数に分けると，2 と 202

一の位の数 2 を 4 倍すると 8，これを一の位の数を取り去った数に加えると，202＋8＝210

したがって，**ア**にあてはまる数は 210

イについて

2 回目の操作は，210 を一の位と一の位を取り去った数に分けて 0 と 21

一の位の数 0 を 4 倍して 0，2 つの数を足して 21＋0＝21

3 回目の操作は，21 を一の位と一の位を取り去った数に分けて 1 と 2

一の位の数 1 を 4 倍して 4，2 つの数を足して 2＋4＝6

したがって，**イ**にあてはまる数は 6

ウについて

4 回目は，6 は 1 けたの数だから 6 を 4 倍すると 24

5 回目は，24 を分けて 2 と 4，一の位の数 4 を 4 倍して 16，2＋16＝18

6 回目は，18 を分けて 1 と 8，一の位の数 8 を 4 倍して 32，1＋32＝33

7 回目は，33 を分けて 3 と 3，一の位の数 3 を 4 倍して 12，3＋12＝15

8 回目は，15 を分けて 1 と 5，一の位の数 5 を 4 倍して 20，1＋20＝21

9 回目は，21 を分けて 2 と 1　一の位の数 1 を 4 倍して 4，2＋4＝6

10 回目は，9 回目の操作で 6 となったので，4 回目の操作と同じになり，24

したがって，10 回目以降の操作は 4 回目以降の繰り返しとなるから，**表 1** のようになる。

よって，操作を 20 回続けて行う間に 6 は 3 回目，9 回目，15 回目に出現する。

よって，出現するのは 3 回だから，**ウ**にあてはまる数は 3

エについて

3 回目以降，操作を 6 回行うごとに同じ操作を行うことになるので，6 回の操作を 1 つにまとめて考えると，3 回目から 1000 回目までに操作が

(1000－2)÷6＝166 余り 2 より，6 回の操作が 166 回繰り返される。

3 回目以降，6 回の操作を 166 回繰り返したときの操作回数は，

2＋166×6＝998 より，998 回

したがって，999 回目は 6 となり，1000 回目は 24 となる。

よって，**エ**にあてはまる数は 24

表 1

操作回数	操作開始		1	2		
操作後の数	2022		210	21		
操作回数	3	4	5	6	7	8
操作後の数	6	24	18	33	15	21
操作回数	9	10	11	12	13	14
操作後の数	6	24	18	33	15	21
操作回数	15	16	17	18	19	20
操作後の数	6	24	18	33	15	21
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
操作回数	993	994	995	996	997	998
操作後の数	6	24	18	33	15	21
操作回数	999	1000				
操作後の数	6	24				

問２　(1) **オ**について

$10a+b$ を一の位と一の位を取り去った数に分けると，b と a

一の位の数 b を 4 倍すると $4b$

$4b$ を一の位の数を取り去った数に加えると，$a+4b$

よって，**オ**にあてはまる式は $a+4b$

カについて

もとの数は $10a+b$ だから，この数と $a+4b$ が等しくなればよい。

したがって，$10a+b=a+4b$ を b について解いて，$b=3a$

よって，**カ**にあてはまる式は $3a$

(2) b は一の位の数だから，b は 0 から 9 までの整数である。

$b=3a$ だから，$3a$ も 0 から 9 までの整数であるから，a は，0，1，2，3

ただし，$10a+b$ は自然数だから，$10a+b$ は 1 以上である。

$a=0$ のとき，$10a+b=0$ となるので，不適。よって，$a=1$，2，3

したがって，$a=1$ のとき $b=3a$ より，$b=3$，$10a+b=13$

同様にして，$a=2$ のとき 26，$a=3$ のとき 39

よって，**キ**にあてはまる数は，13，26，39