R７　岡山県　公立　数学　問題

数-25-公-岡山-問-01

1　次の**問１**～**問４**の計算をしなさい。**問５**～**問 11** は指示に従って答えなさい。

問１　$-3-(-4)$

問２　$(-6ab)\times\frac{2}{3}b$

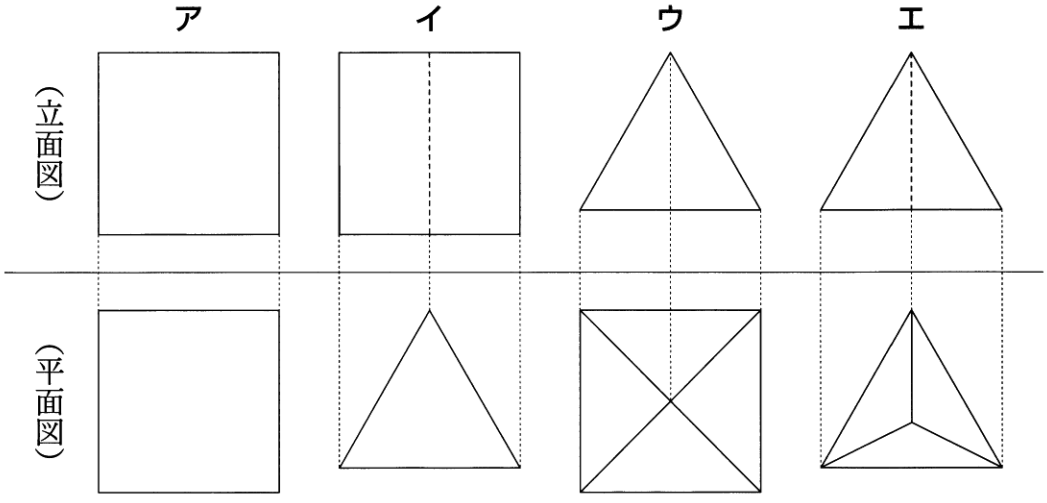
問３　$5(a-2b)+4(2a+b)$

問４　$(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})$

問５　方程式 $(x+3)^2=7x+15$ を解きなさい。

問６　n は 2 以上 20 以下の自然数とします。$\sqrt{3(2n+1)}$ の値が自然数となるような n の値を求めなさい。

問７　四角錐（すい）の投影図として最も適当なのは，**ア**～**エ**のうちではどれですか。一つ答えなさい。



※上の投影図では、実際に見える辺を実線 ―― で、見えない辺を破線 ------- で示している。

問８　y が x に反比例するものは，**ア**～**エ**のうちではどれですか。当てはまるものをすべて答えなさい。

ア　分速 x m で 30 分歩いたときに進んだ道のり y m

イ　面積が 20 cm^2 の三角形の底辺 x cm と高さ y cm

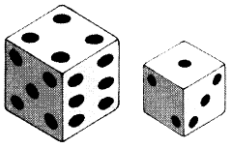
ウ　100 cm のひもを x 等分したときの 1 本の長さ y cm

エ　半径が x cm の円周の長さ y cm

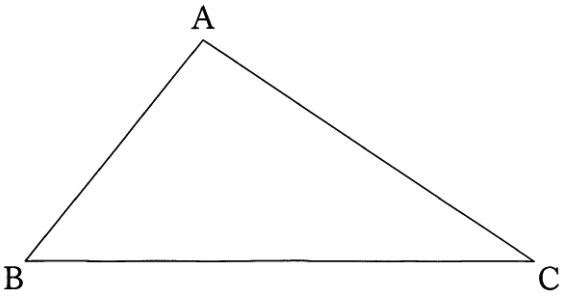
問９　次のことがらについて，内容の正誤を判断しなさい。正しい場合には，解答用紙の「正」を○で囲み，方眼には何もかかないようにしなさい。誤っている場合には，解答用紙の「誤」を○で囲み，方眼を利用して反例となる四角形を一つかきなさい。

四つの辺がすべて等しい四角形は，正方形である。

問 10　大小二つのさいころを同時に投げるとき，出た目の数の和が 12 の約数となる確率を求めなさい。ただし，さいころの 1 から 6 までの目の出方は，同様に確からしいものとします。

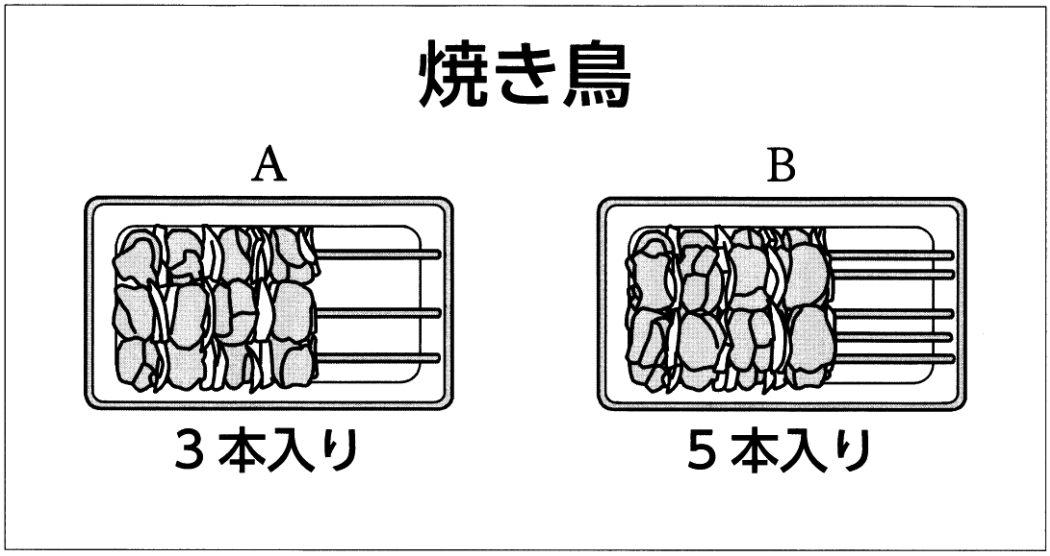


問 11　図のような△ABC において，辺 BC を底辺とみたときの高さを AH とするとき，辺 BC 上の点 H を定規とコンパスを使って作図しなさい。作図に使った線は残しておきなさい。



数-25-公-岡山-問-02

2 花子さんの家の近所にある焼き鳥屋では，図に示すように，焼き鳥 3 本入りの商品 A と 5 本入りの商品 B の 2 種類の商品が販売されています。**問１**，**問２**に答えなさい。



問１　焼き鳥 3 本入りの商品 A と 5 本入りの商品 B を合わせて 160 個用意したとき，焼き鳥の本数の合計が 700 本でした。**(1)**，**(2)**に答えなさい。

(1) 用意した商品 A の個数を x 個，商品 B の個数を y 個として，連立方程式をつくりなさい。

(2) 用意した商品 A と商品 B の個数は，それぞれ何個であるかを求めなさい。

問２　焼き鳥 3 本入りの商品 A と 5 本入りの商品 B をそれぞれ何個か用意したとき，焼き鳥の本数の合計が 62 本でした。**(1)**，**(2)**に答えなさい。

(1) 次の数量の間の関係から，二元一次方程式をつくることができます。

> 用意した商品 A の個数を a 個，商品 B の個数を b 個とするとき，
> 焼き鳥の本数の合計は 62 本である。

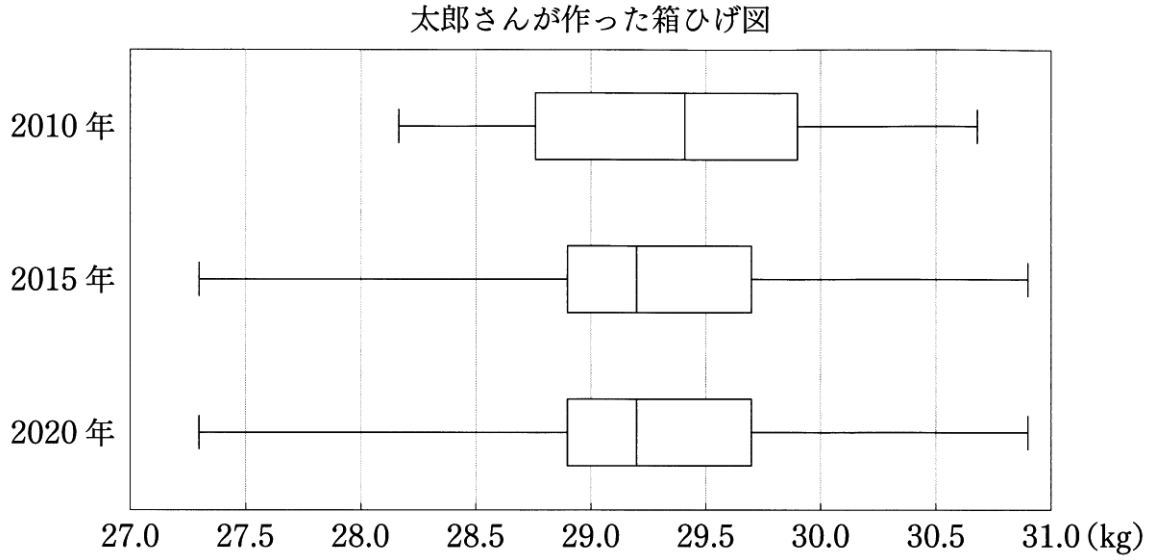
$a=19$，$b=1$ は，この方程式の解の一つです。

a，b の値が，ともに 0 以上の整数のとき，この方程式の解は，$a=19$，$b=1$ を含めて，全部で何個あるかを求めなさい。

(2) 用意した商品 A と商品 B の個数の合計が最も少ないのは，商品 A と商品 B の個数がそれぞれ何個のときであるかを求めなさい。

数-25-公-岡山-問-03

3 体育委員の太郎さんは，中学生の握力について調べています。図は，太郎さんの中学校で実施した2010年，2015年，2020年の2年生の握力測定の記録をもとに作った箱ひげ図です。いずれの年もデータの個数は47個です。**問１**～**問４**に答えなさい。



問１　太郎さんが作った箱ひげ図から読み取れることとして，次のことがらは，正しいといえますか。**［選択肢］**の**ア**～**ウ**の中から最も適当なものを一つ答えなさい。

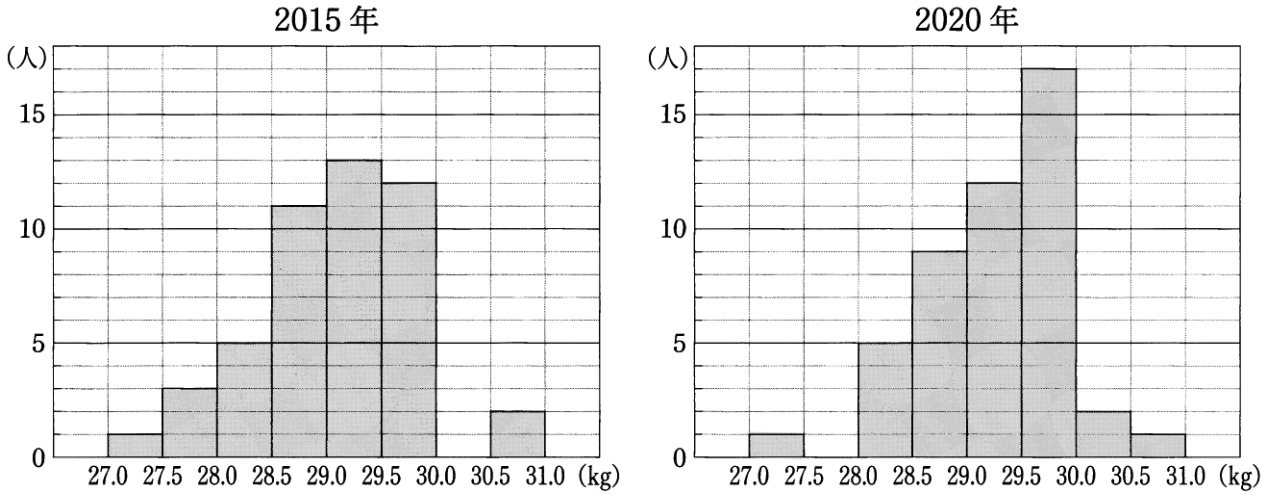
第3四分位数は，2010年が最も大きい。

［選択肢］

ア　正しい
イ　正しくない
ウ　太郎さんが作った箱ひげ図からはわからない

問２　四分位範囲は，データの散らばりの度合いを表す指標です。太郎さんが作った箱ひげ図の2010年と2015年では，それぞれの年のすべてのデータのうち，真ん中に集まる約半数のデータについて，散らばりの度合いが大きいのはどちらですか。解答欄の［　　］に「2010」または「2015」のいずれかを書きなさい。また，そのように判断した理由を答えなさい。その際，四分位範囲が箱ひげ図のどの部分を表しているかにふれて答えなさい。

太郎さんは，2015 年と 2020 年の箱ひげ図が同じなので，箱ひげ図を作るときにもとにしたデータを使って，ヒストグラムを作りました。



※例えば，27.0～27.5 の区間は，27.0 kg 以上 27.5 kg 未満の階級を表す。

問３　2015 年，2020 年の二つのヒストグラムから読み取れることを正しく説明しているのは，**ア**～**エ**のうちではどれですか。当てはまるものをすべて答えなさい。

ア　30.0 kg 以上 30.5 kg 未満の階級には，どちらの年もデータが含まれている。
イ　度数が最も多い階級の階級値は，2015 年より 2020 年の方が大きい。
ウ　中央値が入っている階級の度数は，どちらの年も同じである。
エ　28.0 kg 以上 28.5 kg 未満の階級の累積相対度数は，2020 年より 2015 年の方が大きい。

問４　次の文章は，握力について調べた後の太郎さんの振り返りです。**＜太郎さんの振り返り＞**について，［**（あ）**］～［**（う）**］に当てはまることばの組み合わせとして最も適当なのは，**ア**～**カ**のうちではどれですか。一つ答えなさい。

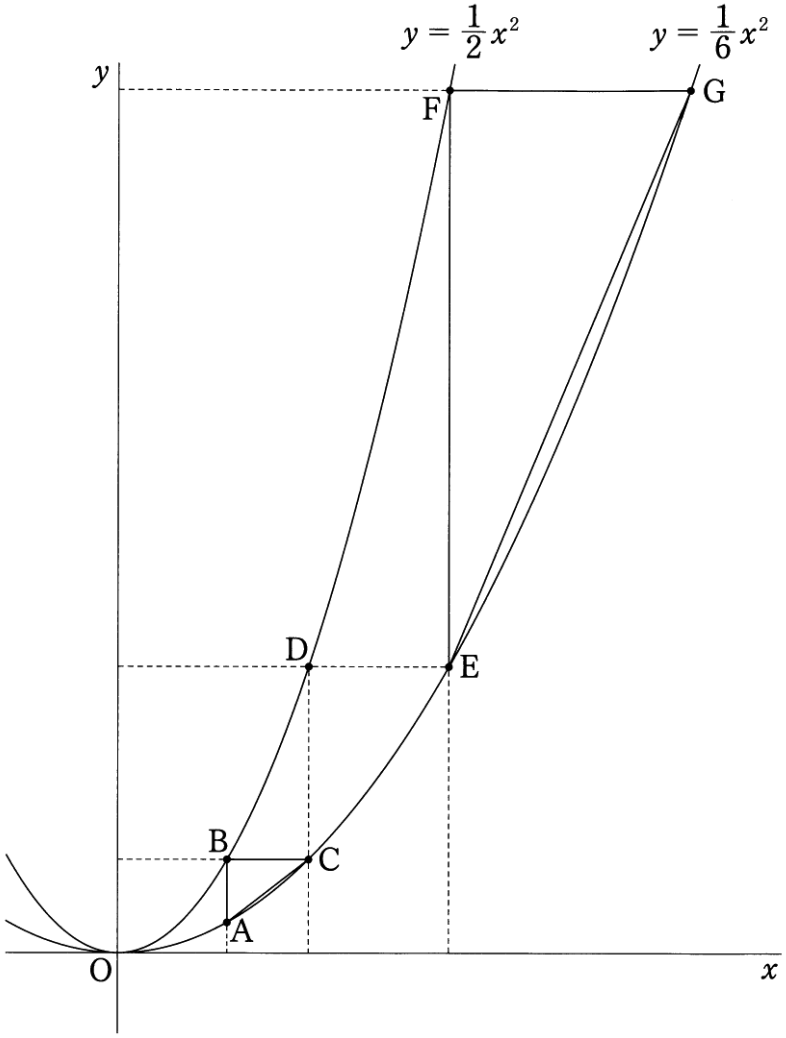
＜太郎さんの振り返り＞

箱ひげ図は，［**（あ）**］という特徴がある。また，四分位数や四分位範囲などを読み取りやすく，［**（い）**］などを読み取りにくいという特徴がある。一方，ヒストグラムは，［**（い）**］や［**（う）**］などを読み取りやすいという特徴があるため，目的に応じて二つを合わせて用いることが必要な場面もある。

ア　**（あ）**一つのデータの分布を詳細に読み取ることができる　**（い）**最大値　**（う）**範囲
イ　**（あ）**一つのデータの分布を詳細に読み取ることができる　**（い）**最大値　**（う）**分布の形
ウ　**（あ）**複数のデータの分布を一度に比較しやすい　**（い）**最大値　**（う）**範囲
エ　**（あ）**一つのデータの分布を詳細に読み取ることができる　**（い）**最頻値　**（う）**分布の形
オ　**（あ）**複数のデータの分布を一度に比較しやすい　**（い）**最頻値　**（う）**分布の形
カ　**（あ）**複数のデータの分布を一度に比較しやすい　**（い）**最頻値　**（う）**範囲

数-25-公-岡山-問-04

4 図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフと関数 $y=\frac{1}{6}x^2$ のグラフがあります。二つのグラフ上の点を結んでできる二つの三角形について，それらの間の関係を考えます。**問１**～**問４**に答えなさい。



【図の説明】

・点 O を原点とする座標平面上に，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフと関数 $y=\frac{1}{6}x^2$ のグラフがある。

・点 A，C，E，G は，関数 $y=\frac{1}{6}x^2$ のグラフ上にある。

・点 B，D，F は，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にある。

・点 A，B，C，D，E，F，G の x 座標は正である。

・点 A と点 B，点 C と点 D，点 E と点 F の x 座標はそれぞれ等しい。

・点 B と点 C，点 D と点 E，点 F と点 G の y 座標はそれぞれ等しい。

・点 A，B，C を結び，三角形 ABC をつくる。

・点 E，F，G を結び，三角形 EFG をつくる。

問１　a を正の定数とするとき，関数 $y=ax^2$ に関して述べた **Ⅰ**，**Ⅱ**，**Ⅲ**の文について，内容の正誤を表したものとして最も適当なのは，**ア**～**カ**のうちではどれですか。一つ答えなさい。

Ⅰ　x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域は $a \leqq y \leqq 4a$ である。

Ⅱ　変化の割合は常に一定である。

Ⅲ　グラフは y 軸について対称である。

ア　**Ⅰ**のみ正しい。　　**イ**　**Ⅱ**のみ正しい。　　**ウ**　**Ⅲ**のみ正しい。

エ　**Ⅰ**と**Ⅱ**のみ正しい。　　**オ**　**Ⅰ**と**Ⅲ**のみ正しい。　　**カ**　**Ⅱ**と**Ⅲ**のみ正しい。

問２　点 A の x 座標を t とするとき，点 C の y 座標を t を用いて表しなさい。

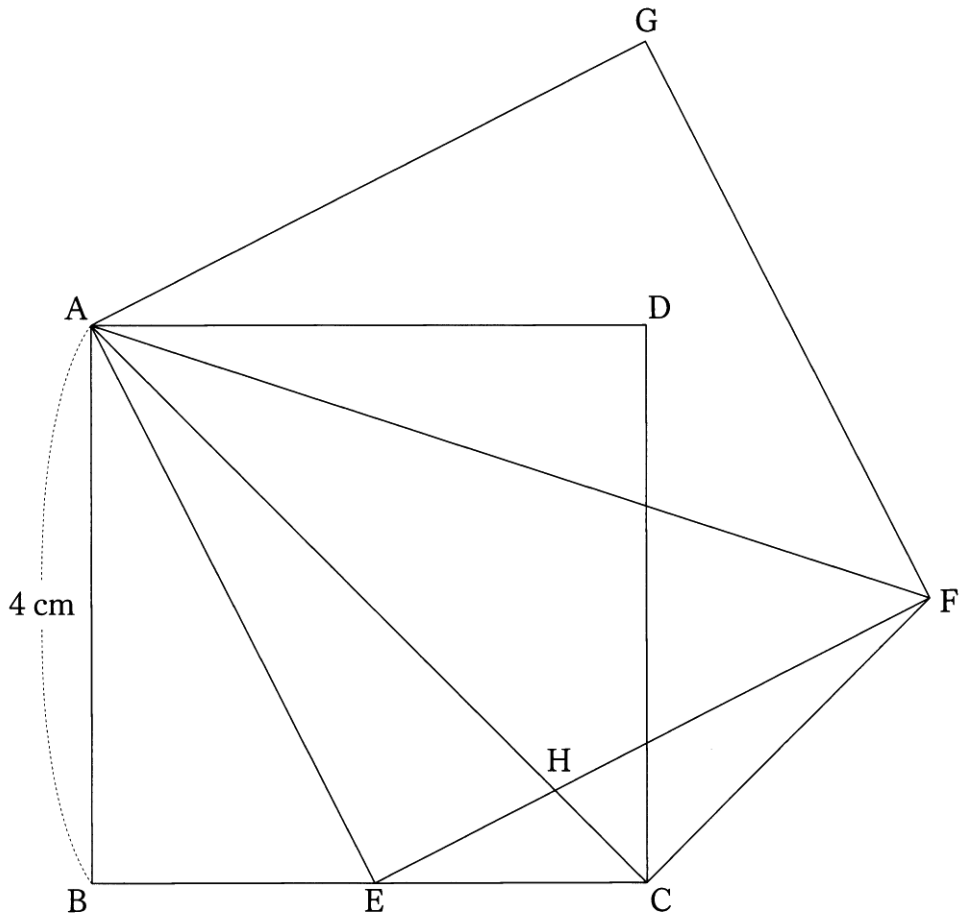
問３　次のことがらは，3 点 A，B，C の座標について述べています。**（あ）**，**（い）** に適当な数を書きなさい。

> 点 B の y 座標は，点 A の y 座標の **（あ）** 倍になっている。
> 点 C の y 座標も，点 A の y 座標の **（あ）** 倍になっている。
> y は x の 2 乗に比例するので，
> 点 C の x 座標は，点 A の x 座標の **（い）** 倍になっている。

問４　△EFG の面積は，△ABC の面積の何倍かを求めなさい。

数-25-公-岡山-問-05

5 図のように，1 辺の長さが 4 cm の正方形 ABCD があり，辺 BC の中点を E とし，線分 AE を 1 辺とする正方形 AEFG をかきます。点 A と点 C，点 A と点 F，点 C と点 F をそれぞれ結び，線分 EF と線分 AC の交点を H とします。**問1**～**問5**に答えなさい。



問1　線分 AE の長さを求めなさい。

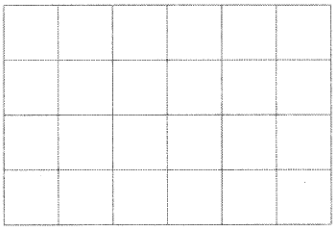
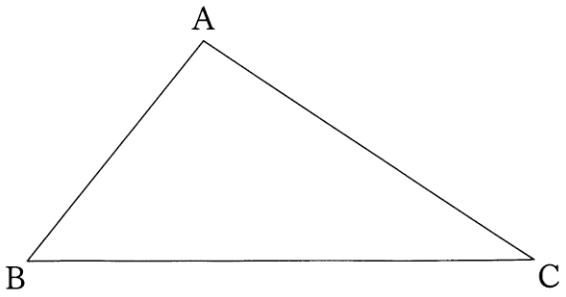
問2　△AHF∽△EHC を証明しなさい。

問3　∠ACF の大きさを求めなさい。

問4　線分 CH の長さを求めなさい。

問5　3 点 A，E，F を通る円の中心を P，3 点 C，F，H を通る円の中心を Q とします。このとき，線分 PQ の長さを求めなさい。

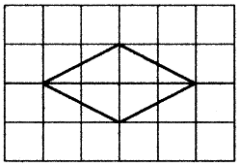
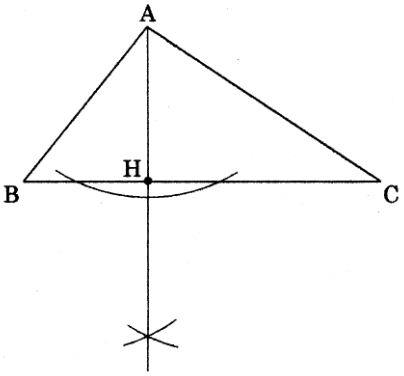
Ｒ７　岡山県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25-公-岡山-N-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			
		問６	$n=$		
		問７			
		問８			
		問９	正 ・ 誤 		
		問 10			
		問 11			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-25-公-岡工-N-02	2	問1	(1)	｛		
			(2)	商品 A　(個) 商品 B　(個)		
		問2	(1)	(個)		
			(2)	商品 A　(個) 商品 B　(個)		
数-25-公-岡工-N-03	3	問1				
		問2		□ 年の方が散らばりの度合いが大きい。 〔理由〕		
		問3				
		問4				
数-25-公-岡工-N-04	4	問1				
		問2				
		問3	(あ)			
			(い)			
		問4		(倍)		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25-公-岡山-N-05	5	問1	(cm)		
		問2			
		問3	(°)		
		問4	(cm)		
		問5	(cm)		

Ｒ７　岡山県　公立　**数学　解答**

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25-公-岡山-ｋ01	1	問１	1		
		問２	$-4ab^2$		
		問３	$13a-6b$		
		問４	7		
		問５	$x=-2,\ x=3$		
		問６	$n=13$		
		問７	**ウ**		
		問８	**イ　ウ**		
		問９	正 ・ 誤 		
		問 10	$\frac{1}{3}$		
		問 11			

	問題番号		解答		配点	備考
数-25-公-国コ-K 02	2	問1	(1)	$\begin{cases} x+y=160 \\ 3x+5y=700 \end{cases}$		
			(2)	商品 A　50 (個) 商品 B　110 (個)		
		問2	(1)	4 (個)		
			(2)	商品 A　4 (個) 商品 B　10 (個)		
数-25-公-国コ-K 03	3	問1	ア			
		問2	2010 年の方が散らばりの度合いが大きい。 〔理由〕 四分位範囲は，箱ひげ図の箱の横の長さを表しており， 2010 年と 2015 年の箱の横の長さを比較したとき， 2010 年の方が長く，四分位範囲が大きいといえるから。			
		問3	イ　エ			
		問4	オ			
数-25-公-国コ-K 04	4	問1	ウ			
		問2	$\frac{1}{2}t^2$			
		問3	(あ)	3		
			(い)	$\sqrt{3}$		
		問4	27 (倍)			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-25-公-岡コ-K-05	5	問1	$2\sqrt{5}$ (cm)		
		問2	△AHF と△EHC において, 対頂角は等しいから, ∠AHF＝∠EHC　　…　① △AEF, △ABC は, 直角二等辺三角形だから, ∠AFH＝∠ECH＝45°　…　② ①, ②から, 2 組の角がそれぞれ等しいので, △AHF∽△EHC		
		問3	90 (°)		
		問4	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (cm)		
		問5	$\frac{5\sqrt{2}}{3}$ (cm)		

数-25-公-岡山-KS-01

1　【小問集合】

問４　$(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})=3^2-(\sqrt{2})^2=9-2=7$

問５　$(x+3)^2=7x+15$　　$x^2+6x+9=7x+15$　　$x^2-x-6=0$　　$(x+2)(x-3)=0$　　$x=-2$，$x=3$

これだけは！　２次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解き方

1 項 bx がないとき（$b=0$ のとき）
→平方根の考え方を使う。

$2x^2-6=0$
$2x^2=6$
$x^2=3$
$x=\pm\sqrt{3}$

※$(\quad)^2=\bigcirc$ の形にできるときも，平方根の考え方を使うことができる。

$2(x+1)^2-6=0$
$2(x+1)^2=6$
$(x+1)^2=3$
$x+1=\pm\sqrt{3}$
$x=-1\pm\sqrt{3}$

2 項 bx があり（$b\neq0$），因数分解ができるとき
→因数分解の考え方を使う。

$x^2-5x-6=0$
$(x+1)(x-6)=0$
$x+1=0$ または $x-6=0$
$x=-1$，$x=6$

3 項 bx があり（$b\neq0$），因数分解ができないとき

→解の公式 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ を使う。

$2x^2-5x+1=0$
$a=2$，$b=-5$，$c=1$ として，解の公式にあてはめると，

$x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times1}}{2\times2}=\dfrac{5\pm\sqrt{17}}{4}$

問６　$\sqrt{3(2n+1)}$ の値が自然数となるのは，m を自然数として，$2n+1=3m^2$ と表されるときである。よって，このとき $2n+1$ は奇数だから，m も奇数である。次に，これを n について解くと，$n=\dfrac{3m^2-1}{2}$ となり，n がともに自然数となるような奇数 m の値を，$2\leqq n\leqq20$ という条件に注意して求めると，

$m=1$ のとき，$n=\dfrac{3\times1^2-1}{2}=1$ より，条件に合わない。

$m=3$ のとき，$n=\dfrac{3\times3^2-1}{2}=13$ より，条件に合う。

$m=5$ のとき，$n=\dfrac{3\times5^2-1}{2}=37$ より，条件に合わない。

よって，求める n の値は，$n=13$ である。

問８　y が x に反比例するとき，x と y の関係は，0 でない定数 a を用いて，$y=\dfrac{a}{x}$ もしくは $xy=a$ の形で表される。

ア…(道のり)＝(速さ)×(時間) より，$y=x\times30$　　$y=30x$

イ…(三角形の面積)＝$\dfrac{1}{2}$×(底辺)×(高さ) より，$20=\dfrac{1}{2}\times x\times y$　　$xy=40$

ウ…(1 本の長さ)＝(全体の長さ)÷(等分した本数) より，$y=100\div x$　　$y=\dfrac{100}{x}$

エ…(円周の長さ)＝2×(半径)×π より，$y=2\times x\times\pi$　　$y=2\pi x$

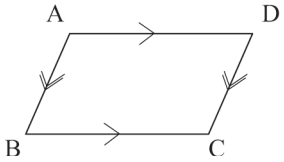
よって，y が x に反比例するのは，**イ**，**ウ**である。

問9　「四つの辺がすべて等しい四角形」は，ひし形の定義であるから，正方形でないひし形をかけば，それが反例となる。

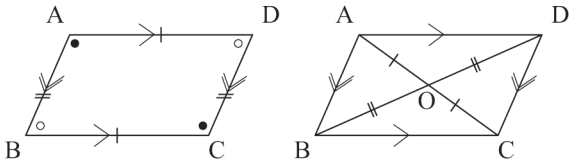
これだけは！ 平行四辺形

① 平行四辺形

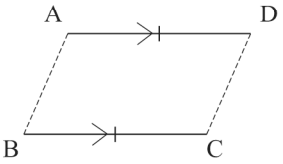
・定義：2組の対辺がそれぞれ平行な四角形。



・性質：2組の対辺はそれぞれ等しい。
　　2組の対角はそれぞれ等しい。
　　対角線はそれぞれの中点で交わる。

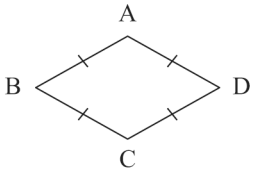


・平行四辺形になるための条件：
　2組の対辺がそれぞれ平行である。(定義)
　2組の対辺がそれぞれ等しい。
　2組の対角がそれぞれ等しい。
　対角線がそれぞれの中点で交わる。　} (性質)
　1組の対辺が等しくて平行である。(下図)

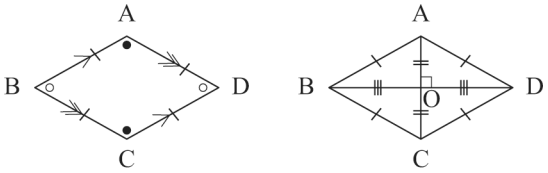


② ひし形

・定義：4つの辺がすべて等しい四角形。

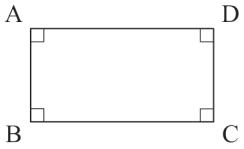


・性質：平行四辺形の性質をすべてもつ。
　　対角線は垂直に交わる。

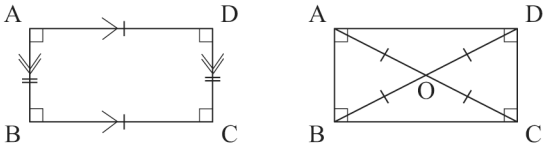


③ 長方形

・定義：4つの角がすべて等しい四角形。
　　(角の大きさは90°)

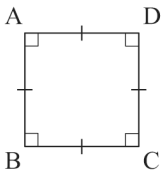


・性質：平行四辺形の性質をすべてもつ。
　　対角線は等しい。

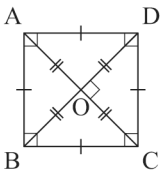


④ 正方形

・定義：4つの辺がすべて等しく，4つの角が
　　すべて等しい四角形。(角の大きさは90°)



・性質：平行四辺形の性質をすべてもつ。
　　対角線は等しく，垂直に交わる。



問 10　大小二つのさいころの出た目の組と，出た目の数の和をまとめると**表１**のようになる。すべての目の出方 36 通りのうち，出た目の数の和が 12 の約数（1，2，3，4，6，12）になるのは○印をつけた 12 通りだから，求める確率は$\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$である。

表１

大＼小	1	2	3	4	5	6
1	②	③	④	5	⑥	7
2	③	④	5	⑥	7	8
3	④	5	⑥	7	8	9
4	5	⑥	7	8	9	10
5	⑥	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	⑫

数-25-公-岡山-KS-02

2　【連立方程式の利用，式の計算の利用】

問１　**(1)** 商品 A と商品 B の個数の合計についての方程式と，焼き鳥の本数の合計についての方程式をたてる。

問２　**(1)** 二元一次方程式は，$3a+5b=62$ となり，これを a について解くと，$a=\frac{62-5b}{3}$となる。a，b の値がともに 0 以上の整数となるような b の値を考えればよい。$62-5b$ が 3 の倍数になるような b の値を考えると，

$b=1$ のとき，$a=\frac{62-5\times1}{3}=19$　（これは問題で示されているので，計算しなくてもよい。）

$b=4$ のとき，$a=\frac{62-5\times4}{3}=14$

$b=7$ のとき，$a=\frac{62-5\times7}{3}=9$

$b=10$ のとき，$a=\frac{62-5\times10}{3}=4$

よって，a，b の値の組，すなわち方程式の解は，全部で 4 個ある。

(2) **(1)**で求めた a，b の値の組について，それぞれ和を求めると，19＋1＝20，14＋4＝18，9＋7＝16，4＋10＝14 だから，用意した商品 A と商品 B の個数の合計が最も少ないのは，商品 A を 4 個，商品 B を 10 個用意したときである。

数-25-公-岡山-KS-03

3　【データの活用】

問１　第 3 四分位数は，箱ひげ図における箱の右端だから，2010 年が最も大きい。よって，**ア**　正しい。

問３　**図１**は，二つのヒストグラムに，各階級の累積度数を書き入れたものである。

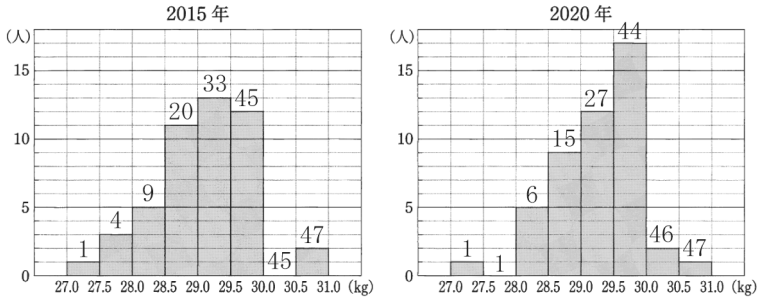
ア…2015 年のヒストグラムの 30.0 kg 以上 30.5 kg 未満の階級の度数は 0 だから，正しくない。

イ…度数が最も多い階級の階級値は，2015 年が$\frac{29.0+29.5}{2}=29.25$(kg)，2020 年が$\frac{29.5+30.0}{2}=29.75$(kg) だから，正しい。

ウ…47 個のデータにおける中央値は，データの小さい方から 24 番目の値である。**図１**に書き入れた累積度数より，2015 年の中央値は 29.0 kg 以上 29.5 kg 未満の階級に入っており，その度数は 13 人である。また，2020 年の中央値は 29.0 kg 以上 29.5 kg 未満の階級に入っており，その度数は 12 人である。よって，度数は異なるから，正しくない。

エ…**図１**より，28.0 kg 以上 28.5 kg 未満の階級の累積度数は，2015 年が 9 人，2020 年が 6 人で，2015 年の方が大きい。2015 年と 2020 年のデータは，ともに度数の合計が等しいから，累積度数の大小と，累積相対度数の大小は一致する。よって，正しい。

図１



※例えば，27.0～27.5 の区間は，27.0 kg 以上 27.5 kg 未満の階級を表す。

問４　(あ)…問題文の「太郎さんが作った箱ひげ図」のように，箱ひげ図は複数のデータの分布を一度に比較するのに適している。

(い)…箱ひげ図からは，最小値，四分位数，最大値は読み取ることができるが，平均値や最頻値は読み取りにくい。

(う)…ヒストグラムからは，その山の形から，分布のようすを読み取ることができるが，最小値と最大値を確かに読み取ることはできないので，範囲は読み取りにくい。

以上のことから，**オ**が答えである。

これだけは！ 四分位数と箱ひげ図

データの散らばりの程度を調べたり，伝えたりするときは，四分位数や箱ひげ図を活用する。

①**四分位数**…(1)第２四分位数(中央値)，(2)第１四分位数，(3)第３四分位数の３つの値

(1)**第２四分位数**(中央値)…データの値を大きさの順に並べたときの中央の値

※データの総数が偶数のときは，中央にある２つのデータの値の平均を中央値とする。

(2)**第１四分位数**…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

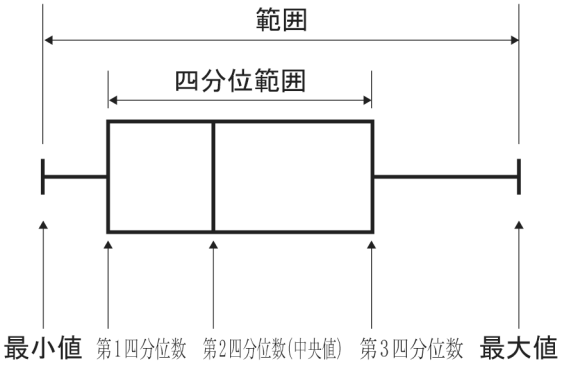
(3)**第３四分位数**…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

※前半部分や後半部分の総数が偶数のときは，中央にある２つのデータの値の平均を，それぞれ第１四分位数，第３四分位数とする。

②**範囲**…最大値と最小値の差

③**四分位範囲**…第３四分位数と第１四分位数の差

④**箱ひげ図**…下の図のように，最小値，第１四分位数，第２四分位数(中央値)，第３四分位数，最大値を１つの図にまとめたもの



数-25-公-岡山-KS-04

4 【関数のグラフと図形】

問1　a が正の定数だから，関数 $y=ax^2$ のグラフは上に開いた形をした放物線となる。

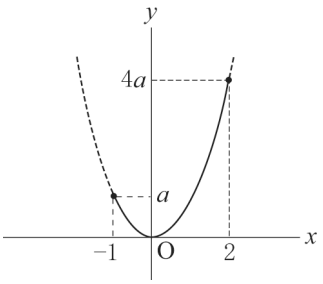
I …x の変域に注意して関数 $y=ax^2$ のグラフをかくと，**図1**のようになる。よって，y の変域は $0 \leqq y \leqq 4a$ だから，正しくない。

II…関数 $y=ax^2$ のグラフは曲線だから，変化の割合は一定ではない。よって，正しくない。

III…関数 $y=ax^2$ のグラフは y 軸について対称な放物線だから，正しい。

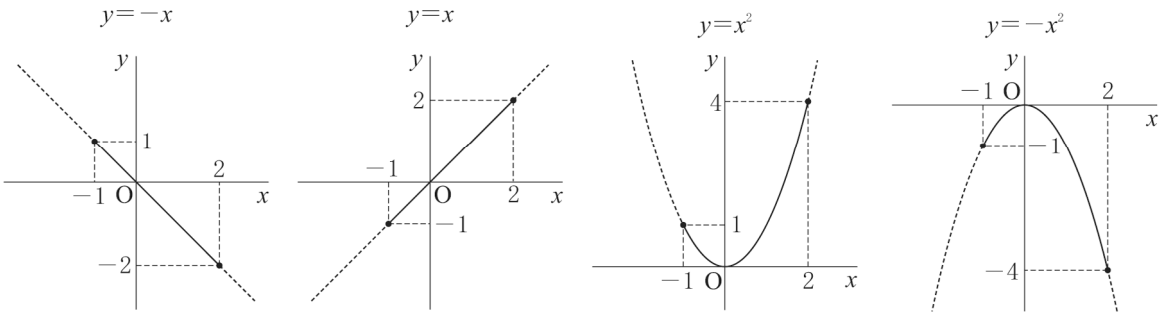
以上のことから，**ウ　III**のみ正しい。

図1



これだけは！ 変域の問題はグラフで考えよう！

例　$-1 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域



$-2 \leqq y \leqq 1$　　$-1 \leqq y \leqq 2$　　$0 \leqq y \leqq 4$　　$-4 \leqq y \leqq 0$

特に，関数 $y=ax^2$ の変域を求めるときに注意しよう。

これだけは！ 変化の割合

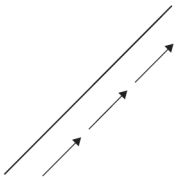
変化の割合とは，x の値が増加したときに，y の値がどれだけ変化するかを割合で示したもの。

変化の割合 $=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$　…①　で求めることができる。

また，グラフの形状によって，注意点が異なる。

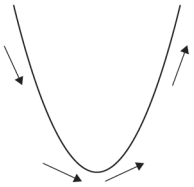
・直線のグラフ(比例 $y=ax$，一次関数 $y=ax+b$)

→変化の割合は一定で，定数 a の値に等しい。



・曲線のグラフ(反比例 $y=\dfrac{a}{x}$，関数 $y=ax^2$)

→変化の割合は区間により変化するため，①を利用して計算する必要がある。

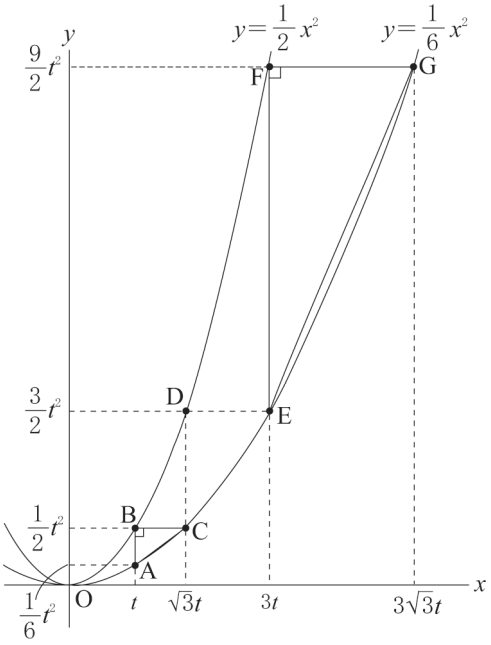


※関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$ で求められる。

問２　2 点 A，B は x 座標が等しく，点 A は関数 $y=\frac{1}{6}x^2$ のグラフ上にあるから，$A\left(t,\ \frac{1}{6}t^2\right)$，点 B は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあるから，$B\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$

2 点 B，C は y 座標が等しいから，点 C の y 座標は，$\frac{1}{2}t^2$ である。

図２



問３　(あ)…2 点 B，C の y 座標 $\frac{1}{2}t^2$ は，点 A の y 座標 $\frac{1}{6}t^2$ の $\frac{1}{2}t^2\div\frac{1}{6}t^2=3$(倍)になっている。

(い)…y が x の 2 乗に比例するとき，x の値が n 倍になると，y の値は n^2 倍になる。よって，y の値が 3 倍になるとき，x の値は $\sqrt{3}$ 倍になるから，点 C の x 座標は，点 A の x 座標の $\sqrt{3}$ 倍になっている。

問４　**問３**より，点 B の y 座標が，点 A の y 座標の 3 倍になるのと同様に，点 D の y 座標は，点 C の y 座標の 3 倍だから，$\frac{1}{2}t^2\times3=\frac{3}{2}t^2$，点 F の y 座標は，点 E の y 座標の 3 倍だから，$\frac{3}{2}t^2\times3=\frac{9}{2}t^2$ となる。

また，点 C の x 座標が，点 A の x 座標の $\sqrt{3}$ 倍になるのと同様に，点 E の x 座標は，点 D の x 座標の $\sqrt{3}$ 倍だから，$\sqrt{3}t\times\sqrt{3}=3t$，点 G の x 座標は，点 F の x 座標の $\sqrt{3}$ 倍だから，$3t\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}t$ となる。

以上のことから，

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times AB\times BC=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}t^2-\frac{1}{6}t^2\right)\times(\sqrt{3}t-t)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}t^2\times(\sqrt{3}-1)t=\frac{1}{6}(\sqrt{3}-1)t^3$

$\triangle EFG=\frac{1}{2}\times EF\times FG=\frac{1}{2}\times\left(\frac{9}{2}t^2-\frac{3}{2}t^2\right)\times(3\sqrt{3}t-3t)=\frac{1}{2}\times3t^2\times3(\sqrt{3}-1)t=\frac{9}{2}(\sqrt{3}-1)t^3$

よって，△EFG の面積は，△ABC の面積の，$\frac{9}{2}(\sqrt{3}-1)t^3\div\frac{1}{6}(\sqrt{3}-1)t^3=27$(倍) である。

数-25-公-岡山-KS-05

5　【平面図形】

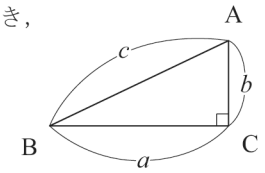
問１　△ABE で三平方の定理より，$AE^2=AB^2+BE^2=4^2+2^2=20$　　$AE>0$ より，$AE=2\sqrt{5}$ cm

これだけは！ 三平方の定理

∠C＝90°である直角三角形ABCで，BC＝a，CA＝b，AB＝cとするとき，

$a^2+b^2=c^2$

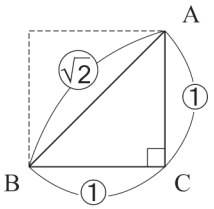
が成り立つ。



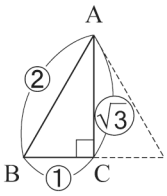
特に，以下の直角三角形の辺の比はよく覚えておこう。

① 角の大きさと辺の比が有名な直角三角形

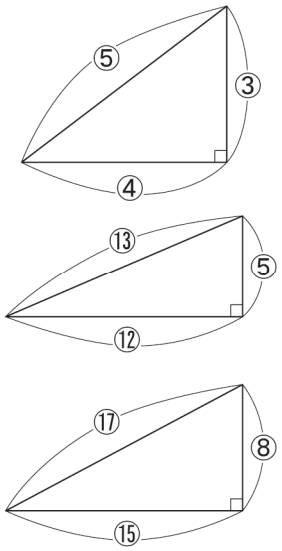
・正方形を対角線で切ってできる直角二等辺三角形



・正三角形を対称の軸で切ってできる直角三角形



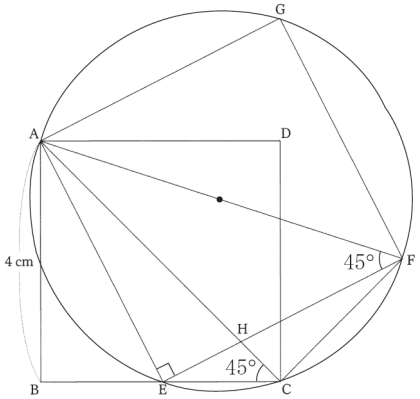
② 辺の比が整数になる直角三角形



問2　正方形を対角線で分けると，2 つの合同な直角二等辺三角形に分かれることを利用して，2 組の角がそれぞれ等しいことを示す。

問3　∠ACE＝∠AFE＝45°だから，円周角の定理の逆より，4 点 A，E，C，F は同一円周上にある。
よって，円周角の定理より，∠ACF＝∠AEF＝90°

図1



問４　正方形 ABCD の対角線 AC の長さは,

$AC=\sqrt{2}AB=\sqrt{2}\times4=4\sqrt{2}$(cm)

正方形 AEFG の対角線 AF の長さは,

$AF=\sqrt{2}AE=\sqrt{2}\times2\sqrt{5}=2\sqrt{10}$(cm)

問３より，∠ACF＝90°だから，△ACF で三平方の定理より，$CF^2=AF^2-AC^2=(2\sqrt{10})^2-(4\sqrt{2})^2=8$

問２より，△AHF∽△EHC だから,

HF：HC＝AF：EC＝$2\sqrt{10}$：2＝$\sqrt{10}$：1

CH＝x cm とおくと，HF＝$\sqrt{10}$CH＝$\sqrt{10}x$(cm) と表されるから，△FHC で三平方の定理より,

$CH^2+CF^2=HF^2$　　$x^2+8=(\sqrt{10}x)^2$　　$x^2=\frac{8}{9}$

$x>0$ より，$x=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ cm

問５　∠AEF＝90°より，3 点 A，E，F を通る円の直径は線分 AF だから, 円の中心 P は, 線分 AF の中点である。同様にして，点 Q は，線分 HF の中点である。

△AHF で中点連結定理より,

$PQ=\frac{1}{2}AH=\frac{1}{2}(AC-CH)=\frac{1}{2}\times\left(4\sqrt{2}-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$

$=\frac{5\sqrt{2}}{3}$(cm)

図２

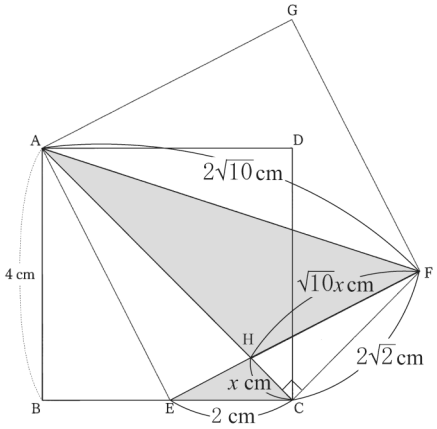


図３

