H27　大分県　公立　数学　問題

数-15-公-大分-問-01

1　次の**問１**～**問７**に答えなさい。

問１　次の(1)～(5)の計算をしなさい。

(1)　$3-12$

(2)　$2\times(-3)^2-2^2$

(3)　$3(2a-3b)-(a-5b)$

(4)　$x^4y^3\div x^2y^2\times x^2y$

(5)　$\sqrt{20}+2\sqrt{5}-\sqrt{45}$

問２　次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases}7x-4y=2\\5x-2y=4\end{cases}$$

問３　２次方程式 $(x+1)(x-6)+9=0$　を解きなさい。

問４　大小２つのさいころを同時に１回投げ，大きいさいころの出る目の数を十の位の数，小さいさいころの出る目の数を一の位の数として，２けたの整数をつくる。

このとき，つくられる２けたの整数が８の倍数となる確率を求めなさい。

ただし，大小２つのさいころのそれぞれについて，１から６までのどの目が出ることも，同様に確からしいものとする。

問５　下の資料は，ある中学校の生徒 11 人の 1 か月間に読んだ本の冊数を示したものであり，中央値（メジアン）と平均値が等しい。

資料の $\boxed{a}$ に適する数を求めなさい。

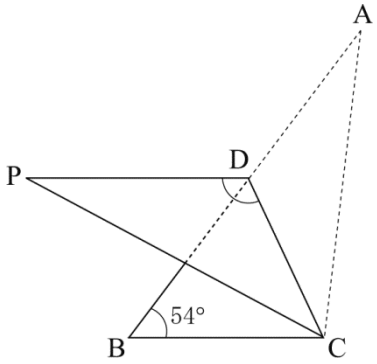
ただし，$\boxed{a}$ に適する数は自然数とする。

読んだ本の冊数(冊)

3	6	1	4	5	1	2	4	$\boxed{a}$	1	2

問６　右の図のように，∠ABC＝54°である△ABC の辺 AB 上に点 D をとり，線分 CD を折り目として△ABC を折り返し，頂点 A が移った点を P とする。

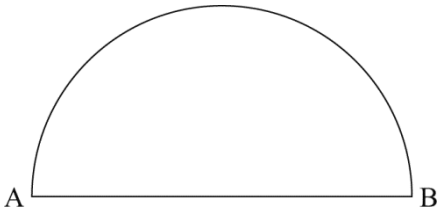
PD // BC のとき，∠PDC の大きさを求めなさい。



問７　下の図のように，線分 AB を直径とする半円がある。

$\overset{\frown}{AB}$上に点 P をとり，∠PAB＝15°となる線分 AP を作図しなさい。

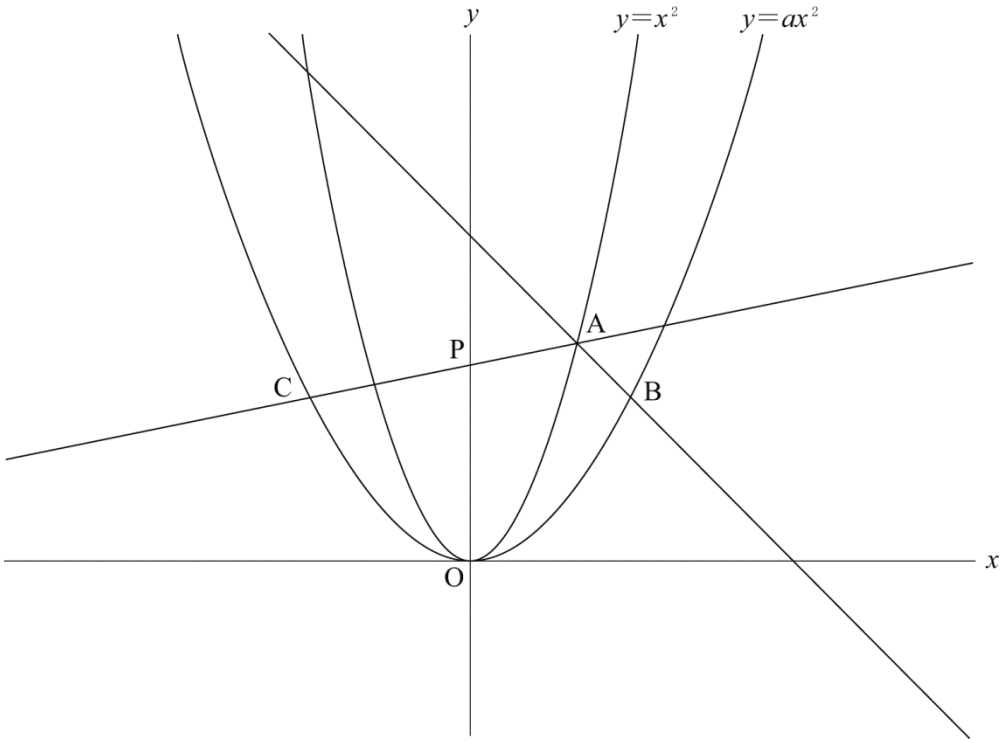
ただし，作図には定規とコンパスを用い，作図に使った線は消さないこと。



数-15-公-大分-問-02

2 下の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に点 A があり，関数 $y=ax^2$ $(a>0)$のグラフ上に 2 点 B，C がある。点 A の x 座標は 2，点 B の座標は (3，3) であり，点 B と点 C の y 座標は等しい。また，直線 AC と y 軸との交点を P とする。

次の**問１～問３**に答えなさい。

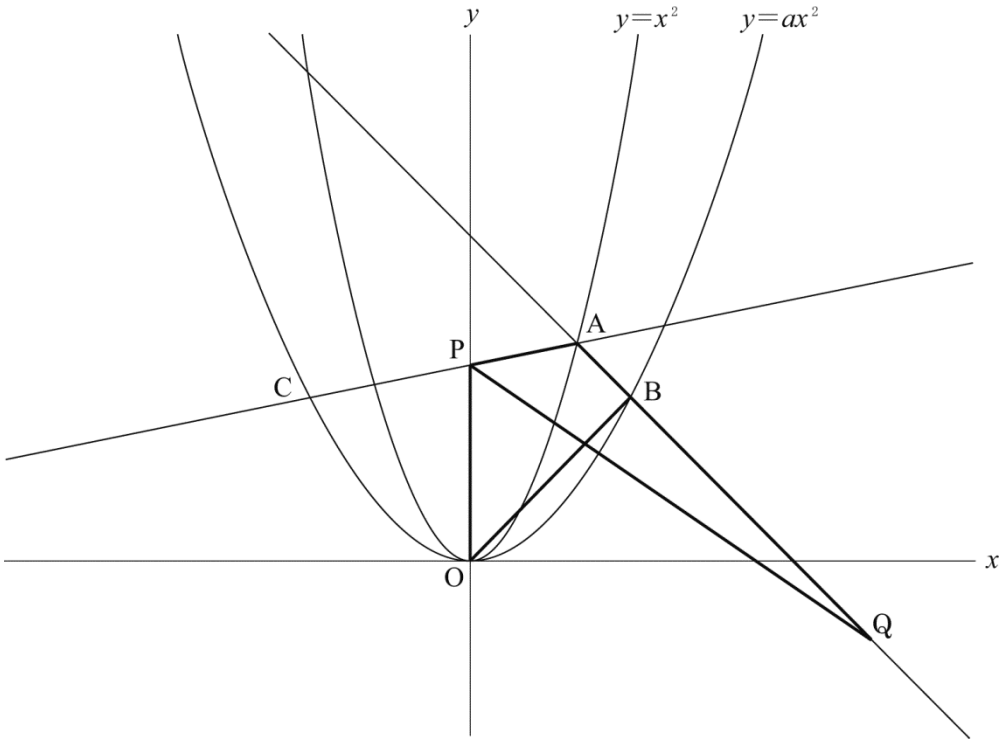


問１　a の値を求めなさい。

問２　直線 AB の式を求めなさい。

問３　下の図のように，直線 AB 上に点 Q をとり，△APQ の面積が四角形 OBAP の面積と等しくなるようにするとき，点 Q の y 座標を求めなさい。

ただし，点 Q の y 座標は負とする。



3 冬などの空気が乾燥しやすい季節に，室内の湿度を上げるために使用する電気機器として「加湿器」がある。加湿器は，加湿器のタンクの中に入れた水を外に放出することによって室内の湿度を上げる。

図１の加湿器 A には，「強」「中」「弱」の設定があり，どの設定の場合も，それぞれ一定の割合で水を放出する。1 時間あたりの水の放出量は，「強」の設定では 0.7 L，「弱」の設定では 0.3 L である。たとえば，加湿器 A のタンクの中に 3 L の水が入っている状態から「弱」の設定だけで運転を続けると，運転を開始してからちょうど 10 時間後にタンクの中の水がなくなるということになる。

また，加湿器 A のタンクの中に 3.8 L の水が入っている状態から，最初に「強」の設定で 4 時間の運転を続けた後，「中」の設定に切り替えてそのまま運転を続けたところ，運転を開始してからちょうど 6 時間後にタンクの中の水がなくなった。このとき，運転を開始してから x 時間後の加湿器 A のタンクの中の水の量を y L として，x と y の関係をグラフに表すと**図２**のようになった。

次の**問１**～**問３**に答えなさい。

図１ 加湿器 A

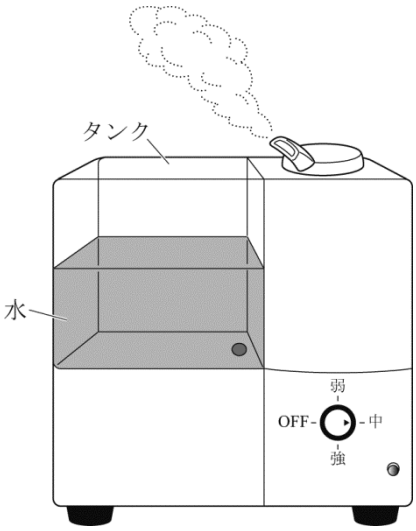
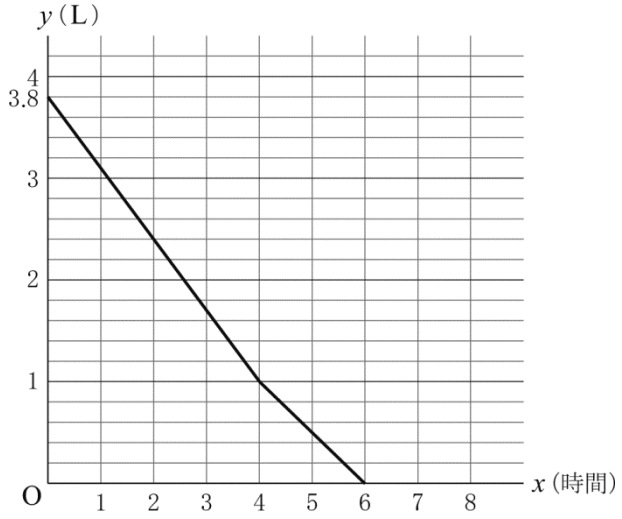


図２



問１ 加湿器 A の「中」の設定での 1 時間あたりの水の放出量は何 L か，求めなさい。

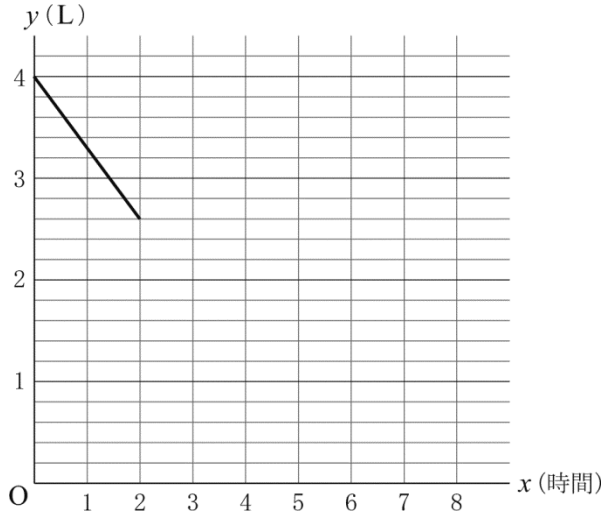
問２　加湿器Ａのタンクの中に４Ｌの水が入っている状態で，運転を開始した。

最初に「強」の設定で 2 時間の運転を続けた後，「中」の設定に切り替えてしばらく運転し，最後に「弱」の設定に切り替えて運転を続けたところ，運転を開始してからちょうど８時間後に加湿器Ａのタンクの中の水がなくなった。

図３は，運転を開始してから x 時間後の加湿器Ａのタンクの中の水の量を y Ｌとして，x の変域が $0 \leqq x \leqq 2$ のときの x と y の関係を表すグラフである。

x の変域が $2 \leqq x \leqq 8$ のときの x と y の関係を表すグラフを**図３**にかき入れるとどうなるか，解答欄の**図３**にかき入れなさい。

図３



問３　加湿器Ａのタンクの中に４Ｌの水が入っている状態で，運転を開始した。

最初に「強」の設定で 2 時間の運転を続けた後，「中」の設定に切り替えてしばらく運転し，加湿器Ａのタンクの中の水の量がちょうど１ Ｌになったとき，「弱」の設定に切り替えて，タンクの中の水がなくなるまで運転を続けた。

このとき，加湿器Ａのタンクの中の水がなくなるのは，運転を開始してから何時間何分後か，求めなさい。

4 次の会話は，連続する 5 つの自然数について，中学生のゆうかさんと兄である高校生のけんじさんが交わしたものである。

会話を読んで，**問１～問３**に答えなさい。

けんじさん：今から，数あてをするよ。
連続する 5 つの自然数を何でもいいから頭に思い浮かべてみて。

ゆうかさん：思い浮かべたわ。

けんじさん：その 5 つの自然数のうち，もっとも大きい自然数と 2 番目に大きい自然数の積からもっとも小さい自然数と 2 番目に小さい自然数の積をひいてみて。
計算が終わったら，その結果を教えて。

ゆうかさん：計算結果は，42 になったわ。

けんじさん：ということは，ゆうかが思い浮かべた連続する 5 つの自然数は，5，6，7，8，9 だね。

ゆうかさん：どうしてわかったの？

けんじさん：連続する 5 つの自然数について，いつでも成り立つことがらを利用したんだ。
たとえば，連続する 5 つの自然数として，2，3，4，5，6 を考えた場合，もっとも大きい自然数と 2 番目に大きい自然数の積からもっとも小さい自然数と 2 番目に小さい自然数の積をひくと，「$6\times5-2\times3=24$」となるよね。
10，11，12，13，14 の場合は，「$14\times13-10\times11=72$」だ。
ゆうかの計算結果やこれらの計算結果と，それぞれの場合の真ん中の自然数との関係を調べると，連続する 5 つの自然数について，何か成り立つことがらを予想できないかな？

ゆうかさん：えーっと，次のように予想できるわ。

［ゆうかさんの予想］
連続する 5 つの自然数について，もっとも大きい自然数と 2 番目に大きい自然数の積からもっとも小さい自然数と 2 番目に小さい自然数の積をひいた差は，真ん中の自然数の［ア］倍になる。

けんじさん：うん。ゆうかの予想は正しいよ。ぼくも，ゆうかが予想したことがらを利用して，連続する 5 つの自然数をあてることができたんだ。
ゆうかの予想したことがらが，いつでも成り立つことを，連続する 5 つの自然数のうち，もっとも小さい自然数を n として，説明してごらん。

問１　会話の中で，けんじさんが言ったように，［ゆうかさんの予想］はいつでも成り立つ。
会話の中の［ア］に適する数を入れ，［ゆうかさんの予想］を完成させなさい。

問２　下の［説明］は，会話の中の［ゆうかさんの予想］がいつでも成り立つことを，連続した 5 つの自然数のうち，もっとも小さい自然数を n として説明したものである。

下の［イ］に続きを書き，［説明］を完成させなさい。

［説明］

連続する 5 つの自然数のうち，もっとも小さい自然数を n とすると，

［イ］

問３　ゆうかさんは，けんじさんから教えてもらったことを参考にして，**連続する 5 つの奇数**について成り立つことがらを見つけて，友人のひろ子さんに，次の質問をした。

［ゆうかさんがひろ子さんにした質問］

連続する 5 つの奇数を頭に思い浮かべてください。

その 5 つの奇数のうち，もっとも大きい奇数と 2 番目に大きい奇数の積からもっとも小さい奇数と 2 番目に小さい奇数の積をひいて，その計算結果を教えてください。

ひろ子さんからは，「計算結果は，156 になったわ。」と返事があった。

ひろ子さんの計算結果が正しいものとして，ひろ子さんが思い浮かべた連続する 5 つの奇数を小さい順に書きなさい。

5 図１のように，AD // BC である台形 ABCD があり，AB＝10 cm，AD＝5 cm，BC＝15 cm，∠BAD＝90° である。点 M は，辺 CD の中点であり，点 N は，点 M から辺 BC にひいた垂線と辺 BC との交点である。

図２は，図１の台形 ABCD を，線分 BD，線分 BM，線分 MN で折り曲げてできる三角すいである。また，図１の点 C，点 N は，図２の三角すいにおいて，点 D，点 A とそれぞれ重なっている。

次の問１～問４に答えなさい。

図１

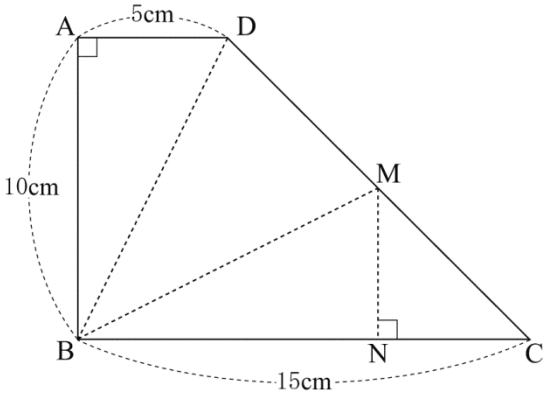
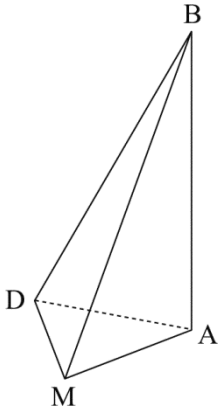


図２



問１　図２の三角すいにおいて，辺 AD とねじれの位置にある辺を答えなさい。

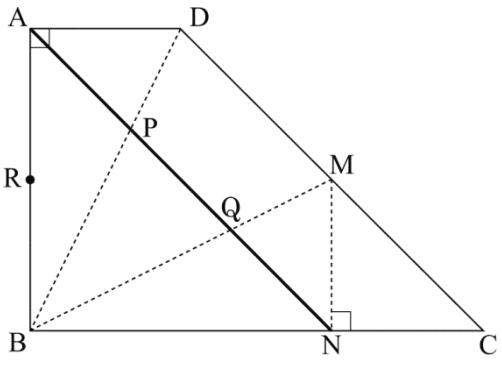
問２　図２の三角すいの体積を求めなさい。

問３　図２の三角すいにおいて，△BDM を底面としたときの高さを求めなさい。

問４　図３のように，図１の台形 ABCD において，線分 AN と線分 BD，線分 BM との交点をそれぞれ P，Q とし，辺 AB の中点を R とする。

このようにして定めた 3 点 P，Q，R を図２の三角すいの辺上にとり，3 点 P，Q，R を通る平面で図２の三角すいを切ったとき，点 B をふくむ方の立体の体積を求めなさい。

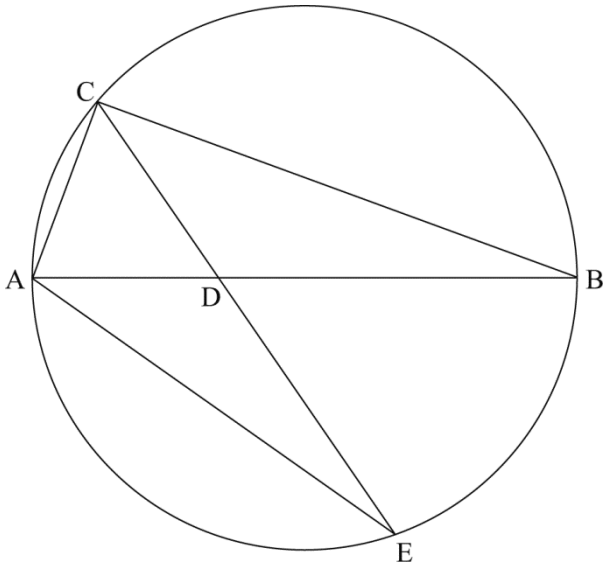
図３



数-15-公-大分-問-06

6 下の図のように，半径 6 cm の円の周上に 3 点 A，B，C をとる。このとき，線分 AB は円の直径であり，線分 BC の長さは $8\sqrt{2}$ cm である。また，線分 AB 上に AC＝AD となる点 D をとり，線分 CD の延長と円との交点を E とする。

次の**問１～問３**に答えなさい。

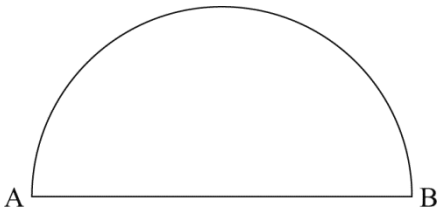


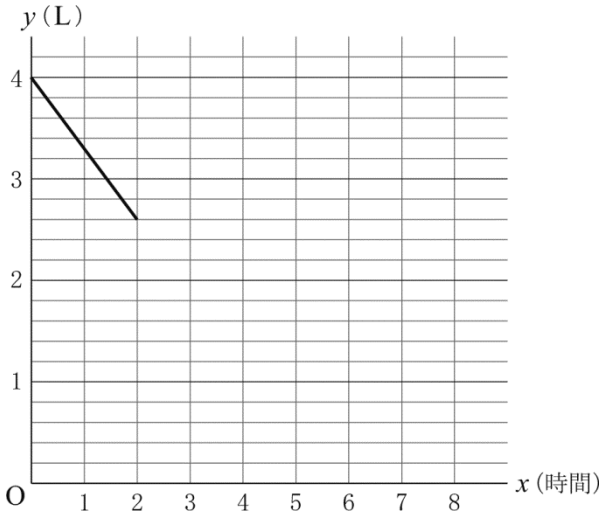
問１　△AED∽△CBD であることを証明しなさい。

問２　線分 BD の長さを求めなさい。

問３　線分 CE の長さを求めなさい。

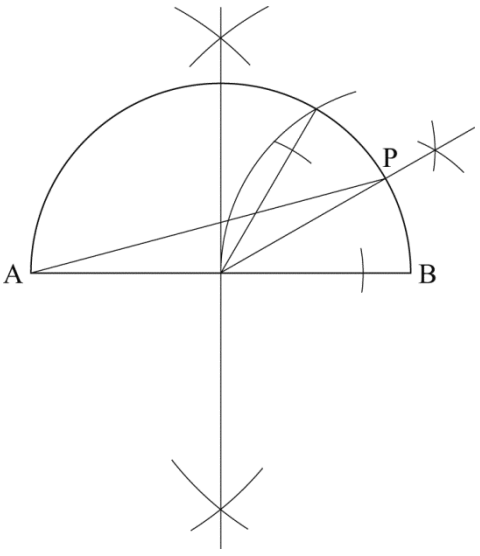
数学　解答用紙

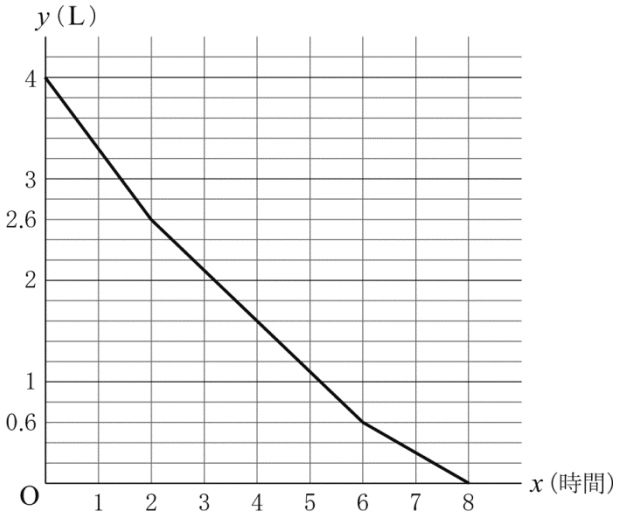
	問題番号		解答		配点	備考
数-15-公-大分-K2-01	1	問1	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
			(5)			
		問2	$x=$　　，$y=$			
		問3	$x=$			
		問4				
		問5	$a=$			
		問6	∠PDC＝　　度			
		問7				
数-15-公-大分-K2-02	2	問1	$a=$			
		問2				
		問3	(y 座標)			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−大分−XY−03	3	問１	(L)		
		問２	図３  		
		問３	（　　）時間（　　）分後		
数−15−公−大分−XY−04	4	問１	ア　(倍)		
		問２	〔説明〕 連続する 5 つの自然数のうち，もっとも小さい自然数を n とすると， イ		
		問３	(ひろ子さんが思い浮かべた連続する 5 つの奇数) ，　　，　　，　　，		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-15-公-大分-KY-05	5	問１	(辺)		
		問２	(cm^3)		
		問３	(cm)		
		問４	(cm^3)		
数-15-公-大分-KY-06	6	問１	〔証明〕		
		問２	(cm)		
		問３	(cm)		

数学　解答

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数−15−公−大分−大−01	1	問１	(1)	-9	2	
			(2)	14	2	
			(3)	$5a-4b$	2	
			(4)	x^4y^2	2	
			(5)	$\sqrt{5}$	2	
		問２		$x=2,\ y=3$	2	
		問３		$x=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{2}$	2	
		問４		$\dfrac{5}{36}$	2	
		問５		$a=4$	2	
		問６		$\angle PDC=117$　(度)	2	
		問７		(解答例)  	3	
数−15−公−大分−大−02	2	問１		$a=\dfrac{1}{3}$	1	
		問２		$y=-x+6$	2	
		問３		(y 座標)　$-\dfrac{3}{2}$	3	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−I5−公−大分−K−03	3	問１	0.5 (L)	2	
		問２	図３  	2	
		問３	(　8　) 時間 (　32　) 分後	3	
数−I5−公−大分−K−04	4	問１	ア　6 (倍)	2	
		問２	〔説明〕 連続する 5 つの自然数のうち，もっとも小さい自然数を n とすると， イ (解答例) 連続する 5 つの自然数は，小さい方から順に n，$n+1$，$n+2$，$n+3$，$n+4$ と表すことができる。このとき，もっとも大きい自然数と 2 番目に大きい自然数の積からもっとも小さい自然数と 2 番目に小さい自然数の積をひいた差は， $(n+4)(n+3)-n(n+1)$ $=n^2+7n+12-n^2-n$ $=6n+12$ $=6(n+2)$ となるから，真ん中の自然数の 6 倍である。 したがって，もっとも大きい自然数と 2 番目に大きい自然数の積からもっとも小さい自然数と 2 番目に小さい自然数の積をひいた差は，真ん中の自然数の 6 倍になる。	4	
		問３	(ひろ子さんが思い浮かべた連続する 5 つの奇数) 9，11，13，15，17	2	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-I5-公-大分-大-05	5	問１	(辺)　BM	1	
		問２	$\frac{125}{3}$　(cm^3)	2	
		問３	$\frac{10}{3}$　(cm)	2	
		問４	$\frac{250}{27}$　(cm^3)	3	
数-I5-公-大分-大-06	6	問１	〔証明〕 (解答例) △AED と△CBD において， 対頂角は等しいから， ∠ADE＝∠CDB　……① $\overset{\frown}{AC}$に対する円周角は等しいから， ∠AED＝∠CBD　……② ①，②から，2 組の角がそれぞれ等しいから， △AED∽△CBD	3	
		問２	8　(cm)	2	
		問３	$\frac{20\sqrt{3}}{3}$　(cm)	3	

数-15-公-大分-KS-01

1　**問1**　(1) $3-12=-(12-3)=-9$

(2) $2\times(-3)^2-2^2=2\times9-4=18-4=14$

(3) $3(2a-3b)-(a-5b)=6a-9b-a+5b=5a-4b$

(4) $x^4y^3\div x^2y^2\times x^2y=\dfrac{x^4y^3\times x^2y}{x^2y^2}=x^4y^2$

(5) $\sqrt{20}+2\sqrt{5}-\sqrt{45}=2\sqrt{5}+2\sqrt{5}-3\sqrt{5}=\sqrt{5}$

問2　$7x-4y=2\cdots①$　$5x-2y=4\cdots②$とする。①−②×2 より，$-3x=-6$　$x=2$　これを①に代入して，$14-4y=2$　$-4y=-12$　$y=3$

問3　$(x+1)(x-6)+9=0$　$x^2-5x-6+9=0$　$x^2-5x+3=0$　解の公式を利用して，

$x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times3}}{2\times1}=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{2}$

問4　大小 2 つのさいころの目の出方は全部で 36 通り。そのうち，つくられる 2 けたの整数が 8 の倍数となるのは，(大，小)=(1，6)，(2，4)，(3，2)，(5，6)，(6，4)の 5 通り。よって，求める確率は，$\dfrac{5}{36}$

問5　(平均値)$=(1\times3+2\times2+3\times1+4\times2+5\times1+6\times1+a\times1)\div11=\dfrac{29+a}{11}$　a は自然数で，生徒数は 11 人より，中央値も自然数である。よって，平均値も自然数である。$a=4$ とすると，中央値も平均値も 3 となり，問題に合う。

問6　PD // BC より，$\angle PDB=\angle CBD=54^\circ$　折り返した角より，$\angle BDC=(180^\circ-54^\circ)\div2=63^\circ$
よって，$\angle PDC=54^\circ+63^\circ=117^\circ$

問7　AB の垂直二等分線と AB との交点が円の中心である。この点を O とし，正三角形 OBQ となる点 Q を弧 AB 上にとる。さらに，∠BOQ の二等分線をひき，弧 AB との交点を P とする。このとき，$\angle BOP=30^\circ$ より，円周角の定理から，$\angle PAB=15^\circ$ となる。

数-15-公-大分-KS-02

2　**問1**　点 B(3，3) は，$y=ax^2$ 上の点より，$3=a\times3^2$　$a=\dfrac{1}{3}$

問2　点 A は $y=x^2$ 上の点で，x 座標は 2 より，$y=2^2=4$　A(2，4)　直線 AB の式を $y=mx+n$ とすると，2 点 A(2，4)，B(3，3) を通るから，傾き m は，$m=\dfrac{3-4}{3-2}=-1$　したがって，$y=-x+n$
この直線は点(3，3) を通るから，$x=3$，$y=3$ を代入して整理すると，$n=6$
よって，$y=-x+6$

問3　C は点 B と y 軸について対称な点になるから C(−3，3)　直線 AC の式を $y=px+q$ とすると，2 点 A(2，4)，C(−3，3) を通るから，傾き p は，$p=\dfrac{4-3}{2-(-3)}=\dfrac{1}{5}$　したがって，$y=\dfrac{1}{5}x+q$
この直線は点(2，4) を通るから，$x=2$，$y=4$ を代入して整理すると，$q=\dfrac{18}{5}$　よって，求める式は $y=\dfrac{1}{5}x+\dfrac{18}{5}$ となるから，$P\left(0,\ \dfrac{18}{5}\right)$　直線 AQ と y 軸との交点を R とすると，R(0，6)
△APQ=(四角形 OBAP の面積)のとき，△PQR=△BOR　Q の x 座標を t とすると，
$\triangle PQR=\dfrac{1}{2}\times\left(6-\dfrac{18}{5}\right)\times t=\dfrac{6}{5}t$　$\triangle BOR=\dfrac{1}{2}\times6\times3=9$　よって，$\dfrac{6}{5}t=9$　$t=\dfrac{15}{2}$　点 Q は $y=-x+6$ 上の点より，$y=-\dfrac{15}{2}+6=-\dfrac{3}{2}$

数-15-公-大分-KS-03

3　**問1**　グラフより，「中」の設定では，2 時間で 1L の水を放出しているので，1 時間では $1\div2=0.5$(L)

問２　「中」で a 時間とすると，「小」は $8-2-a=6-a$(時間)　放出した水の量の合計が 4L より，$0.7\times2+0.5a+0.3(6-a)=4$　これを解いて，$a=4$　よって，「中」で 4 時間，$0.5\times4=2$(L) 放出し，「小」で $6-4=2$(時間)，$0.3\times2=0.6$(L) 放出する。これより，グラフの(2，2.6)，(6，0.6)，(8，0) を折れ線で結ぶ。

問３　4L の水を最初に「強」で 2 時間放出すると，$4-0.7\times2=2.6$(L)　$2.6-1=1.6$(L) を「中」で放出するのにかかる時間は，$1.6\div0.5=\dfrac{16}{5}$(時間)　1L の水を「弱」で放出するのにかかる時間は，$1\div0.3=\dfrac{10}{3}$(時間)　よって，タンクの水がなくなるのは，$2+\dfrac{16}{5}+\dfrac{10}{3}=8\dfrac{8}{15}$(時間)　よって，8 時間 32 分後。

数-15-公-大分-KS-04

4　**問１**　連続する 5 つの自然数が 2，3，4，5，6 のとき，$6\times5-2\times3=24=4\times6$　連続する 5 つの自然数が 10，11，12，13，14 のとき，$14\times13-10\times11=72=12\times6$　よって，真ん中の数の 6 倍になると予想される。

問２　連続する 5 つの自然数のうち，もっとも小さい自然数を n として連続する 5 つの自然数を表すと，n，$n+1$，$n+2$，$n+3$，$n+4$ と表せる。このとき，もっとも大きい自然数と 2 番目に大きい自然数の積は，$(n+4)(n+3)$，小さい自然数と 2 番目に小さい自然数の積は，$n(n+1)$ となり，その積の差は，$(n+4)(n+3)-n(n+1)=n^2+7n+12-n^2-n=6n+12=6(n+2)$　$n+2$ は真ん中の大きさの自然数だから，積の差の 6 倍になると説明できる。

問３　連続する 5 つの奇数を，$2n-1$，$2n+1$，$2n+3$，$2n+5$，$2n+7$ とする。もっとも大きい奇数と 2 番目に大きい奇数の積からもっとも小さい奇数と 2 番目に小さい奇数の積をひくと，$(2n+7)(2n+5)-(2n-1)(2n+1)=4n^2+24n+35-4n^2+1=24n+36=12(2n+3)$　よって，真ん中の数の 12 倍になるから，計算結果が 156 のとき，$156\div12=13$ より，連続する 5 つの奇数は，9，11，13，15，17

数-15-公-大分-KS-05

5　**問１**　辺 AD とねじれの位置にある辺は，交わらず，平行でもないものだから，辺 BM

問２　展開図において，点 D から辺 BC に垂線をひき，交点を H とする。MN // DH より，MN : DH = CM : CD　MN : 10 = 1 : 2　2MN = 10　MN = 5(cm)　よって，求める三角すいの体積は，$\dfrac{1}{3}\times\triangle ADM\times AB=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times5\times5\times10=\dfrac{125}{3}$(cm^3)

問３　展開図において，CM = DM より，$\triangle BDM=\dfrac{1}{2}\triangle DBC=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times15\times10=\dfrac{75}{2}$(cm^2)　組み立てた三角すいにおいて，△BDM を底面としたときの高さを h cm とすると，$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{75}{2}\times h=\dfrac{125}{3}$ より，$h=\dfrac{10}{3}$(cm)

問４　AD // BN より BP : PD = BN : DA = 10 : 5 = 2 : 1　四角形 ANCD は AD // NC，AD = NC より，平行四辺形である。よって，AN // DC　△BPQ∽△BDM だから，BP : BD = 2 : 3 より，△BPQ : △BDM = 4 : 9　よって，$\triangle BPQ=\dfrac{4}{9}\triangle BDM$　また，点 R は辺 AB の中点だから，点 R から面 BDM にひいた垂線の長さは点 A から面 BDM にひいた垂線の長さの $\dfrac{1}{2}$　したがって，求める三角すい BPQR の体積は，三角すい ABDM の体積の $\dfrac{4}{9}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{2}{9}$(倍)　したがって，$\dfrac{125}{3}\times\dfrac{2}{9}=\dfrac{250}{27}$(cm^3)

数-15-公-大分-KS-06

6　**問１**　等しい弧に対する円周角が等しいことや対頂角が等しいことを利用して，相似を導く。

問２　線分 AB は直径より，∠ACB＝90°　△ABC において，三平方の定理より，AC＝$\sqrt{12^2-(8\sqrt{2})^2}$ ＝4(cm)　AD＝AC＝4 cm より，BD＝12－4＝8(cm)

問３　点 D から辺 BC に垂線をひき，交点を H とする。△BAC において，DH // AC より，

DH：AC＝BD：BA　DH：4＝8：12　DH＝$\frac{8}{3}$(cm)　同様に BH：BC＝BD：BA　BH：$8\sqrt{2}$ ＝8：12　BH＝$\frac{16\sqrt{2}}{3}$(cm)　CH＝$8\sqrt{2}-\frac{16\sqrt{2}}{3}=\frac{8\sqrt{2}}{3}$(cm)　△CDH において，三平方の定理より，CD＝$\sqrt{\left(\frac{8}{3}\right)^2+\left(\frac{8\sqrt{2}}{3}\right)^2}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$(cm)　△ACD と△EDB は相似だから，AC：ED＝CD：DB

4：ED＝$\frac{8\sqrt{3}}{3}$：8　ED＝$4\sqrt{3}$(cm)　よって，CE＝$\frac{8\sqrt{3}}{3}+4\sqrt{3}=\frac{20\sqrt{3}}{3}$(cm)