H30　大阪府（C）　公立　数学　問題

数-18-公-大阪（C）-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問１　$\dfrac{5a-2b}{4}-\dfrac{3a-7b}{5}$　を計算しなさい。

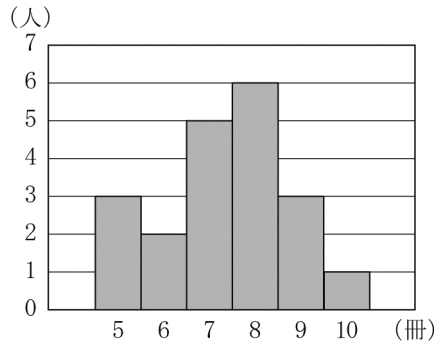
問２　$a=-3$，$b=\dfrac{1}{4}$のとき，$\dfrac{1}{6}a^2b\times a^3b^2\div\left(-\dfrac{1}{2}ab\right)^2$　の値を求めなさい。

問３　$(3\sqrt{3}+\sqrt{2})(3\sqrt{3}-\sqrt{2})-(\sqrt{6}-4)^2$　を計算しなさい。

問４　a，b を定数とする。x，y の連立方程式　$\begin{cases}ax+by=-11\\bx+ay=17\end{cases}$　の解が　$x=1$，$y=-3$　であるとき，a，b の値をそれぞれ求めなさい。

問５　二つの箱 A，B がある。箱 A には数の書いてある 3 枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$ が入っており，箱 B には奇数の書いてある 3 枚のカード $\boxed{3}$，$\boxed{7}$，$\boxed{9}$ が入っている。箱 A からカードを 2 枚，箱 B からカードを 1 枚同時に取り出し，取り出した 3 枚のカードそれぞれに書いてある数のうち，最も小さい数を a，2 番目に小さい数を b，最も大きい数を c とする。このとき，$a+c=2b$ となる確率はいくらですか。A，B それぞれの箱において，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとして答えなさい。

問６　文芸部の顧問である S 先生は，ある期間に部員 20 人が読んだ本の冊数の平均値，中央値，範囲を求めたが，部員の一人である N さんについて，間違った冊数で計算したことに気が付いたため，N さんの冊数を正しいものに訂正して，平均値，中央値，範囲を求め直した。右図は，S 先生が N さんの冊数を正しいものに訂正した後に作った，部員 20 人が読んだ本の冊数のヒストグラムである。N さんの冊数を正しいものに訂正する前と訂正した後とで比べると，平均値は訂正した後の方が 0.1 冊大きくなり，中央値と範囲は変わらなかった。次の文中の［あ］，［い］に入れるのに適している自然数をそれぞれ書きなさい。

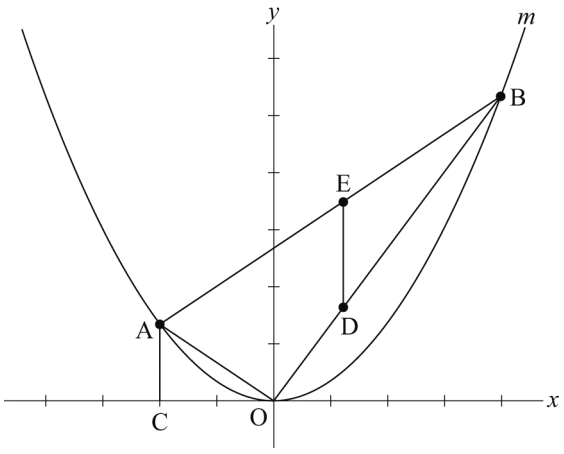


S 先生は，N さんが読んだ本の冊数を［あ］冊から［い］冊に訂正してヒストグラムを作った。

問７　a を 2 けたの奇数とし，b を a の十の位の数と一の位の数とを入れかえてできる自然数とするとき，$\dfrac{a+b}{8}$ の値が 20 以上であって 21 以下である a の値を**すべて**求めなさい。

問８　右図において，m は $y=\dfrac{1}{3}x^2$ のグラフを表す。

A，B は m 上の点であり，A の x 座標は -2，B の x 座標は 4 である。O と A，O と B，A と B とをそれぞれ結ぶ。C は x 軸上の点であり，C の x 座標は A の x 座標と等しい。A と C とを結ぶ。D は，線分 OB 上の点である。D の x 座標を t とし，$0<t<4$ とする。E は線分 AB 上の点であり，E の x 座標は D の x 座標と等しい。このとき，E の y 座標は D の y 座標より大きい。D と E とを結ぶ。△BED の面積が△OAC の面積の 2 倍であるときの t の値を求めなさい。求め方も書くこと。ただし，座標軸の 1 目もりの長さは 1 cm であるとする。

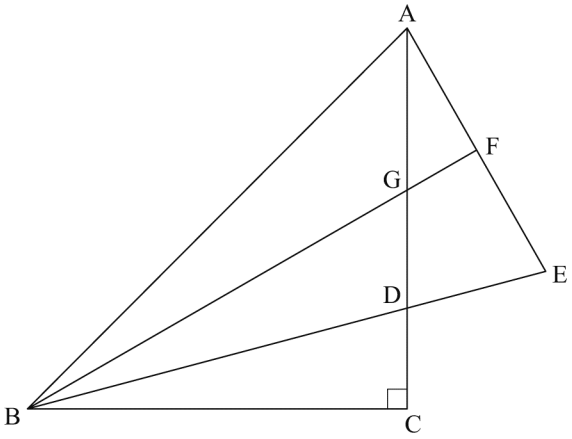


2 **図1**，**図2**において，△ABC は∠ACB＝90°，AC＝BC＝6 cm の直角二等辺三角形である。D は，辺 AC 上にあって A，C と異なる点である。E は直線 BD 上にあって D について B と反対側にある点であり，BE＝BA である。A と E とを結ぶ。F は，線分 AE の中点である。B と F とを結ぶ。G は，線分 BF と辺 AC との交点である。

次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ数になる場合は，根号の中をできるだけ小さい自然数にすること。

問1　**図1**において，△ABE の内角∠ABE の大きさを $a°$ とするとき，△ABG の内角∠AGB の大きさを a を用いて表しなさい。

図1



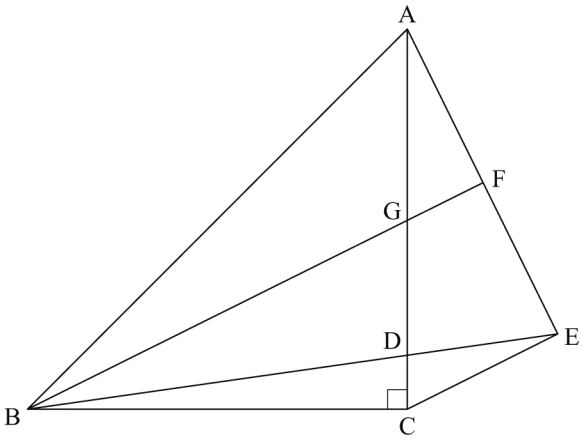
問2　**図2**において，AG＝GC である。C と E とを結ぶ。

(1) △BDG∽△EDC であることを証明しなさい。

(2) 線分 GF の長さを求めなさい。

(3) △ABD の面積を求めなさい。

図2

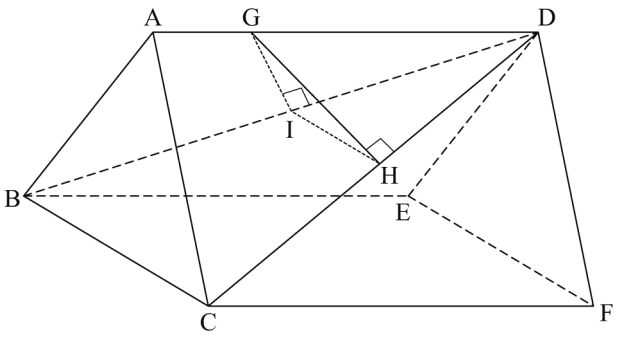


3 **図１**，**図２**において，立体 ABC－DEF は五つの平面で囲まれてできた立体である。四角形 BCFE は BC＝6 cm，CF＝8 cm の長方形であり，△ABC，△DEF は正三角形である。平面 ABC と平面 DEF は平行である。このとき，AD // BE，AD // CF であり，四角形 ABED≡四角形 ACFD である。D と B，D と C とをそれぞれ結ぶ。G は辺 AD 上の点であり，AG＝2 cm である。

次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ数になる場合は，根号の中をできるだけ小さい自然数にすること。

問１　**図１**において，四角形 ACFD は長方形である。H は，G から線分 DC にひいた垂線と線分 DC との交点である。I は，G から線分 DB にひいた垂線と線分 DB との交点である。H と I とを結ぶ。

図１



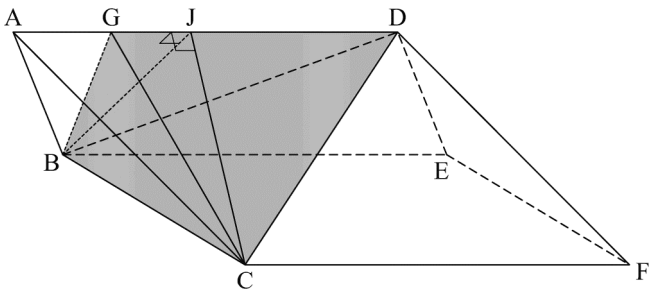
(1) △ABC の面積を求めなさい。

(2) 線分 GH の長さを求めなさい。

(3) 線分 HI の長さを求めなさい。

問２　**図２**において，四角形 ACFD は内角∠DAC が鋭角の平行四辺形である。G と C，G と B とをそれぞれ結ぶ。△ACG の内角∠AGC は鈍角であり，GC＝5 cm である。J は，C から辺 AD にひいた垂線と辺 AD との交点である。B と J とを結ぶ。このとき，BJ⊥AD である。

図２



(1) 線分 GJ の長さを求めなさい。

(2) 立体 GBCD の体積を求めなさい。

数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−18−公−大阪(C)−KY−01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４	$a=$　　，$b=$		
		問５			
		問６	㋐　　㋑		
		問７			
		問８	〔求め方〕 t の値		

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数－18－公－大阪（C）－KY－02	2	問１		度		
		問２	(1)	〔証明〕		
			(2)	cm		
			(3)	cm^2		
数－18－公－大阪（C）－KY－03	3	問１	(1)	cm^2		
			(2)	cm		
			(3)	cm		
		問２	(1)	cm		
			(2)	cm^3		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-18-公-大阪(C)-K-01	1	問１	$\dfrac{13a+18b}{20}$	4	
		問２	$-\dfrac{9}{2}$	4	
		問３	$3+8\sqrt{6}$	4	
		問４	$a=-5$，$b=2$	4	
		問５	$\dfrac{4}{9}$	6	
		問６	㋐　5　　㋑　7	6	**完答**とし，二つとも正しい場合のみ点を与える。
		問７	69，87	6	
		問８	〔求め方〕 A $\left(-2,\ \dfrac{4}{3}\right)$，B $\left(4,\ \dfrac{16}{3}\right)$ だから， 直線 AB の式を $y=ax+b$ とすると $\dfrac{4}{3}=-2a+b$ ……㋐ $\dfrac{16}{3}=4a+b$ ……㋑ ㋐，㋑を連立させて解くと　$a=\dfrac{2}{3}$，$b=\dfrac{8}{3}$ よって，直線 AB の式は $y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{8}{3}$ だから， E の y 座標は $\dfrac{2}{3}t+\dfrac{8}{3}$ である。 直線 OB の式は $y=\dfrac{4}{3}x$ だから，D の y 座標は $\dfrac{4}{3}t$ である。 よって　ED$=\dfrac{2}{3}t+\dfrac{8}{3}-\dfrac{4}{3}t=\dfrac{2}{3}(4-t)$ (cm) だから $\triangle\mathrm{BED}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}(4-t)\times(4-t)=\dfrac{1}{3}(4-t)^2$ (cm^2) △BED の面積が△OAC の面積の 2 倍だから $\dfrac{1}{3}(4-t)^2=2\times\left(\dfrac{1}{2}\times2\times\dfrac{4}{3}\right)$ よって　$(4-t)^2=8$ これを解くと，$0<t<4$ より　$t=4-2\sqrt{2}$ t の値　$4-2\sqrt{2}$	8	部分点を与える。

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−18−公−大阪(C)−K−02	2	問１	$135-\frac{1}{2}a$　度		4	
		問２	(1)	〔証明〕 △BDG と△EDC において 対頂角は等しいから　∠BDG＝∠EDC　……㋐ △ACE において，G，F はそれぞれ辺 AC，AE の中点だから　BF // CE 平行線の錯角は等しいから ∠BGD＝∠ECD　……㋑ ㋐，㋑より，2 組の角がそれぞれ等しいから △BDG∽△EDC	8	部分点を与える。
			(2)	$\frac{3\sqrt{5}}{5}$ cm	6	
			(3)	$\frac{108}{7}$ cm^2	6	
数−18−公−大阪(C)−K−03	3	問１	(1)	$9\sqrt{3}$ cm^2	4	
			(2)	$\frac{18}{5}$ cm	4	
			(3)	$\frac{72}{25}$ cm	4	
		問２	(1)	$\frac{7}{4}$ cm	6	
			(2)	$\frac{9\sqrt{23}}{2}$ cm^3	6	

数-18-公-大阪（C）-KS-01

1　問１　$\dfrac{5a-2b}{4}-\dfrac{3a-7b}{5}=\dfrac{5(5a-2b)-4(3a-7b)}{20}=\dfrac{25a-10b-12a+28b}{20}=\dfrac{13a+18b}{20}$

問２　$\dfrac{1}{6}a^2b\times a^3b^2\div\left(-\dfrac{1}{2}ab\right)^2=\dfrac{a^2b\times a^3b^2\times 4}{6a^2b^2}=\dfrac{2}{3}a^3b=\dfrac{2}{3}\times(-3)^3\times\dfrac{1}{4}=-\dfrac{9}{2}$

問３　$(3\sqrt{3}+\sqrt{2})(3\sqrt{3}-\sqrt{2})-(\sqrt{6}-4)^2=27-2-(6-8\sqrt{6}+16)=25-(22-8\sqrt{6})=3+8\sqrt{6}$

問４　$ax+by=-11\cdots①$，$bx+ay=17\cdots②$とおく。①，②にそれぞれ $x=1$，$y=-3$ を代入すると，

$a-3b=-11\cdots①'$，$b-3a=17\cdots②'$

①′×3+②′より，$-8b=-16$　$b=2$　これを①′に代入すると，$a=-5$

問５　3 枚のカードの取り出し方は全部で$(a,\ b,\ c)=(1,\ 3,\ 4)$，$\underline{(1,\ 4,\ 7)}$，$(1,\ 4,\ 9)$，$\underline{(1,\ 3,\ 5)}$，$(1,\ 5,\ 7)$，$\underline{(1,\ 5,\ 9)}$，$\underline{(3,\ 4,\ 5)}$，$(4,\ 5,\ 7)$，$(4,\ 5,\ 9)$の 9 通りで，その中で下線をひいた 4 通りは $a+c=2b$ を満たす。よって，求める確率は$\dfrac{4}{9}$

問６　ヒストグラムから，20 人が読んだ本の冊数の合計は，

$5\times3+6\times2+7\times5+8\times6+9\times3+10\times1=147$(冊)だから，平均値は $147\div20=7.35$(冊)

よって，訂正前の平均値は $7.35-0.1=7.25$(冊)だから，冊数の合計は $7.25\times20=145$(冊)

このことから，N さんの冊数の訂正後と訂正前の差は $147-145=2$(冊)である。

N さんの訂正前の冊数が 5 冊とすると，訂正後は 7 冊になる。このとき，中央値と範囲は変わらないから，S 先生は N さんが読んだ本の冊数を 5 冊から 7 冊に訂正してヒストグラムを作ったと分かる。

問７　a は 2 けたの奇数だから，$a=10x+y$(x は 1 以上 9 以下の自然数，$y=1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9$)とおくと，

$b=10y+x$ とかける。$\dfrac{a+b}{8}$は 20 以上 21 以下だから，$a+b$ は 160 以上 168 以下である。

よって，$a+b=11(x+y)$より，$x+y$ は 14.5…以上 15.2…以下だから，$x+y=15\cdots①$

$y=1$，3，5 のとき，x が 1 以上 9 以下であることを満たさないから不適。

$y=7$ のとき $x=8$ で，$y=9$ のとき $x=6$ である。

したがって，求める a の値は 69，87

問８　点 A の座標は$\left(-2,\ \dfrac{4}{3}\right)$，B の座標は$\left(4,\ \dfrac{16}{3}\right)$と表すことができる。

よって，直線 OB を表す式は $y=\dfrac{4}{3}x$，直線 AB を表す式は $y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{8}{3}$だから，

D$\left(t,\ \dfrac{4}{3}t\right)$，E$\left(t,\ \dfrac{2}{3}t+\dfrac{8}{3}\right)$となる。$\triangle OAC=\dfrac{1}{2}\times2\times\dfrac{4}{3}=\dfrac{4}{3}$，$\triangle BED=\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{2}{3}t+\dfrac{8}{3}-\dfrac{4}{3}t\right)\times(4-t)=\dfrac{1}{3}(4-t)^2$

で，$\triangle BED=2\triangle OAC$ だから，$(4-t)^2=8$　$0<t<4$ より，$t=4-2\sqrt{2}$

数-18-公-大阪（C）-KS-02

2　問１　△ABE は二等辺三角形で AF＝FE より，線分 BF は∠ABE の二等分線であるから，

$\angle ABG=\dfrac{1}{2}a^\circ$　また，△ABC は直角二等辺三角形だから，$\angle BAG=45^\circ$

よって，$\angle AGB=180^\circ-45^\circ-\dfrac{1}{2}a^\circ=135^\circ-\dfrac{1}{2}a^\circ$

問２　(1) △BDG と△EDC において，対頂角は等しいから，∠BDG＝∠EDC…①

AF＝FE，AG＝GC だから，中点連結定理より，GF // CE

よって，平行線の錯角は等しいから，∠DBG＝∠DEC…②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから，△BDG∽△EDC

(2) 三平方の定理より，$BG^2=BC^2+CG^2=36+9=45$　$BG>0$ より，$BG=3\sqrt{5}$(cm)

△AGF∽△BGC より，GF : GC＝AG : BG　GF : 3＝3 : $3\sqrt{5}$　$GF=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$(cm)

(3) CE＝2GF＝$\frac{6\sqrt{5}}{5}$(cm)で，△BDG∽△EDC より，GD：CD＝BG：EC＝$3\sqrt{5}$：$\frac{6\sqrt{5}}{5}$＝5：2

よって，GD＝$\frac{5}{7}\times 3=\frac{15}{7}$(cm)だから，△ABD＝$\frac{1}{2}\times\left(3+\frac{15}{7}\right)\times 6=\frac{108}{7}$(cm²)

数-18-公-大阪(C)-KS-03

3 **問1** (1) 三点 A から辺 BC に垂線をひき，その垂線と辺 BC の交点を K とする。

△ABK において，三平方の定理より，AK²＝AB²－BK²＝36－9＝27　AK＞0 より，AK＝$3\sqrt{3}$(cm)

よって，△ABC＝$\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}$(cm²)

(2) △ACD において，三平方の定理より，DC²＝DA²＋AC²＝64＋36＝100　DC＞0 より，DC＝10(cm)

△ACD∽△HGD より，CD：GD＝CA：GH＝10：6＝6：GH　GH＝$\frac{18}{5}$(cm)

(3) △ACD∽△HGD より，DA：DH＝DC：DG　8：DH＝10：6　DH＝$\frac{24}{5}$(cm)

△DGH≡△DGI より，合同な図形の対応する辺は等しいから，DH＝DI

よって，△DIH∽△DBC だから，DH：DC＝HI：CB　$\frac{24}{5}$：10＝HI：6　HI＝$\frac{72}{25}$(cm)

問2 (1) GJ＝$x$cm とおくと，△CGJ において，三平方の定理より，CJ²＝CG²－GJ²＝25－x^2

また，△CAJ において，三平方の定理より，CJ²＝CA²－AJ²＝36－(2＋x)²＝32－4x－x^2 だから，

25－x^2＝32－4x－x^2　x＝$\frac{7}{4}$(cm)

(2) △CGJ において，三平方の定理より，CJ²＝CG²－GJ²＝25－$\frac{49}{16}$＝$\frac{351}{16}$

△JBC で頂点 J から辺 BC に垂線をひき，その垂線と辺 BC の交点を L とする。△JCL において，

三平方の定理より，JL²＝JC²－BL²＝JC²－9＝$\frac{351}{16}$－9＝$\frac{9\times 23}{16}$　JL＞0 より，JL＝$\frac{3\sqrt{23}}{4}$(cm)

立体 GBCD の体積は，立体 GBCJ の体積と立体 DBCJ の体積の和だから，求める体積は，

$\frac{1}{3}\times$△JBC×GJ＋$\frac{1}{3}\times$△JBC×DJ＝$\frac{1}{3}\times$△JBC×GD＝$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 6\times\frac{3\sqrt{23}}{4}\times 6=\frac{9\sqrt{23}}{2}$(cm³)