R７　奈良県　公立　数学　問題

数-25-公-奈良-問-01

1　次の各問いに答えよ。

問１　次の**(1)**～**(4)**を計算せよ。

(1) $2+(-7)$

(2) $-5^2\div 4$

(3) $3a^2b\div 6b\times 2a$

(4) $(x^2+1)-(x-2)^2$

問２　連立方程式 $\begin{cases}6x-y=13\\2x+3y=1\end{cases}$ を解け。

問３　$2.5<\sqrt{a}<4$ を満たす自然数 a は何個あるか。

問４　1 足 x 円の定価で販売している靴を，7 月には定価の 30%引きで販売し，8 月には 7 月の販売価格の 10%引きで販売した。8 月の靴 1 足の販売価格を文字式で表せ。

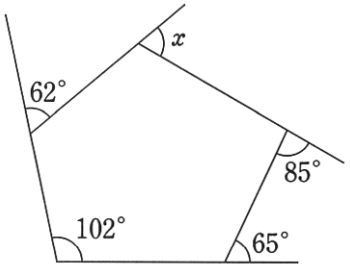
問５　**図１**のように，−1，0，1，2，3 の数を書いたカードがそれぞれ 1 枚ずつある。この 5 枚のカードをよくきってから，2 枚同時にカードをひく。このとき，ひいた 2 枚のカードに書かれた数の積が自然数である確率を求めよ。

図１



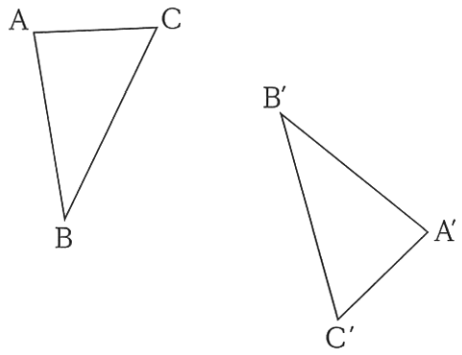
問６　**図２**で，$\angle x$ の大きさを求めよ。

図２



問７　**図３**で，△A′B′C′ は，△ABC を回転移動したものである。回転の中心である点 O を，定規とコンパスを使って解答欄の枠内に作図せよ。なお，作図に使った線は消さずに残しておくこと。

図３



問８　**図４**は，15 個のみかんの 1 個ごとの重さのデータをヒストグラムに表したものである。例えば，80 g 以上 85 g 未満の重さのみかんは 1 個である。このデータを箱ひげ図に表したものとして適切なものを，**図５**の**ア**～**オ**から 1 つ選び，その記号を書け。

図４

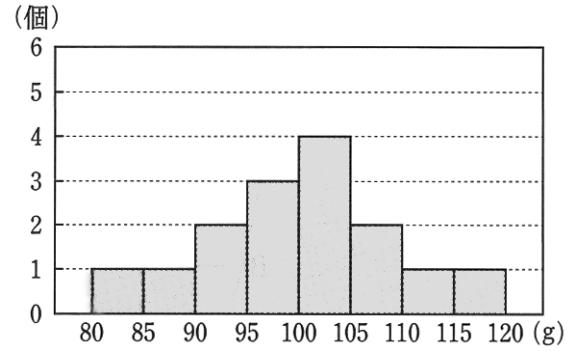
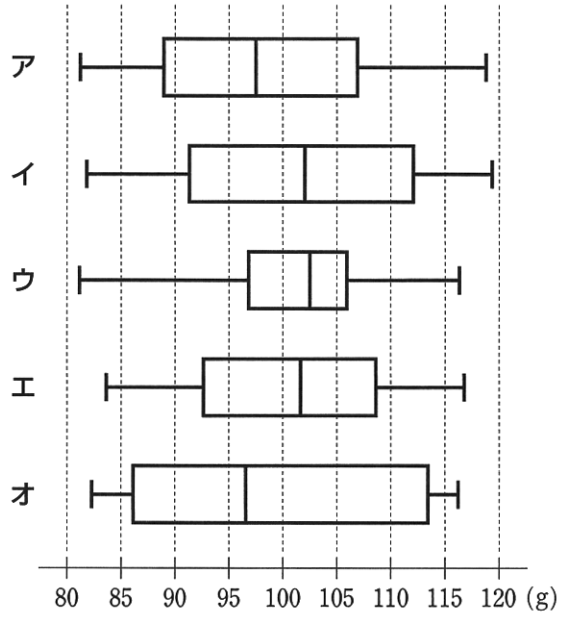
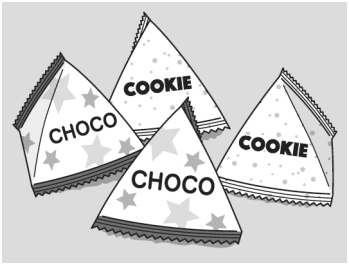


図５



数-25-公-奈良-問-02

2 花子さんと太郎さんは，3 年生を送る会での 3 年生への贈り物について考えているとき，お菓子のパッケージには三角すいの形のものがあることに興味をもった。各問いに答えよ。



問1 次の［　　］内は，三角すいの形のパッケージについて考えている，花子さんと太郎さんの会話である。**(1)**，**(2)**の問いに答えよ。

花子：3 年生への贈り物として，三角すいの形をしたパッケージに記念品を入れてプレゼントをしようよ。

太郎：展開図がかきやすい正四面体で考えてみたよ。正四面体の 3 つの面にそれぞれ 1 つずつ文字を書いて，「祝卒業」の文字を入れたらどうかな。**図1**のように文字が見える正四面体になるように展開図をかいてみたよ。

花子：展開図をもとに作った正四面体 2 つを面がぴったり重なるようにくっつけると，**図2**のような，全ての面が合同な正三角形でできた立体ができたよ。

太郎：面が 6 つだから，この立体は正六面体といえるのかな。

花子：正多面体の特徴から考えると，<u>この立体は正多面体ではない</u>ので，正六面体とはいえないよ。

図1

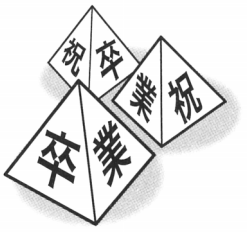
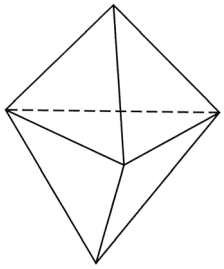


図2

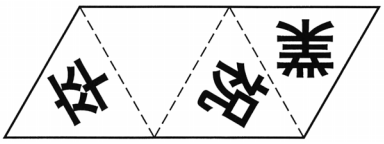


(1) 次の**ア**～**エ**の展開図の中に，組み立てると**図3**の正四面体ができるものがある。その展開図を**ア**～**エ**から全て選び，その記号を書け。

ア



イ



ウ



エ

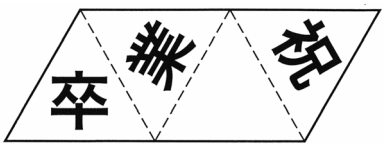


図3

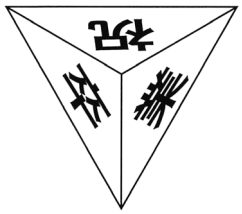


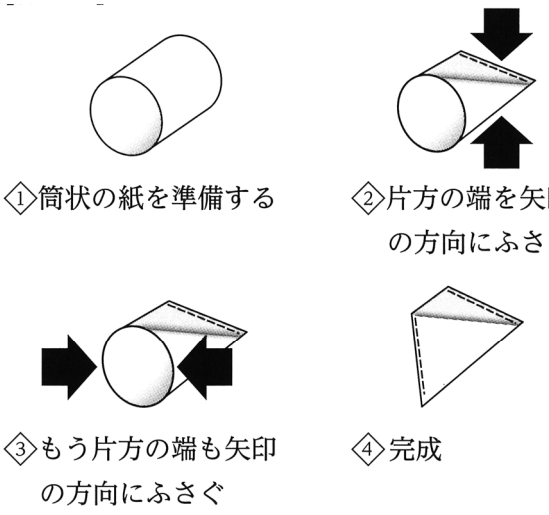
図1の正四面体を真上から見た図

(2) 下線部のようにいえる理由を，「1 つの頂点」と「面」の語句を用いて簡潔に書け。

問２　花子さんと太郎さんは，三角すいの形をしたお菓子のパッケージを開けると平たい袋になったことに興味をもち調べたところ，**図４**のように筒状の紙から三角すいを作る**【作り方】**を見つけた。**【作り方】**のとおりに作ってできた三角すいの各辺の長さを調べ，**図５**のように AB＝BC＝CD＝AD，AC＝BD となる三角すい ABCD をかいた。次の［　　］内は，**図５**をみて考えた，花子さんと太郎さんの会話である。AB＝$\sqrt{3}$ cm，AC＝2 cm として，**(1)**，**(2)**の問いに答えよ。

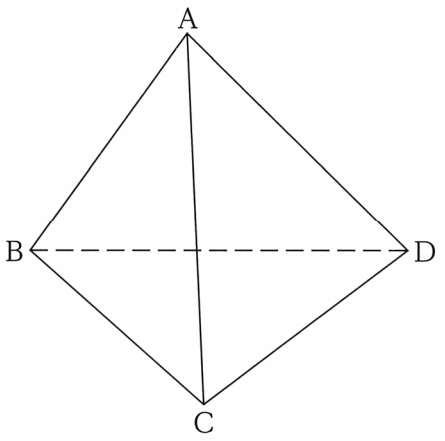
図４

【作り方】



◇①筒状の紙を準備する　◇②片方の端を矢印の方向にふさぐ　◇③もう片方の端も矢印の方向にふさぐ　◇④完成

図５



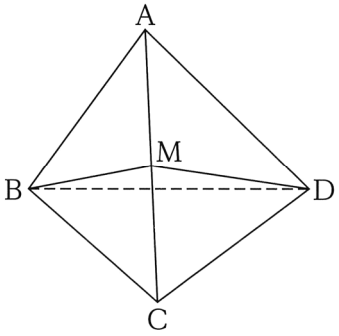
花子：調べてみると，このパッケージの長所は，内側に空間が保持できるため中身を保護できることや，デザイン性が高いことのようだよ。

太郎：作りやすいというよさもあるね。**図５**の三角すい ABCD は，同じ長さの辺がたくさんあるね。三角すい ABCD について他にも特徴がないか調べてみよう。

花子：**図５**の三角すい ABCD に，**図６**のように辺 AC の中点 M をとると，BM＝DM＝［　あ　］cm だね。

太郎：△MBD の 3 辺の長さから，∠BMD＝［　い　］°なので，面 ABC と面 ACD の位置関係もわかるね。

図６

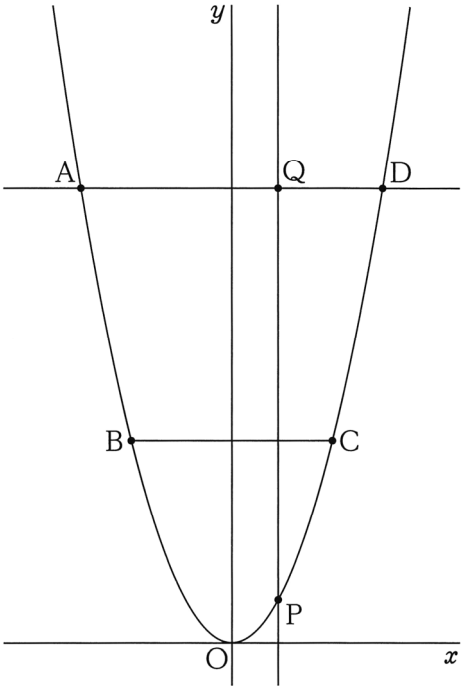


(1) ［　あ　］，［　い　］に当てはまる数を，それぞれ書け。

(2) 三角すい ABCD の体積を求めよ。

数-25-公-奈良-問-03

3 右の図で，放物線は関数 $y=x^2$ のグラフである。4 点 A，B，C，D は放物線上の点であり，2 点 C，D の x 座標はそれぞれ 2，3 である。直線 AD，線分 BC は x 軸に平行である。点 P は放物線上を動く点であり，その x 座標は正の数である。点 Q は点 P を通り y 軸に平行な直線と直線 AD との交点である。原点を O として，各問いに答えよ。



問1 関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 3$ のときの y の変域を求めよ。

問2 2 点 B，D を通る直線の式を求めよ。

問3 点 P の x 座標が大きくなると，それにともなって小さくなるものを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，その記号を書け。

ア 線分 BQ の長さ

イ ∠AOP の大きさ

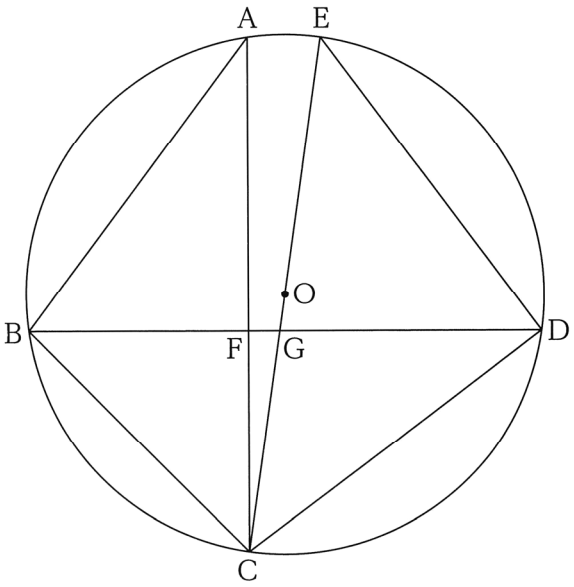
ウ 直線 BP の傾き

エ △BCQ の面積

問4 △PBC の面積が△ABQ の面積の $\frac{4}{5}$ となるとき，点 P の x 座標を全て求めよ。

数-25-公-奈良-問-04

4 右の図で，5 点 A，B，C，D，E は円 O の周上にある。線分 CE は円 O の直径であり，AC⊥BD である。点 F は線分 AC と線分 BD との交点であり，点 G は線分 CE と線分 BD との交点である。各問いに答えよ。



問1 △BCF∽△ECD を証明せよ。

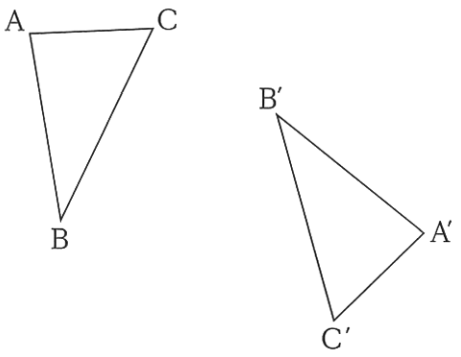
問2 ∠ABD＝a ° とするとき，∠BEC の大きさを a を用いて表せ。

問3 ∠DCE＝45 °，BC＝6 cm，CE＝10 cm のとき，**(1)**，**(2)**の問いに答えよ。

(1) 線分 AF の長さを求めよ。

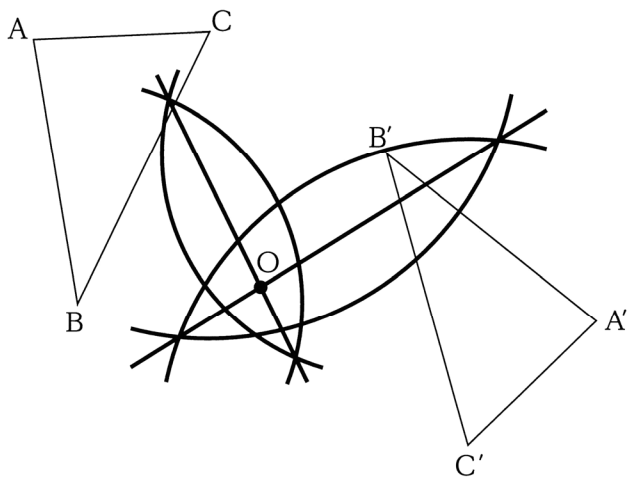
(2) 点 O と線分 BD との距離を求めよ。

Ｒ７　奈良県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-25-公-奈良-R7-01	1	問1	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問2	$x=$　　，$y=$			
		問3	個			
		問4	円			
		問5				
		問6	度			
		問7	〔作図〕  			
		問8				

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-25-公-奈良-K-02	2	問1	(1)				
			(2)				
		問2	(1)	㋐			
				㋑			
			(2)		cm^3		
数-25-公-奈良-K-03	3	問1		$\leqq y \leqq$			
		問2					
		問3					
		問4					
数-25-公-奈良-K-04	4	問1	〔証明〕				
		問2					
		問3	(1)		cm		
			(2)		cm		

Ｒ７　奈良県　公立　数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-25-公-奈良-K01	1	問1	(1)	-5	1	
			(2)	$-\frac{25}{4}$	1	
			(3)	a^3	1	
			(4)	$4x-3$	1	
		問2	$x=2,\ y=-1$		2	
		問3	9　個		2	
		問4	$\frac{63}{100}x$　円		2	
		問5	$\frac{3}{10}$		2	
		問6	70　度		2	
		問7	〔作図〕 (例)  		3	
		問8	エ		2	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-25-公-奈良-K-02	2	問1	(1)	イ，エ	2	
			(2)	(例) 1つの頂点に集まる面の数が，全て同じではないから。	2	
		問2	(1) ㋐	$\sqrt{2}$	2	
			(1) ㋑	90	2	
			(2)	$\frac{2}{3}$ cm^3	2	
数-25-公-奈良-K-03	3	問1	$0 \leqq y \leqq 9$		2	
		問2	$y=x+6$		2	
		問3	イ		3	
		問4	$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$，$\frac{1+\sqrt{29}}{2}$		4	
数-25-公-奈良-K-04	4	問1	〔証明〕 (例) △BCF と△ECD において 仮定から ∠BFC＝90°　……① 直径に対する円周角より ∠EDC＝90°　……② ①，②より ∠BFC＝∠EDC　……③ 1つの弧に対する円周角は等しいから ∠CBF＝∠CED　……④ ③，④より 2組の角がそれぞれ等しいから △BCF∽△ECD		3	
		問2	$90°-a°$		2	
		問3	(1)	$4\sqrt{2}$ cm	2	
			(2)	$\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm	3	

数-25-公-奈良-KS-01

1　【小問集合】

問１　**(2)**　$-5^2\div4=-5\times5\div4=-25\div4=-\dfrac{25}{4}$

これだけは！ 累乗の計算

$(-3)^2=(-3)\times(-3)=9$
$-3^2=-3\times3=-9$
$-(-3)^2=-(-3)\times(-3)=-9$
$-(-3^2)=-(-3\times3)=-(-9)=9$

→このように，指数がどこまで影響しているかに注意して計算しよう！

(4)　$(x^2+1)-(x-2)^2=(x^2+1)-(x^2-4x+4)=x^2+1-x^2+4x-4=4x-3$

問３　$2.5<\sqrt{a}<4$　　すなわち，$\sqrt{6.25}<\sqrt{a}<\sqrt{16}$ より，$a=7$，8，9，……，15 だから，
$15-7+1=9$(個)

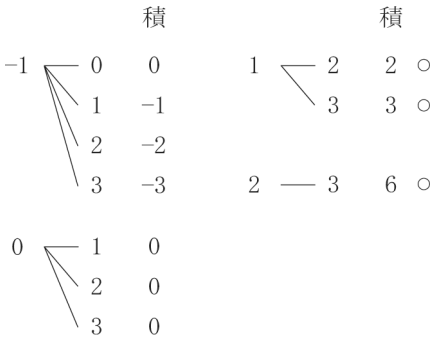
問４　7 月の販売価格は，$\dfrac{70}{100}x$ 円だから，8 月の販売価格は，$\dfrac{70}{100}x\times\dfrac{90}{100}=\dfrac{63}{100}x$ (円)

これだけは！ 割増と割引

「元の数量の○%増し」は「元の数量の(100＋○)%」
「元の数量の○%引き」は「元の数量の(100－○)%」

問５　2 枚のカードのひき方と，2 枚のカードに書かれた数の積をまとめると，**図１**のようになる。すべてのひき方 10 通りのうち，積が自然数となるのは○印の 3 通りだから，求める確率は$\dfrac{3}{10}$である。

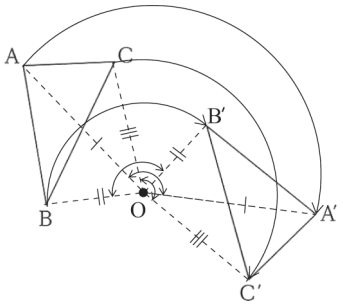
図１



問６　102°の大きさの内角ととなり合う外角の大きさは 180°－102°＝78°だから，外角の和より，
$\angle x=360°-(62°+78°+65°+85°)=70°$

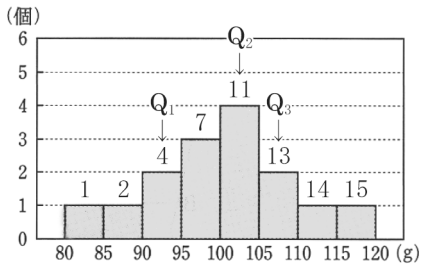
問７　△ABC を，点 O を回転の中心として回転移動させたものが△A′B′C′であるとき，OA＝OA′，OB＝OB′，OC＝OC′が成り立つ。よって，線分 AA′，BB′，CC′のうち，2 つの線分の垂直二等分線を作図し，その交点を O とすればよい。

図２



問８　**(1)** 第 1 四分位数を Q_1，第 2 四分位数を Q_2，第 3 四分位数を Q_3 と表すものとする。15 個のデータにおける四分位数はデータの小さい方から，Q_1 が 4 番目，Q_2 が 8 番目，Q_3 が 12 番目である。よって，ヒストグラムに各階級の累積度数と，Q_1，Q_2，Q_3 が含まれる階級を書き入れると**図３**のようになる。Q_1，Q_2，Q_3 が含まれる階級がすべて正しい箱ひげ図は**エ**である。

図３



これだけは！ 四分位数と箱ひげ図

データの散らばりの程度を調べたり，伝えたりするときは，四分位数や箱ひげ図を活用する。

①**四分位数**…(1)第２四分位数(中央値)，(2)第１四分位数，(3)第３四分位数の３つの値

(1)**第２四分位数**(中央値)…データの値を大きさの順に並べたときの中央の値

※データの総数が偶数のときは，中央にある２つのデータの値の平均を中央値とする。

(2)**第１四分位数**…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

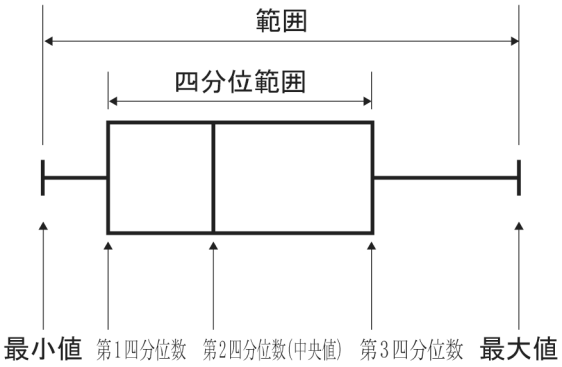
(3)**第３四分位数**…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

※前半部分や後半部分の総数が偶数のときは，中央にある２つのデータの値の平均を，それぞれ第１四分位数，第３四分位数とする。

②**範囲**…最大値と最小値の差

③**四分位範囲**…第３四分位数と第１四分位数の差

④**箱ひげ図**…下の図のように，最小値，第１四分位数，第２四分位数(中央値)，第３四分位数，最大値を１つの図にまとめたもの

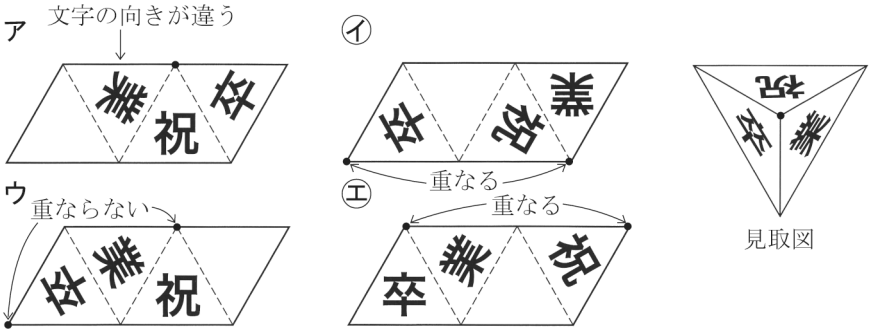


数-25-公-奈良-KS-02

2　【空間図形】

問１　**(1)** 見取り図で●をつけた頂点を，**ア**～**エ**の展開図にかき入れると**図１**のようになり，組み立てたときに●をつけた頂点が重なり，文字の向きが正しいものは**イ**，**エ**とわかる。

図１



(2) 次の条件をすべて満たすへこみのない多面体を正多面体という。

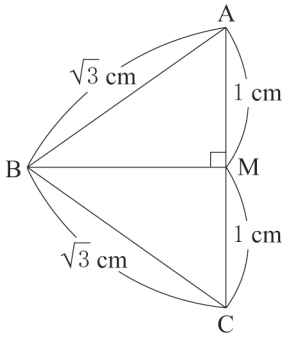
・すべての面が合同な正多角形である。

・どの頂点に集まる面の数も等しい。

正多面体には，正四面体，正六面体，正八面体，正十二面体，正二十面体の 5 種類しかないことが知られている。

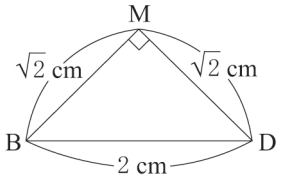
問2　**(1)** △ABC を取り出すと**図2**のようになる。△ABC は AB＝BC の二等辺三角形だから，∠AMB＝90°である。△ABM で三平方の定理より，$BM^2=AB^2-AM^2=(\sqrt{3})^2-1^2=2$　　BM＞0 より，$BM=\sqrt{2}$ cm
△ADC でも同様だから，$BM=DM=\sqrt{2}$ cm　…㋐

図2



△MBD の各辺の長さは**図3**のようになるから，
BM：DM：BD＝$\sqrt{2}$：$\sqrt{2}$：2＝1：1：$\sqrt{2}$ より，
△MBD は∠BMD＝90°の直角二等辺三角形である。　…㋑

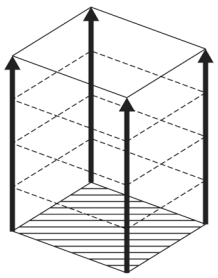
図3



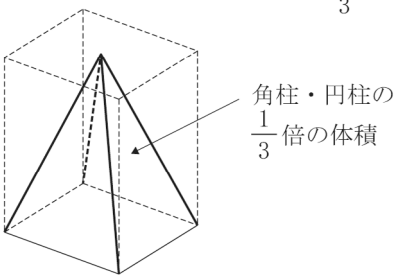
(2) **(1)**より，AC⊥BM，BM⊥DM だから，面 ABC と面 ACD は垂直である。よって，三角すい ABCD の底面を△ABC としたときの高さは DM だから，その体積は，$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{2}\right)\times\sqrt{2}=\frac{2}{3}$ (cm^3)

これだけは！ 角柱・円柱／角錐・円錐の体積

① 角柱・円柱の体積＝底面積×高さ



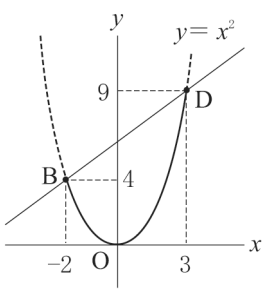
② 角錐・円錐の体積＝底面積×高さ×$\frac{1}{3}$（＝角柱・円柱の体積×$\frac{1}{3}$）



3　【関数のグラフと図形】

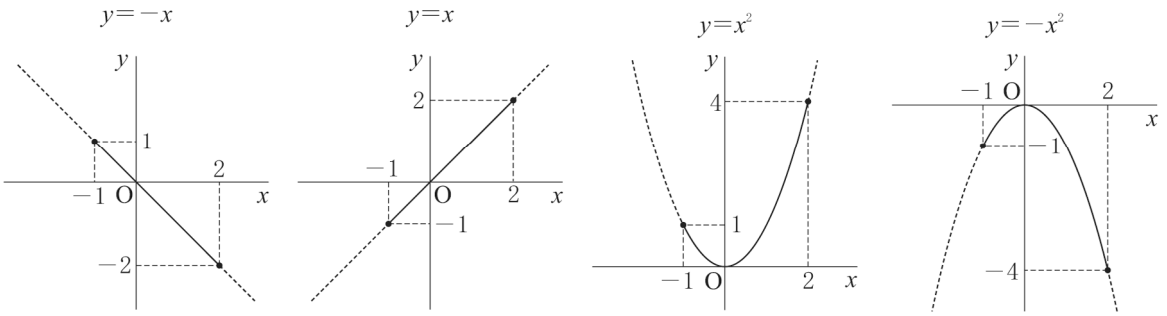
問1　2 点 B，C は y 軸について対称な点だから，点 B の x 座標は−2 である。$-2\leqq x\leqq3$ のときの関数 $y=x^2$ のグラフは，**図1**のように，放物線の点 B から点 D までの部分だから，y の変域は $0\leqq y\leqq9$ である。

図1



これだけは！ 変域の問題はグラフで考えよう！

例　$-1 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域



$-2 \leqq y \leqq 1$　　$-1 \leqq y \leqq 2$　　$0 \leqq y \leqq 4$　　$-4 \leqq y \leqq 0$

特に，関数 $y=ax^2$ の変域を求めるときに注意しよう。

問2　**図1**のように，B(−2，4)，D(3，9) より，その 2 点を通る直線の式を $y=ax+b$ とすると，$4=-2a+b$，$9=3a+b$ の 2 つの式を得る。これらを連立方程式として解くと，$a=1$，$b=6$ より，求める式は $y=x+6$ である。

これだけは！ 直線の式の求め方

①$y=ax+b$ とおく。
②その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「(x, y)：対応する x，y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

問3　点 P の x 座標が大きくなったときに，点 P が移動した点を P′とし，それにともなって点 Q が移動した点を Q′とする。

ア…**図2**のように，点 B と直線 AD との距離を表す線分を BE とすると，直線 AD 上の点は，点 E から離れるほど，点 B との距離が大きくなるから，BQ＜BQ′となる。よって，線分 BQ の長さは，点 P の x 座標が大きくなると，それにともなって大きくなる。

イ…**図3**のように，直線 AD と y 軸の交点を F とする。(直線 OP の傾き) ＜ (直線 OP′の傾き) だから，∠FOP＞∠FOP′となる。よって，∠AOP＝∠AOF＋∠FOP，∠AOP′＝∠AOF＋∠FOP′より，∠AOP＞∠AOP′だから，∠AOP の大きさは，点 P の x 座標が大きくなると，それにともなって小さくなる。よって，**イ**が答えである。

ウ…**図4**のように，(直線 BP の傾き) ＜ (直線 BP′の傾き) だから，直線 BP の傾きは，点 P の x 座標が大きくなると，それにともなって大きくなる。

エ…**図5**のように，点 B と直線 AD との距離を表す線分を BE とすると，△BCQ と△BCQ′は，底辺をともに BC としたときの高さ BE が共通である。よって，△BCQ の面積は，点 P の x 座標が大きくなっても，つねに一定である。

図2
ア

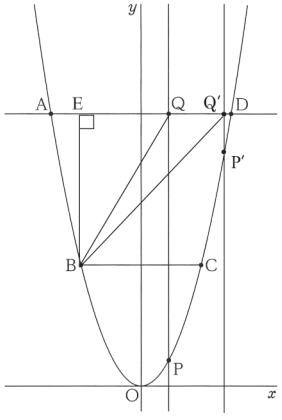


図3
イ

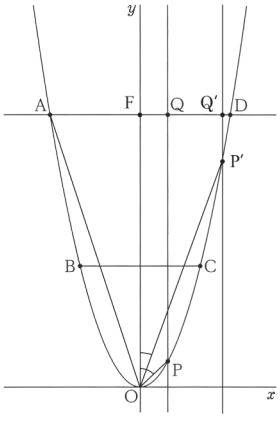


図4
ウ

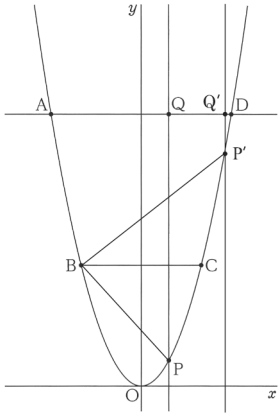
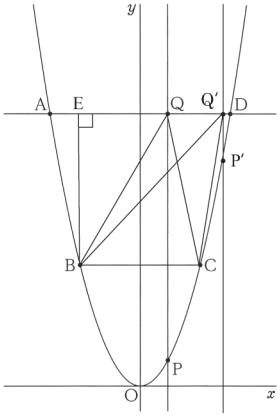
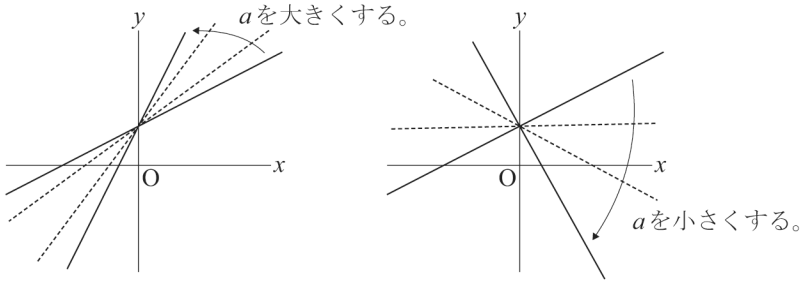


図5
エ

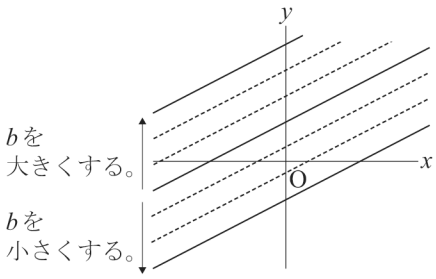


これだけは！ 一次関数のグラフの形

・傾き a の値によるグラフの変化



・切片 b の値によるグラフの変化



問4　点 P の x 座標を t とし，各点の座標を求めると A(−3，9)，B(−2，4)，C(2，4)，P(t，t^2)，Q(t，9) となる。

・点 P が点 C よりも左側（下側）にあるとき（$0<t<2$ のとき）

図6

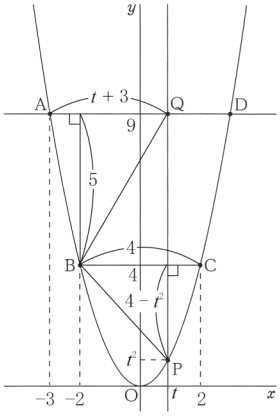


図6 より，$\triangle PBC=\frac{1}{2}\times\{2-(-2)\}\times(4-t^2)=8-2t^2$,

$\triangle ABQ=\frac{1}{2}\times\{t-(-3)\}\times(9-4)=\frac{5}{2}(t+3)$

よって，$\triangle PBC=\frac{4}{5}\triangle ABQ$ より，$8-2t^2=\frac{4}{5}\times\frac{5}{2}(t+3)$

これを整理すると，$t^2+t-1=0$　　これを解くと，$t=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$ であり，$0<t<2$ より，$t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

・点 P が点 C よりも右側（上側）にあるとき（$t>2$ のとき）

図7

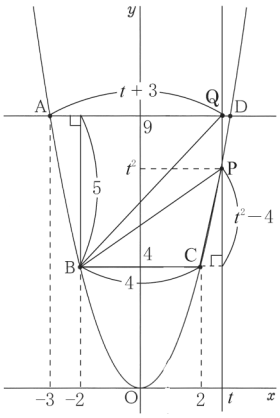


図7 より，$\triangle PBC=\frac{1}{2}\times\{2-(-2)\}\times(t^2-4)=2t^2-8$,

$\triangle ABQ=\frac{1}{2}\times\{t-(-3)\}\times(9-4)=\frac{5}{2}(t+3)$

よって，$\triangle PBC=\frac{4}{5}\triangle ABQ$ より，$2t^2-8=\frac{4}{5}\times\frac{5}{2}(t+3)$

これを整理すると，$t^2-t-7=0$　　これを解くと，$t=\frac{-1\pm\sqrt{29}}{2}$ であり，$t>2$ より，$t=\frac{-1+\sqrt{29}}{2}$

以上のことから，$t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$，$\frac{-1+\sqrt{29}}{2}$

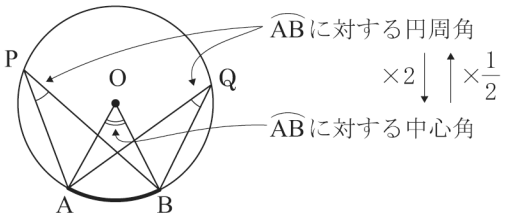
4 【平面図形】

問1　円周角の定理や，半円の弧に対する円周角が 90°であることから，2 組の角がそれぞれ等しいことを示す。

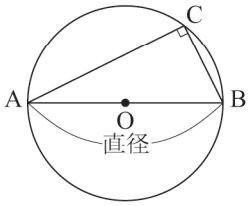
問2　△ABF の内角の和より，∠BAC＝180°－(∠AFB＋∠ABD)＝180°－(90°＋a°)＝90°－a°
$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいから，∠BEC＝∠BAC＝90°－a°

これだけは！ 円周角の定理

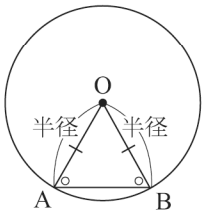
円Oで，$\overset{\frown}{AB}$を除いた円周上に点Pをとるとき，
・∠APBを，$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角という。
・∠AOBを，$\overset{\frown}{AB}$に対する中心角という。
また，次の円周角の定理が成り立つ。
・1つの弧に対する円周角の大きさは，その弧に対する中心角の大きさの半分である。
・同じ弧に対する円周角の大きさは等しい。



※必ず「どの弧に着目しているか」を考えよう。
また，以下の円周角のよく出るパターンに気をつけよう。
・半円の弧に対する円周角は，直角である。
特に，直径が与えられているときはよく使う。

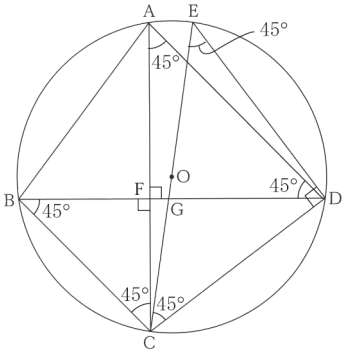


・2つの半径と弦でできる三角形は，二等辺三角形である。



問3　**(1)** 半円の弧に対する円周角より，∠CDE＝90°
仮定より，∠DCE＝45°
よって，△CDE は直角二等辺三角形だから，∠CED＝45°
$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角は等しいから，
∠CAD＝∠CBD＝∠CED＝45°
よって，△AFD と△BCF も直角二等辺三角形である。(**図1**)
△CDE の辺の比より，$CD=\frac{1}{\sqrt{2}}CE=\frac{1}{\sqrt{2}}\times 10=5\sqrt{2}$(cm)
△BCF の辺の比より，$BF=CF=\frac{1}{\sqrt{2}}BC=\frac{1}{\sqrt{2}}\times 6=3\sqrt{2}$(cm)

図1



△FCD で三平方の定理より，$FD^2=CD^2-CF^2=(5\sqrt{2})^2-(3\sqrt{2})^2=32$
FD＞0 より，FD＝$4\sqrt{2}$(cm)
△AFD の等辺より，AF＝FD＝$4\sqrt{2}$ cm

(2) 中心 O から弦 BD に垂線 OH をおろすと，点 H は弦 BD の中点だから，BD＝BF＋FD＝$3\sqrt{2}+4\sqrt{2}=7\sqrt{2}$(cm) より，
$DH=\frac{1}{2}BD=\frac{7\sqrt{2}}{2}$(cm)
半径 OD の長さは，直径 CE の長さの半分だから，OD＝5 cm
△OHD で三平方の定理より，
$OH^2=OD^2-DH^2=5^2-\left(\frac{7\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$
OH＞0 より，$OH=\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm

図2

