H27　大阪府(前)　公立　数学　問題

数-15-公-大阪(前)-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問１　次の計算をしなさい。

(1)　$7-(-2)$

(2)　$(-5)^2+6\times(-2)$

(3)　$8a-b-5(2a-b)$

(4)　$4x^2y^3\div\left(-\frac{1}{2}y^2\right)$

(5)　$(2x-3y)^2$

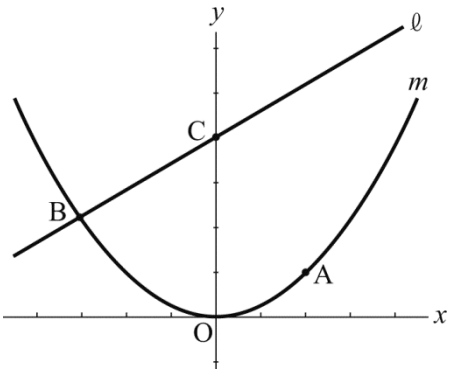
(6)　$5\sqrt{3}-\sqrt{27}$

問２　$x^2+4x-12$　を因数分解しなさい。

問３　次の**ア**～**エ**の式のうち，十の位の数が x，一の位の数が y である 2 けたの自然数を表しているものはどれですか。一つ選び，記号を○で囲みなさい。

ア　$x+y$　　**イ**　$10x+y$　　**ウ**　xy　　**エ**　$10xy$

問４　右図において，m は $y=ax^2$(a は定数）のグラフを表す。A，B は m 上の点であって，A の座標は（2，1）であり，B の x 座標は-3 である。C は y 軸上の点であり，その y 座標は 4 である。ℓ は，2 点 B，C を通る直線である。

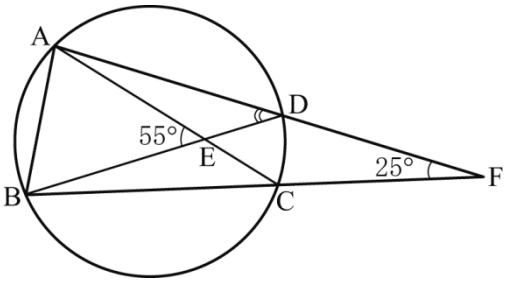


(1) a の値を求めなさい。

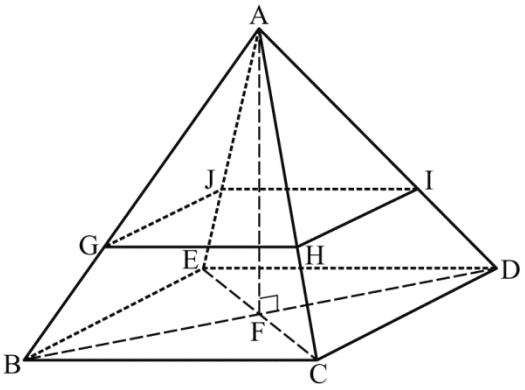
(2) 直線 ℓ の式を求めなさい。

問５　二つの箱 A，B があり，箱 A には数の書いてある 4 枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$ が入っており，箱 B には数の書いてある 3 枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{3}$，$\boxed{5}$ が入っている。A，B それぞれの箱から同時にカードを 1 枚ずつ取り出すとき，箱 A から取り出したカードに書いてある数が箱 B から取り出したカードに書いてある数より大きくなる確率はいくらですか。A，B それぞれの箱において，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとして答えなさい。

問６　右図において，A，B，C，D は，円周上の点であり，この順に左回りに並んでいる。半周より短い弧$\overset{\frown}{AB}$の長さは，半周より短い弧$\overset{\frown}{CD}$の長さより長い。A と B，A と C，A と D，B と C，B と D とをそれぞれ結ぶ。E は線分 AC と線分 BD との交点であり，F は直線 AD と直線 BC との交点である。△AEB の内角∠AEB の大きさが 55°，△AFB の内角∠AFB の大きさが 25° であるとき，△ADE の内角∠ADE の大きさを求めなさい。



問７　右図において，立体 A－BCDE は四角すいである。底面 BCDE は長方形であり，BC＝6 cm，CD＝4 cm である。側面の三角形△ABC，△ACD，△ADE，△AEB はすべて二等辺三角形であり，AB＝AC＝AD＝AE である。F は，底面 BCDE の対角線の交点である。A と F とを結ぶ。AF＝6 cm である。このとき，線分 AF は底面 BCDE と垂直である。G は辺 AB 上にあって A，B と異なる点であり，H，I，J はそれぞれ辺 AC，AD，AE 上にあって AG＝AH＝AI＝AJ となる点である。このとき，4 点 G，H，I，J を結んでできる四角形 GHIJ は長方形であり，GH // BC，HI // CD である。



(1) 四角すい A－BCDE の体積を求めなさい。

(2) AG＝x cm とするとき，四角形 GHIJ の面積を x を用いて表しなさい。求め方も書くこと。

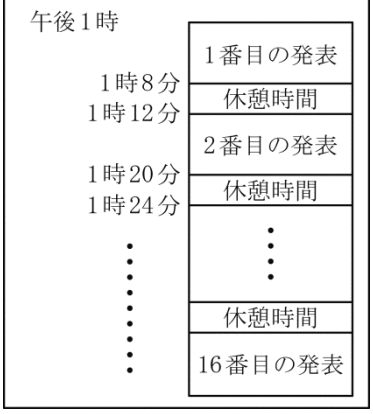
2 A 中学校の学級数は，3 学年合わせて 16 クラスである。M さんは，二つの行事の進行について考えてみた。

次の問いに答えなさい。

問 1 スピーチコンテストでは，各クラスの代表 1 名ずつの合計 16 名が発表を行う。**表 1** は，スピーチコンテストの進行表である。1 番目の発表は午後 1 時に始まり，一人ひとりの「発表時間」は 8 分間，発表と発表との間の「休憩時間」は 4 分間である。ただし，1 番目の発表の前の「休憩時間」と 16 番目の発表の後の「休憩時間」はないものとする。1 番目の発表が始まってから x 番目の発表が終わるまでに経過した時間を y 分間とし，終わった発表の数が 1 増えるごとに経過した時間は 12 分間ずつ増えるものとする。また，$x=1$ のとき，$y=8$ であるとする。

表 1

スピーチコンテストの進行表



(1) 次の表は，x と y との関係を示した表の一部である。表中の(**ア**)，(**イ**)に当てはまる数をそれぞれ書きなさい。

x	1	2	…	4	…	8	…
y	8	20	…	(**ア**)	…	(**イ**)	…

(2) x を 1 以上 16 以下の自然数として，y を x の式で表しなさい。

(3) 16 番目の発表が終わるのは，午後何時何分ですか。

問２　文化祭では，各クラスが合唱か演劇のどちらかの出し物を行う。合唱の「発表時間」は 8 分間，演劇の「発表時間」は 20 分間である。M さんは，出し物と出し物との間の「休憩時間」を**表２**のように設定したところ，進行の概略は**表３**のようになった。ただし，1 番目の出し物の前の「休憩時間」，10 番目の出し物の後の「休憩時間」，11 番目の出し物の前の「休憩時間」，16 番目の出し物の後の「休憩時間」はそれぞれないものとする。**表２**中の a，b の値をそれぞれ求めなさい。

表２

「休憩時間」

合唱と合唱との間	a 分間
演劇と演劇との間	b 分間
合唱と演劇との間	b 分間
演劇と合唱との間	b 分間

表３

午前の部

（午前9時 ‥‥‥‥‥ 1番目の出し物開始
午前11時45分‥‥10番目の出し物終了）

順番	出し物
1番目 ～ 2番目	演劇
3番目 ～ 10番目	合唱

午後の部

（午後1時 ‥‥‥‥‥11番目の出し物開始
午後3時33分 ‥‥16番目の出し物終了）

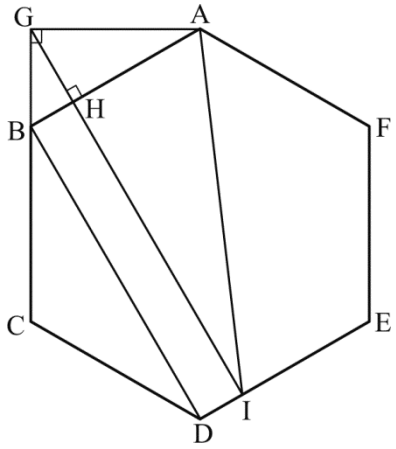
順番	出し物
11番目 ～ 12番目	合唱
13番目 ～ 16番目	演劇

3 **図1**，**図2**において，図形 ABCDEF は 1 辺の長さが 2 cm の正六角形である。

次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ数になる場合は，根号の中をできるだけ小さい自然数にすること。

問1 **図1**において，G は，A から直線 BC にひいた垂線と直線 BC との交点である。H は，G から辺 AB にひいた垂線と辺 AB との交点である。I は，直線 GH と辺 DE との交点である。A と I とを結ぶ。このとき，4 点 B，D，I，H を結んでできる四角形 BDIH は長方形である。

図1



(1) △BCD の内角∠BCD の大きさを求めなさい。

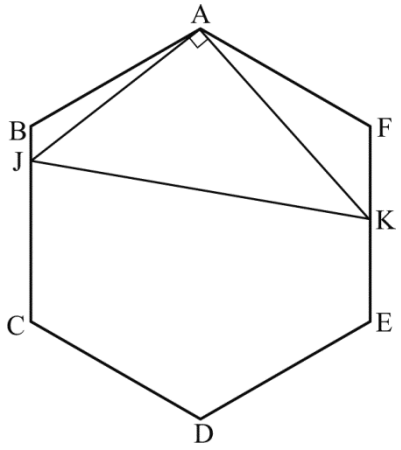
(2) 次は，△AGH∽△GBH であることの証明である。 ⓐ ， ⓑ には入れるのに適している**「角を表す文字」**を， ⓒ には入れるのに適している**「三角形の相似条件」**を，それぞれ書きなさい。

(証　明)
△AGH と△GBH において
AB⊥GH だから　∠AHG＝∠ ⓐ ＝90°　……㋐
∠GAH＝180°－(∠AHG＋∠ ⓑ)＝90°－∠ ⓑ　……㋑
AG⊥GB だから　∠BGH＝90°－∠ ⓑ ……㋒
㋑，㋒より　∠GAH＝∠BGH　……㋓
㋐，㋓より， ⓒ から
△AGH∽△GBH

(3) 線分 AI の長さを求めなさい。求め方も書くこと。

問２　**図２**において，J は，辺 BC 上にあって B，C と異なる点である。K は，辺 EF 上にあって E，F と異なる点である。3 点 A，J，K を結んでできる△AJK は∠JAK＝90°の直角三角形である。FK＝3BJ であるときの線分 BJ の長さを求めなさい。

図２



数学　解答用紙

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数−15−公−大阪(前)−KY−01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
			(5)			
			(6)			
		問２				
		問３		ア　　イ　　ウ　　エ		
		問４	(1)			
			(2)			
		問５				
		問６		度		
		問７	(1)	cm^3		
			(2)	〔求め方〕 cm^2		

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数−15−公−大阪(前)−KY−02	2	問１	(1)	(ア)			
				(イ)			
			(2)	$y=$			
			(3)	午後　　時　　分			
		問２	$a=$　　，$b=$				
数−15−公−大阪(前)−KY−03	3	問１	(1)	度			
			(2)	ⓐ			
				ⓑ			
				ⓒ			
			(3)	〔求め方〕 cm			
		問２	cm				

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-15-公-大阪(前)-ネ-01	1	問1	(1)	9	1	
			(2)	13	1	
			(3)	$-2a+4b$	1	
			(4)	$-8x^2y$	1	
			(5)	$4x^2-12xy+9y^2$	1	
			(6)	$2\sqrt{3}$	1	
		問2		$(x-2)(x+6)$	2	
		問3		ア　(イ)　ウ　エ	2	
		問4	(1)	$\frac{1}{4}$	2	
			(2)	$y=\frac{7}{12}x+4$	2	
		問5		$\frac{1}{3}$	2	
		問6		40　度	2	
		問7	(1)	48　cm^3	2	
			(2)	〔求め方〕 ∠BCD＝90°だから　$BD^2=BC^2+CD^2$ BD＝y cm とすると　$y^2=6^2+4^2$ これを解くと，$y>0$ より　$y=2\sqrt{13}$ F は対角線 BD の中点だから　$BF=\sqrt{13}$ (cm) ∠AFB＝90°　だから　$AB^2=AF^2+BF^2$ AB＝z cm とすると　$z^2=6^2+(\sqrt{13})^2$ これを解くと，$z>0$ より　$z=7$ GH // BC だから　AG : GH＝AB : BC＝7 : 6 よって　$GH=\frac{6}{7}x$ (cm) HI // CD だから　AH : HI＝AC : CD＝7 : 4 よって　$HI=\frac{4}{7}x$ (cm) したがって，四角形 GHIJ の面積は $GH\times HI=\frac{6}{7}x\times\frac{4}{7}x$ $=\frac{24}{49}x^2$ (cm^2)　　$\frac{24}{49}x^2$　cm^2	6	・求め方は，他の内容でも正しければよい。 ・部分点を与える。

	問題番号		解答			配点	備考
数−15−公−大阪(前)−K−02	2	問1	(1)	(ア)	44	1	
				(イ)	92	1	
			(2)	$y=12x-4$		2	
			(3)	午後　4　時　8　分		2	
		問2	$a=5$，$b=13$			4	
数−15−公−大阪(前)−K−03	3	問1	(1)	120　度		1	
			(2)	ⓐ	GHB	1	他の表現でも内容が正しければよい。
				ⓑ	AGH	1	他の表現でも内容が正しければよい。
				ⓒ	2組の角がそれぞれ等しい	1	他の表現でも内容が正しければよい。
			(3)	〔求め方〕 BDの中点をMとする。 △BCMは，∠BMC＝90°，∠CBM＝30°の直角三角形だから $BM=\frac{\sqrt{3}}{2}BC=\sqrt{3}$ (cm) 四角形BDIHは長方形だから $HI=BD=2BM=2\sqrt{3}$ (cm) △AGBは，∠AGB＝90°，∠ABG＝60°の直角三角形だから $AG=\frac{\sqrt{3}}{2}AB=\sqrt{3}$ (cm) △AGHは，∠AHG＝90°，∠GAH＝30°の直角三角形だから $AH=\frac{\sqrt{3}}{2}AG=\frac{3}{2}$ (cm) ∠AHI＝90°だから　$AI^2=AH^2+HI^2$ AI＝y cmとすると　$y^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2+(2\sqrt{3})^2$ これを解くと，$y>0$より　$y=\frac{\sqrt{57}}{2}$ $\underline{\frac{\sqrt{57}}{2}\ \text{cm}}$		6	・求め方は，他の内容でも正しければよい。 ・部分点を与える。
		問2	$\frac{-2+\sqrt{10}}{3}$ cm			4	

数-15-公-大阪(前)-KS-01

1　**問1**　(1) $7-(-2)=7+2=9$

(2) $(-5)^2+6\times(-2)=25-12=13$

(3) $8a-b-5(2a-b)=8a-b-10a+5b=-2a+4b$

(4) $4x^2y^3\div\left(-\frac{1}{2}y^2\right)=4x^2y^3\times\left(-\frac{2}{y^2}\right)=-8x^2y$

(5) $(2x-3y)^2=(2x)^2+2\times2x\times(-3y)+(-3y)^2=4x^2-12xy+9y^2$

(6) $5\sqrt{3}-\sqrt{27}=5\sqrt{3}-3\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

問2　$x^2+4x-12=x^2+\{(-2)+6\}x+(-2)\times6=(x-2)(x+6)$

問3　十の位が x，一の位が y の 2 けたの自然数は，$10\times x+y=10x+y$　よって，選択肢は**イ**。

問4　(1) 点 A(2，1) は $y=ax^2$ 上の点より，$1=4a$　$a=\frac{1}{4}$

(2) 点 B は $y=\frac{1}{4}x^2$ 上の点で，x 座標が -3 より，$y=\frac{1}{4}\times(-3)^2=\frac{9}{4}$　$B\left(-3,\ \frac{9}{4}\right)$　求める直線の切片が 4 より，式を $y=mx+4$ とおくと，この直線は点 B を通るので，$\frac{9}{4}=-3m+4$　$3m=\frac{7}{4}$　$m=\frac{7}{12}$

よって，求める式は，$y=\frac{7}{12}x+4$

問5　カードの取り出し方は，箱 A から取り出すカードを a，箱 B から取り出すカードを b とすると，$(a,\ b)=$(1, 1), (1, 3), (1, 5), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (4, 1), (4, 3), (4, 5)の 12 通り。$a>b$ となるのは，下線を引いた 4 通りだから，求める確率は，$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$

問6　$\angle ADE=x$ とすると，△BFD の内角と外角の性質より，$\angle DBC=x-25^\circ$　円周角の定理より，$\angle ACB=\angle ADB=x$　△BEC の内角と外角の性質より，$x+(x-25^\circ)=55^\circ$　$2x=80^\circ$　$x=40^\circ$

問7　(1) 求める体積は，$\frac{1}{3}\times$(長方形 BCDE の面積)$\times$AF より，$\frac{1}{3}\times4\times6\times6=48(\text{cm}^3)$

(2) △BCD において，三平方の定理より，$BD=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}$ (cm)　長方形の対角線はそれぞれの中点で交わるので，$BF=\sqrt{13}$ (cm)　△ABF において，三平方の定理より，$AB=\sqrt{\left(\sqrt{13}\right)^2+6^2}=7$(cm)　よって，AG : AB$=x$: 7　GH // BC より，GH : 6$=x$: 7　$GH=\frac{6}{7}x$　同様に HI : 4 $=x$: 7　$HI=\frac{4}{7}x$　よって，(四角形 GHIJ)$=\frac{6}{7}x\times\frac{4}{7}x=\frac{24}{49}x^2(\text{cm}^2)$

数-15-公-大阪(前)-KS-02

2　**問1**　(1) $x=4$ のとき，$y=8+12\times(4-1)=44$…(**ア**)　$x=8$ のとき $y=8+12\times(8-1)=92$…(**イ**)

(2) $y=8+12(x-1)$より，$y=12x-4$

(3) $y=12\times16-4=188$　188 分＝3 時間 8 分より，16 番目の発表が終わるのは午後 4 時 8 分。

問2　午前の部について，$20+(b+20)+(b+8)+(a+8)\times(10-3)=165$…①　午後の部について，$8+(a+8)+(b+20)\times(16-12)=153$…②　①より，$7a+2b=61$…①′　②より，$a+4b=57$…②′　①′と②′を連立方程式として解いて，$a=5$，$b=13$

数-15-公-大阪(前)-KS-03

3　**問1**　(1) $\angle BCD=180^\circ\times(6-2)\div6=120^\circ$

(2) △AGH と△GBH において，AB⊥GH だから，$\angle AHG=\angle GHB=90^\circ$…㋐　$\angle GAH=180^\circ-(\angle AHG+\angle AGH)=180^\circ-90^\circ-\angle AGH=90^\circ-\angle AGH$…㋑　AG⊥GB だから，$\angle BGH=90^\circ-\angle AGH$…㋒　㋑, ㋒より，$\angle GAH=\angle BGH$…㋓　㋐, ㋓より，2 組の角がそれぞれ等しいから，△AGH∽△GBH

(3) 線分 BD の中点を M とすると，△CBD は CB＝CD＝2 cm，∠DCB＝120°より，△BCM は ∠BMC＝90°，∠CBM＝30°の直角三角形になる。よって，BM : BC＝$\sqrt{3}$: 2 より，BM＝$\sqrt{3}$ (cm) となるから，BD＝$2\sqrt{3}$ (cm)　四角形 BDIH は長方形より，HI＝BD＝$2\sqrt{3}$ (cm)　△AGB において，∠AGB＝90°，∠ABG＝180°－90°－30°＝60°，AB＝2 cm となるから，AG : AB＝$\sqrt{3}$: 2 より，AG＝$\sqrt{3}$ cm　また，△AGH において，∠AHG＝90°，∠GAH＝30°より，AG : AH＝2 : $\sqrt{3}$　$\sqrt{3}$: AH＝2 : $\sqrt{3}$　AH＝$\dfrac{3}{2}$ cm　△AHI において三平方の定理より，AI^2＝$\left(\dfrac{3}{2}\right)^2$＋$(2\sqrt{3})^2$

AI^2＝$\dfrac{57}{4}$　AI＞0 より，AI＝$\dfrac{\sqrt{57}}{2}$ (cm)

問２　BJ＝x cm とすると，FK＝3x cm と表せる。A から辺 BC の延長に垂線をひき，交点を P とする。また，A から辺 EF の延長に垂線をひき，交点を Q とする。さらに，K から辺 BC に垂線をひき，交点を R とする。△APB と△AQF は，90°，60°の角をもつ合同な直角三角形だから，BP＝FQ＝1 cm，AP＝AQ＝$\sqrt{3}$ cm　△APJ において，三平方の定理より，AJ^2＝$(x+1)^2$＋$(\sqrt{3})^2$＝x^2＋2x＋4　△AQK において，AK^2＝$(3x+1)^2$＋$(\sqrt{3})^2$＝9x^2＋6x＋4　△KJR において，JK^2＝$(2x)^2$＋$(2\sqrt{3})^2$＝4x^2＋12　△AJK において，∠JAK＝90°より，JK^2＝AJ^2＋AK^2　4x^2＋12＝x^2＋2x＋4＋9x^2＋6x＋4　整理して，6x^2＋8x－4＝0　3x^2＋4x－2＝0　解の公式を利用して，x＝$\dfrac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times3\times(-2)}}{2\times3}$＝$\dfrac{-4\pm2\sqrt{10}}{2\times3}$＝$\dfrac{-2\pm\sqrt{10}}{3}$　したがって，x＞0 より，x＝$\dfrac{-2+\sqrt{10}}{3}$