H29　埼玉県　公立　数学　問題

※「問題Ａと問題Ｂ（学校選択）を掲載」

数-17-公-埼玉-問-01A

1　**【問題Ａ】**　次の各問に答えなさい。

問１　$10x-7x$　を計算しなさい。

問２　$(-2)\times 4+1$　を計算しなさい。

問３　$9a^2\div 3ab\times(-b)$　を計算しなさい。

問４　$\sqrt{8}+\dfrac{2}{\sqrt{2}}$　を計算しなさい。

問５　$x^2-13x+36$　を因数分解しなさい。

問６　連立方程式　$\begin{cases}5x+3y=1\\-2x+y=4\end{cases}$　を解きなさい。

問７　２次方程式　$(x+4)^2-5=0$　を解きなさい。

問８　等式　$\ell=2(a+b)$　を，b について解きなさい。

問９　1500 m の道のりを毎分 x m の速さで歩くとき，出発してから到着するまでにかかる時間を y 分とします。y を x の式で表しなさい。

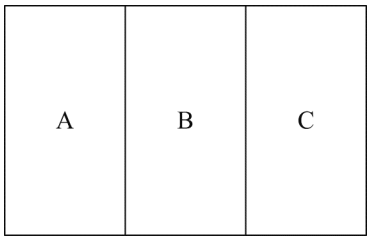
問 10　関数　$y=x^2$　について，x の変域を　$a\leqq x\leqq a+2$　とするとき，y の変域が　$0\leqq y\leqq 4$　となるような a の値を，次の**ア**～**オ**の中から**すべて**選び，その記号を書きなさい。

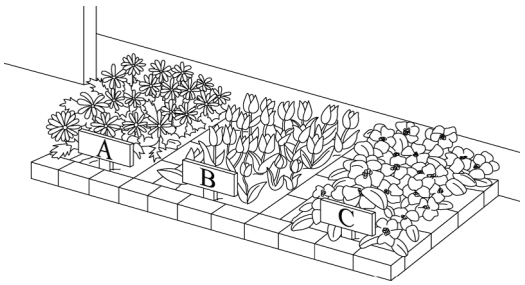
ア　-2　　**イ**　-1　　**ウ**　0　　**エ**　1　　**オ**　2

問 11　右の図のような，A，B，C の 3 つの部分に仕切られた花だんがあります。この A，B，C の 3 つの部分に，それぞれマーガレット，チューリップ，パンジーのいずれかを植えます。

同じ種類の花を 2 つの部分に植えてもよいものとしますが，となり合った部分には異なる種類の花を植えるものとします。

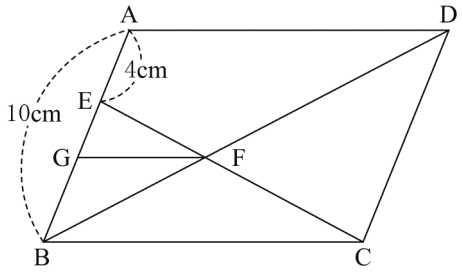
このとき，植え方は全部で何通りあるか求めなさい。





問 12　右の図のように，AB＝10 cm の平行四辺形 ABCD があります。辺 AB 上に，AE＝4 cm となる点 E をとり，線分 EC をひきます。線分 EC と対角線 BD との交点を F とし，点 F を通って辺 BC に平行な直線と辺 AB との交点を G とします。

このとき，線分 EG の長さを求めなさい。



数-17-公-埼玉-問-01B

1　**【問題Ｂ】**　次の各問に答えなさい。

問１　$\dfrac{3x-y}{4}-\dfrac{2x-y}{3}$　を計算しなさい。

問２　$x=1+\sqrt{3}$，$y=1-\sqrt{3}$　のとき，x^2+4x-y^2+4　の値を求めなさい。

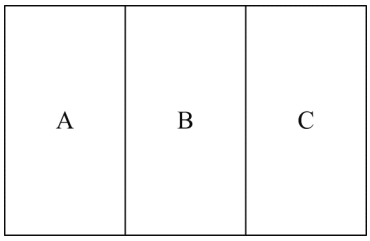
問３　方程式　$6x-3y+7=4x+6y=2x+3$　を解きなさい。

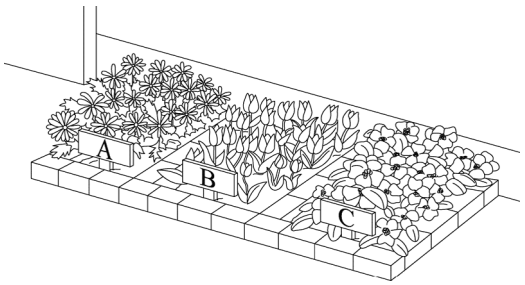
問４　関数　$y=x^2$　について，x の変域を　$a \leqq x \leqq a+2$　とするとき，y の変域が　$0 \leqq y \leqq 4$　となるような a の値を**すべて**求めなさい。

問５　右の図のような，A，B，C の 3 つの部分に仕切られた花だんがあります。この A，B，C の 3 つの部分に，それぞれマーガレット，チューリップ，パンジーのいずれかを植えます。

同じ種類の花を 2 つの部分に植えてもよいものとしますが，となり合った部分には異なる種類の花を植えるものとします。

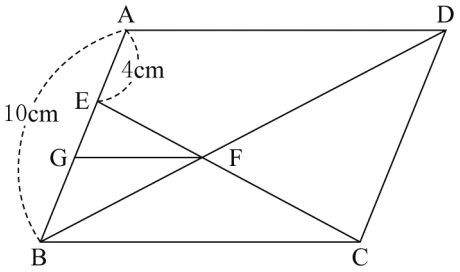
このとき，植え方は全部で何通りあるか求めなさい。





問６　右の図のように，AB＝10 cm の平行四辺形 ABCD があります。辺 AB 上に，AE＝4 cm となる点 E をとり，線分 EC をひきます。線分 EC と対角線 BD との交点を F とし，点 F を通って辺 BC に平行な直線と辺 AB との交点を G とします。

このとき，線分 EG の長さを求めなさい。



問７　次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 2 次方程式　$(x+4)^2-5=0$　を解きなさい。

(2) 2 次方程式　$ax^2+bx+c=0$　の解が，$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$　であることを，2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$　を変形して導きなさい。ただし，$a>0$ とします。

問８　次は，先生とＡさんの会話です。これを読んで，下の(1)，(2)に答えなさい。

先　生「右の図のように，11 から 50 までの自然数を並べます。この中で，11 と 13 のように，『差が 2 である 2 つの素数』の組は全部で 4 組あります。残りの 3 組をすべて答えてください。」

(11)	12	(13)	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Ａさん「［　　］です。」

先　生「そのとおりです。では，『差が 2 である 2 つの素数』の間にある自然数は，何の倍数ですか。」

Ａさん「6 の倍数だと思います。」

先　生「そうですね。その理由を考えてみましょう。」

(1)　［　　］にあてはまる，『差が 2 である 2 つの素数』の組を書きなさい。

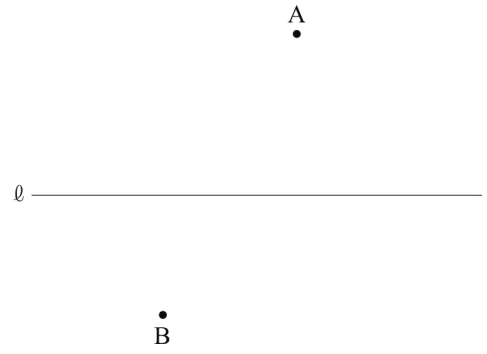
(2)　11 以上の自然数について，『差が 2 である 2 つの素数』の間にある自然数は 6 の倍数です。その理由を説明しなさい。

数-17-公-埼玉-問-02

2　次の各問に答えなさい。

問１　下の図のように，直線 ℓ と直線 ℓ 上にない 2 点 A，B があります。直線 ℓ 上に点 P をとるとき，$\angle APB = 90^\circ$ となる点 P は 2 つあります。この 2 つの点 P のうちの 1 つを，コンパスと定規を使って作図しなさい。

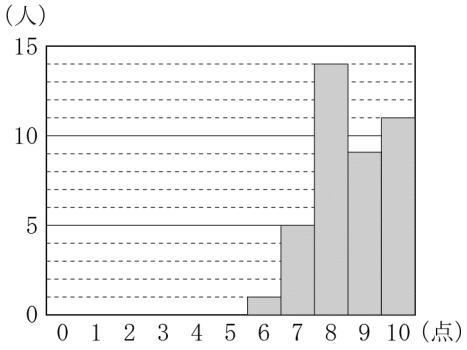
ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。



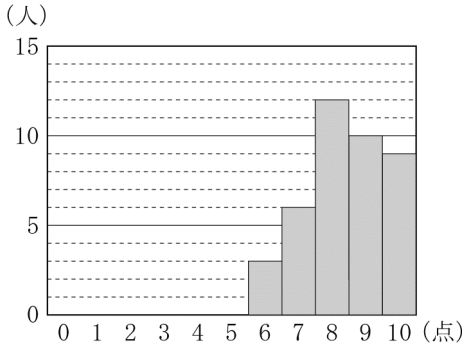
問２　あるクラスの生徒 40 人に 10 点満点のテストを行ったところ，得点の最頻値が 8 点，中央値が 8.5 点，平均値が 8.4 点でした。

次の**ア**～**エ**の中から，このテストの得点分布を表したヒストグラムとして最も適切なものを 1 つ選び，その記号を書きなさい。

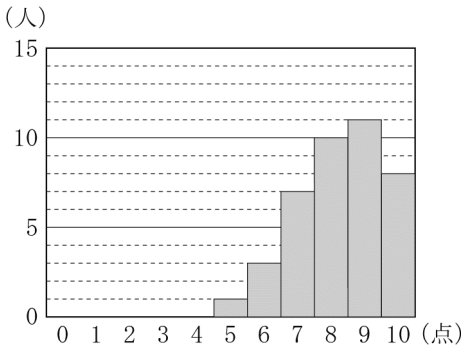
ア



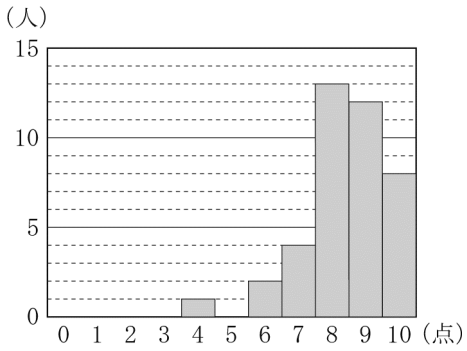
イ



ウ

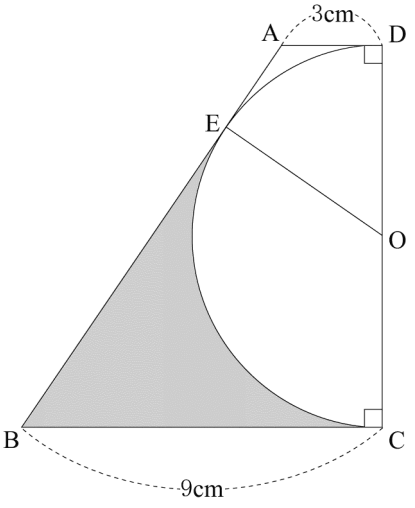


エ



問３　下の図の四角形 ABCD は，AD // BC，∠C＝∠D＝90° の台形で，AD＝3 cm，BC＝9 cm です。この台形の辺 CD を直径として円 O をかくと，点 E で辺 AB と接します。このとき，図のかげ（　　）をつけた部分の面積を求めなさい。

ただし，円周率はπとします。



問４　右の**図１**は，１辺の長さが 12 cm の正方形から，かげ（　　）をつけた部分を切り取ってできる正四角柱の展開図です。この展開図を組み立てて，**図２**のような正四角柱をつくります。

この正四角柱の底面の１辺の長さが，高さの２倍になるとき，この正四角柱の高さを求めなさい。

図１

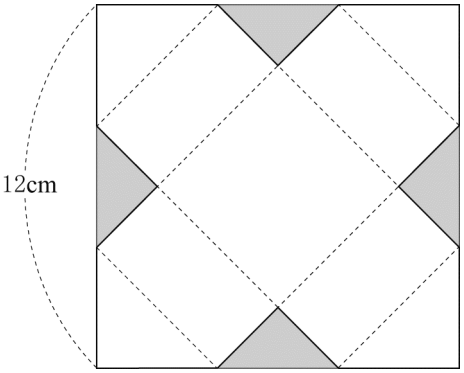
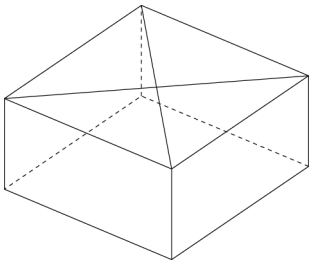


図２

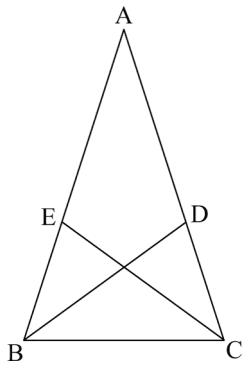


数-17-公-埼玉-問-03A

３　**【問題Ａ】**　次の各問に答えなさい。

問１　AB＝AC の二等辺三角形 ABC において，∠B と∠C の二等分線をひき，辺 AC，AB との交点を，それぞれ D，E とします。

△ABD と△ACE が合同であることを証明しなさい。



問２　次は，先生，A さん，B さんの会話です。これを読んで，下の(1)，(2)に答えなさい。

先　生「右の図のように，11 から 50 までの自然数を並べます。この中で，11 と 13 のように，『差が 2 である 2 つの素数』の組は全部で 4 組あります。残りの 3 組をすべて答えてください。」

(11)	12	(13)	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

A さん「 ア 」です。」

先　生「そのとおりです。では，『差が 2 である 2 つの素数』の間にある自然数は，何の倍数ですか。」

A さん「2 の倍数だと思います。理由は，『差が 2 である 2 つの素数』はともに奇数だから，その間の数は必ず偶数になるからです。」

先　生「そうですね。その説明は，51 以上の自然数でも成り立ちますね。」

B さん「先生，私は 3 の倍数でもあると思います。」

A さん「どうして，3 の倍数なのですか。」

B さん「11 以上の自然数について，次のように説明できます。」

(説明)

イ

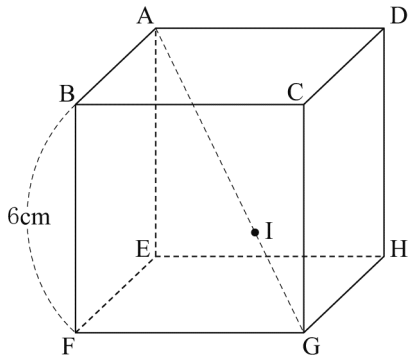
先　生「二人ともよく考えましたね。11 以上の自然数について，『差が 2 である 2 つの素数』の間にある自然数は，2 の倍数でもあり，3 の倍数でもあるので，6 の倍数でもあります。」

(1)　ア　にあてはまる，『差が 2 である 2 つの素数』の組を書きなさい。

(2)　イ　にあてはまる，『差が 2 である 2 つの素数』の間にある自然数は 3 の倍数である理由を説明しなさい。

数-17-公-埼玉-問-03B

3　**【問題Ｂ】**　右の図のように，1 辺が 6 cm の立方体 ABCD－EFGH があります。この立方体の対角線 AG 上に，∠AIF＝90° となる点 I をとります。このとき，次の各問に答えなさい。



問１　△AGF と△AFI が相似であることを証明しなさい。

問２　線分 FI の長さを求めなさい。

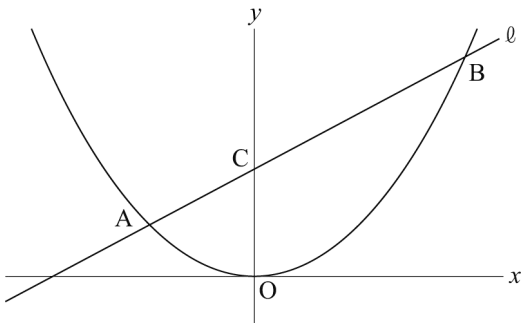
問３　4 つの点 A，F，I，C を頂点とする立体の体積を求めなさい。

数-17-公-埼玉-問-04A

4　**【問題Ａ】**　右の**図１**で，曲線は関数　$y=ax^2$ のグラフです。曲線上に x 座標が -2，4 である 2 点 A，B をとり，この 2 点を通る直線 ℓ をひきます。直線 ℓ が y 軸と点 C (0，2) で交わるとき，次の各問に答えなさい。

ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とします。

図１



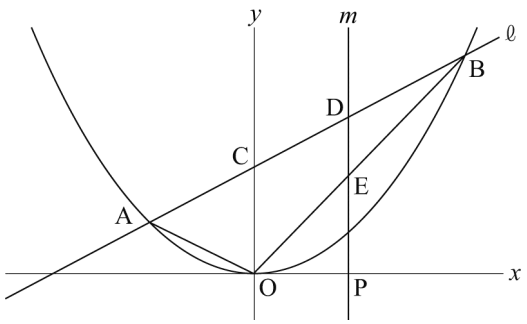
問１　△OBC の面積を求めなさい。

問２　a の値を求めなさい。

問３　右の**図２**のように，x 軸上の $0 \leqq x \leqq 4$ の範囲に点 P をとり，点 P を通って y 軸に平行な直線 m をひきます。直線 m と直線 ℓ との交点を D，直線 m と線分 OB との交点を E とします。

△OAB と△BDE の面積の比が 4 : 1 のとき，点 P の x 座標を途中の説明も書いて求めなさい。その際，解答用紙の図を用いて説明してもよいものとします。

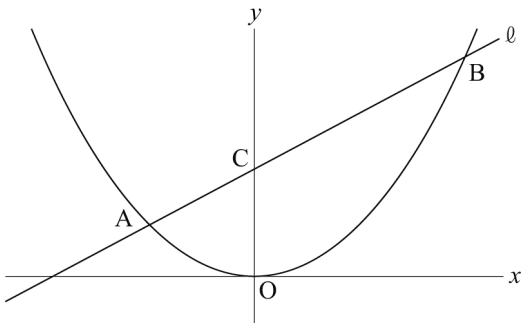
図２



4 **【問題B】** 右の**図１**で，曲線は関数 $y=ax^2$ のグラフです。曲線上に x 座標が-2，4 である 2 点 A，B をとり，この 2 点を通る直線 ℓ をひきます。直線 ℓ が y 軸と点 C(0，2) で交わるとき，次の各問に答えなさい。

ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とし，円周率は π とします。

図１

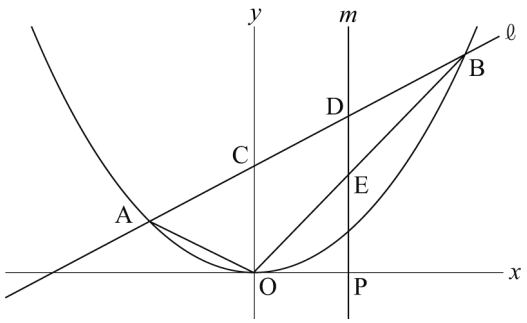


問１ a の値を求めなさい。

問２ 右の**図２**のように，x 軸上の $0 \leqq x \leqq 4$ の範囲に点 P をとり，点 P を通って y 軸に平行な直線 m をひきます。直線 m と直線 ℓ との交点を D，直線 m と線分 OB との交点を E とします。

△OAB と△BDE の面積の比が 4 : 1 のとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

図２



(1) 点 P の x 座標を求めなさい。

(2) △BDE を，辺 BE を軸として 1 回転させてできる立体の体積を，途中の説明も書いて求めなさい。その際，解答用紙の図を用いて説明してもよいものとします。

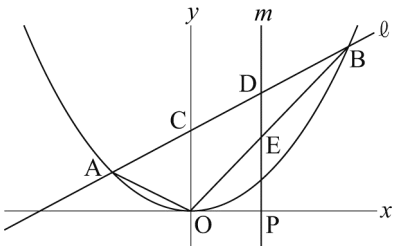
別紙

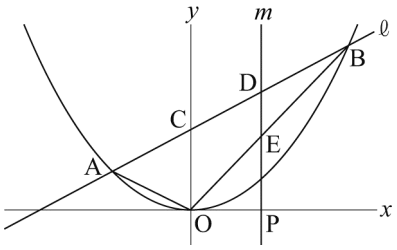
H29　埼玉県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−17−公−埼玉−KY−01A	1 問題A	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			
		問６	$x=$　　，$y=$		
		問７	$x=$		
		問８	$b=$		
		問９	$y=$		
		問 10			
		問 11	通り		
		問 12	cm		

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-17-公-埼玉-KY-01B	1 問題B	問1				
		問2				
		問3		$x=$　　，$y=$		
		問4		$a=$		
		問5		通り		
		問6		cm		
		問7	(1)	$x=$		
			(2)			
		問8	(1)	と　　と　　と		
			(2)	〔説明〕		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−17−公−埼玉−KY−02	2	問１	A ℓ B		
		問２			
		問３	cm^2		
		問４	cm		
数−17−公−埼玉−KY−03A	3 問題A	問１	〔証明〕		
		問２ (1)	と　　と　　と		
		問２ (2)	〔説明〕		

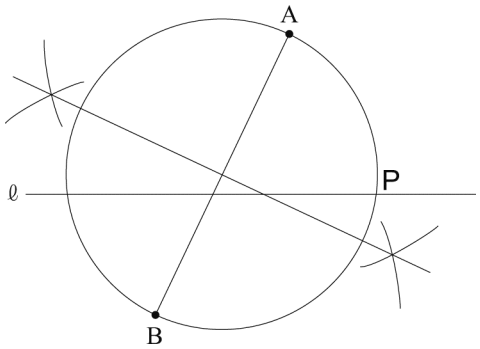
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−17−公−埼Ⅱ−KY−03B	3 問題B	問１	〔証明〕		
		問２	cm		
		問３	cm^3		
数−17−公−埼Ⅱ−KY−04A	4 問題A	問１	cm^2		
		問２	$a=$		
		問３	〔説明〕  答え　　cm^3		

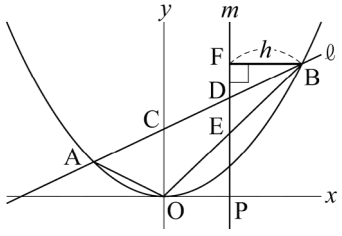
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数－17－公－埼玉－KY－04B	4 問題B	問1	$a=$			
		問2	(1)			
			(2)	〔説明〕  答え		

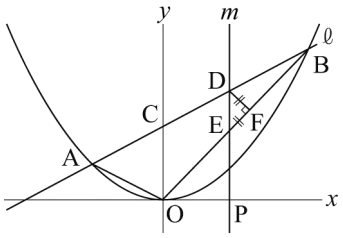
数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-17-公-埼玉-K-01A	1 問題A	問1	$3x$	4	
		問2	-7	4	
		問3	$-3a$	4	
		問4	$3\sqrt{2}$	4	
		問5	$(x-4)(x-9)$	4	
		問6	$x=-1$，$y=2$	4	
		問7	$x=-4\pm\sqrt{5}$	4	
		問8	$b=\frac{\ell}{2}-a$	4	
		問9	$y=\frac{1500}{x}$	4	
		問10	ア，ウ	4	
		問11	12　(通り)	4	
		問12	$\frac{9}{4}$　(cm)	4	

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数−17−公−埼玉−K−01B	1 問題 B	問１		$\dfrac{x+y}{12}$	4	
		問２		$8+8\sqrt{3}$	4	
		問３		$x=-\dfrac{1}{2}$，$y=\dfrac{2}{3}$	4	
		問４		$a=-2$，0	4	
		問５		12　(通り)	4	
		問６		$\dfrac{9}{4}$　(cm)	4	
		問７	(1)	$x=-4\pm\sqrt{5}$	4	
			(2)	(例) $x^2+\dfrac{b}{a}x+\dfrac{c}{a}=0$ $x^2+\dfrac{b}{a}x+\left(\dfrac{b}{2a}\right)^2=-\dfrac{c}{a}+\left(\dfrac{b}{2a}\right)^2$ $\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2=\dfrac{b^2-4ac}{4a^2}$ $x+\dfrac{b}{2a}=\pm\dfrac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	6	内容に応じて部分点を認める。
		問８	(1)	17 と 19　｜　29 と 31　｜　41 と 43	4	
			(2)	〔説明〕 (例) 『差が 2 である 2 つの素数』はともに奇数だから，その間の数は 2 の倍数である。また，連続する 3 つの自然数の中には必ず 3 の倍数が 1 つあり，『差が 2 である 2 つの素数』はともに 3 の倍数ではないので，その間の数が 3 の倍数である。したがって，2 の倍数かつ 3 の倍数だから 6 の倍数である。	7	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−17−公−埼玉−K−02	2	問１	(例)  	5	作図の方法を利用して記入されているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
		問２	エ	5	
		問３	$27\sqrt{3}\ -9\pi$　(cm^2)	5	
		問４	$2\sqrt{2}$　(cm)	5	
数−17−公−埼玉−K−03A	3 問題A	問１	〔証明〕 (例) △ABD と△ACE において， 仮定から， AB＝AC……① ∠A は共通 ……② また， $\angle ABD=\frac{1}{2}\angle B$，$\angle ACE=\frac{1}{2}\angle C$ △ABC は二等辺三角形だから，∠B＝∠C よって， ∠ABD＝∠ACE ……③ ①，②，③から，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので， △ABD≡△ACE	7	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
		問２	(1)　17 と 19　／　29 と 31　／　41 と 43	4	
			(2)　〔説明〕 (例) 連続する 3 つの自然数の中には必ず 3 の倍数が 1 つあり，『差が 2 である 2 つの素数』はともに 3 の倍数ではないので，その間の数が 3 の倍数である。	5	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−17−公−埼玉−K−03B	3 問題B	問１	〔証明〕 (例) △AGF と△AFI において， ∠AFG＝∠AIF＝90°……① ∠FAG＝∠IAF……② ①，②から，2 組の角がそれぞれ等しいので， △AGF∽△AFI	6	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
		問２	$2\sqrt{6}$　(cm)	5	
		問３	24　(cm^3)	6	
数−17−公−埼玉−K−04A	4 問題A	問１	4　(cm^2)	4	
		問２	$a=\frac{1}{4}$	5	
		問３	〔説明〕 (例) 点 B から直線 m に垂線をひき，交点を F とする。 BF＝h とすると，△BDE∽△BCO であるから， 面積比と高さの比の関係より， △BDE：△BCO＝h^2：4^2……① また，△OAB：△BDE＝4：1 で，△OAB＝6 であるから， 6：△BDE＝4：1 △BDE＝$\frac{3}{2}$ よって，①は， $\frac{3}{2}$：4＝h^2：4^2 $4h^2=24$ $h>0$ より，$h=\sqrt{6}$ したがって，点 P の x 座標は，$4-\sqrt{6}$ (答え)　$4-\sqrt{6}$ 	7	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 また，図に示すことで，説明の一部を省略したものも，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数−17−公−埼玉−K−04B	4 問題B	問1		$a=\dfrac{1}{4}$	5	
		問2	(1)	$4-\sqrt{6}$	6	
			(2)	〔説明〕 (例) 点D，Eのy座標は，それぞれ $4-\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，$4-\sqrt{6}$ だから， $\mathrm{DE}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$  また，点Dから辺BEに垂線をひき，交点をFとすると，△DEFはDF＝EFの直角二等辺三角形だから， $\mathrm{DF}=\dfrac{\mathrm{DE}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ △BDEを1回転させてできる立体は，DFを半径とする円を共通の底面にもつ円錐を2つ合わせたものだから，求める体積Vは， $\mathrm{V}=\dfrac{1}{3}\times\pi\times\mathrm{DF}^2\times(\mathrm{EF}+\mathrm{FB})$ $=\dfrac{\pi}{3}\times\mathrm{DF}^2\times\mathrm{EB}$ ここで，点B，Eのx座標は，それぞれ 4，$4-\sqrt{6}$ だから， $\mathrm{EB}=\sqrt{6}\times\sqrt{2}=2\sqrt{3}$ よって， $\mathrm{V}=\dfrac{\pi}{3}\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\times2\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\pi$ (答え)　$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\pi$　(cm^3)	7	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 また，図に示すことで，説明の一部を省略したものも，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。

数-17-公-埼玉-KS-01A

1 【問題A】　問1　$10x-7x=(10-7)x=3x$

問2　$(-2)\times4+1=-8+1=-7$

問3　$9a^2\div3ab\times(-b)=9a^2\times\dfrac{1}{3ab}\times(-b)=-\dfrac{9a^2\times1\times b}{3ab}=-3a$

問4　$\sqrt{8}+\dfrac{2}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}+\dfrac{2\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=2\sqrt{2}+\dfrac{2\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}+\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

問5　$x^2-13x+36=x^2+\{(-4)+(-9)\}x+(-4)\times(-9)=(x-4)(x-9)$

問6　$5x+3y=1\cdots①$，$-2x+y=4\cdots②$とする。

①－②×3 より，$5x-(-6x)=1-12$　$11x=-11$　$x=-1\cdots③$

②に③を代入して，$-2\times(-1)+y=4$　$2+y=4$　$y=2$

問7　$(x+4)^2-5=0$　$(x+4)^2=5$　$x+4=\pm\sqrt{5}$　$x=-4\pm\sqrt{5}$

問8　$\ell=2(a+b)$　右辺と左辺を入れかえて，両辺を 2 でわると，$a+b=\dfrac{\ell}{2}$　a を右辺に移項して，

$b=\dfrac{\ell}{2}-a$

問9　(時間)$=\dfrac{\text{(道のり)}}{\text{(速さ)}}$ より，$y=\dfrac{1500}{x}$

問10　関数 $y=x^2$ について，

ア　$a=-2$ のとき，x の変域は $-2\leqq x\leqq0$ であるから，y の変域は $0\leqq y\leqq4$ となる。

イ　$a=-1$ のとき，x の変域は $-1\leqq x\leqq1$ であるから，y の変域は $0\leqq y\leqq1$ となる。

ウ　$a=0$ のとき，x の変域は $0\leqq x\leqq2$ であるから，y の変域は $0\leqq y\leqq4$ となる。

エ　$a=1$ のとき，x の変域は $1\leqq x\leqq3$ であるから，y の変域は $1\leqq y\leqq9$ となる。

オ　$a=2$ のとき，x の変域は $2\leqq x\leqq4$ であるから，y の変域は $4\leqq y\leqq16$ となる。

問11　マーガレットを「マ」，チューリップを「チ」，パンジーを「パ」と表すと，植え方は全部で，

(A，B，C)＝(マ，チ，マ)，(マ，チ，パ)，(マ，パ，マ)，(マ，パ，チ)，(チ，マ，チ)，(チ，マ，パ)，(チ，パ，マ)，(チ，パ，チ)，(パ，マ，チ)，(パ，マ，パ)，(パ，チ，マ)，(パ，チ，パ)

の 12 通りある。

問12　△BFE∽△DFC より，EF：CF＝EB：CD＝(10－4)：10＝6：10＝3：5

GF // BC より，EG：GB＝EF：FC＝3：5　よって，$EG=\dfrac{3}{8}EB=\dfrac{3}{8}\times6=\dfrac{9}{4}$(cm)

数-17-公-埼玉-KS-01B

1 【問題B】　問1　$\dfrac{3x-y}{4}-\dfrac{2x-y}{3}=\dfrac{3(3x-y)-4(2x-y)}{12}=\dfrac{9x-3y-8x+4y}{12}=\dfrac{x+y}{12}$

問2　与式$=(x+2)^2-y^2=(x+y+2)(x-y+2)$となるから，$x=1+\sqrt{3}$，$y=1-\sqrt{3}$ を代入すると，

$(1+\sqrt{3}+1-\sqrt{3}+2)(1+\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+2)=4(2+2\sqrt{3})=8+8\sqrt{3}$

問3　$6x-3y+7=2x+3$ より，$4x-3y=-4\cdots①$　$4x+6y=2x+3$ より，$2x+6y=3\cdots②$

①－②×2 より，$-15y=-10$　$y=\dfrac{2}{3}$　これを①に代入して整理すると，$x=-\dfrac{1}{2}$

問4　$4=x^2$　$x=\pm2$

よって，$x=a=2$ のとき，$x=a+2=2+2=4$ となり $y=16$　$4\leqq y\leqq16$ となるから，条件を満たさない。

$x=a+2=2$ のとき $a=0$　$x=a=0$ となり $y=0$　$0\leqq y\leqq4$ となり，条件を満たす。

$x=a=-2$ のとき，$x=a+2=-2+2=0$ となり $y=0$　$0\leqq y\leqq4$ となり，条件を満たす。

$x=a+2=-2$ のとき $a=-4$　$x=a=-4$ となり $y=16$　$4\leqq y\leqq16$ となるから，条件を満たさない。

したがって，$a=-2$，0

問５　マーガレットを「マ」，チューリップを「チ」，パンジーを「パ」と表すと，植え方は全部で，
(A，B，C)＝(マ，チ，マ)，(マ，チ，パ)，(マ，パ，マ)，(マ，パ，チ)，(チ，マ，チ)，(チ，マ，パ)，(チ，パ，マ)，(チ，パ，チ)，(パ，マ，チ)，(パ，マ，パ)，(パ，チ，マ)，(パ，チ，パ)
の 12 通りある。

問６　△BFE∽△DFC より，EF：CF＝EB：CD＝(10－4)：10＝6：10＝3：5
GF // BC より，EG：GB＝EF：FC＝3：5
よって，$EG=\frac{3}{8}EB=\frac{3}{8}\times6=\frac{9}{4}$(cm)

問７　(1) $(x+4)^2-5=0$　$(x+4)^2=5$　$x+4=\pm\sqrt{5}$　$x=-4\pm\sqrt{5}$

(2) $ax^2+bx+c=0$　両辺を x^2 の係数でわると，$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$

数の項を移行して，x の係数の半分の 2 乗を両辺にたすと，$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$

左辺を平方の形にして，$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$　よって，$x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$

$\frac{b}{2a}$ を右辺に移項して，$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

問８　(1) 11 から 50 までの自然数で，素数は，11，13，17，19，23，29，31，37，41，43，47 である。

(2) 連続する 3 つの自然数は必ず，3 の倍数より 1 小さい数（3 でわると 2 余る数），3 の倍数（3 でわり切れる数），3 の倍数より 1 大きい数（3 でわると 1 余る数）の組み合わせになる。素数は，1 とその数自身のほかに約数がない自然数であるから，11 以上の素数は 3 の倍数ではない。つまり，『差が 2 である 2 つの素数』のうち，小さい方は 3 の倍数より 1 小さい数，大きい方は 3 の倍数より 1 大きい数となるから，『差が 2 である 2 つの素数』の間にある自然数は 3 の倍数である。また，素数は奇数になるので，その間にある数は偶数になる。したがって，3 の倍数であり，偶数でもある数は 6 の倍数になることがわかる。

数-17-公-埼玉-KS-02

2

問１　半円の弧に対する円周角は直角であることを利用して，次のような手順で作図する。
①　線分 AB をかき，線分 AB の垂直二等分線をかく。
②　①でかいた線分 AB と垂直二等分線との交点を中心として，直径 AB の円をかく。
③　②でかいた円と直線 ℓ が異なる 2 点で交わるので，どちらかの点を P とする。

問２　まず，最頻値が 8 点となる（8 点の生徒が最も多い）のは，**ア**，**イ**，**エ**である。
次に，中央値が 8.5 点となる（8 点以下の生徒，9 点以上の生徒がそれぞれ 20 人となる）のは，**ア**，**エ**である。さらに，**ア**の平均値は，(6×1＋7×5＋8×14＋9×9＋10×11)÷40＝8.6 (点) で，**エ**の平均値は，(4×1＋6×2＋7×4＋8×13＋9×12＋10×8)÷40＝8.4 (点) だから，
最も適切なものは**エ**である。

問３　△AOD≡△AOE より，合同な図形では対応する辺の長さは等しいので，AE＝AD＝3 cm
同様にして，△OBC≡△OBE だから，BE＝BC＝9 cm
点 A から辺 BC に垂線をひき，その交点を F とすると，四角形 AFCD は長方形になるから，
FC＝AD＝3 cm　よって，BF＝9－3＝6 (cm)だから，△ABF において，三平方の定理より，
$6^2+AF^2=(3+9)^2$　$AF^2=108$　AF＞0 だから，$AF=6\sqrt{3}$ (cm)
ここで，△ABF において，BF：AB：AF＝6：12：$6\sqrt{3}$ ＝1：2：$\sqrt{3}$ だから，∠ABF＝60°
四角形 EBCO において，四角形の内角の和は 360° だから，
∠COE＝360°－(90°＋60°＋90°)＝120°
よって，おうぎ形 OEC は，DC＝AF＝$6\sqrt{3}$ cm より半径が $6\sqrt{3}\div2=3\sqrt{3}$ (cm)だから，
面積は，$\pi\times(3\sqrt{3})^2\times\frac{120}{360}=9\pi$(cm^2)　したがって，四角形 EBCO の面積は，
$\left(\frac{1}{2}\times9\times3\sqrt{3}\right)\times2=27\sqrt{3}$ (cm^2) だから，求める面積は，$27\sqrt{3}-9\pi$(cm^2)

問４　この正四角柱の高さを x cm とすると，底面の１辺の長さは，$x\times2=2x$ (cm)と表される。
かげをつけた部分を切り取る前の正方形の対角線の長さを x を使って表すと，
$2x\div2+x+2x+x+2x\div2=6x$ (cm)となる。
１辺の長さが 12 cm の正方形の対角線の長さは$12\sqrt{2}$ cm だから，$6x=12\sqrt{2}$　$x=2\sqrt{2}$

数-17-公-埼玉-KS-03A

3　**【問題Ａ】**　**問１**　二等辺三角形の２つの底角の大きさが等しくなることと，その角の二等分線を利用して，∠ABD＝∠ACE を導く。また，AB＝AC (仮定) を利用して証明する。

問２　(1) 11 から 50 までの自然数で，素数は，11，13，17，19，23，29，31，37，41，43，47 である。

(2) 連続する３つの自然数は必ず，３の倍数より１小さい数 (３でわると２余る数)，３の倍数 (３でわり切れる数)，３の倍数より１大きい数 (３でわると１余る数) の組み合わせになる。素数は，１とその数自身のほかに約数がない自然数であるから，11 以上の素数は３の倍数ではない。つまり，『差が２である２つの素数』のうち，小さい方は３の倍数より１小さい数，大きい方は３の倍数より１大きい数となるから，『差が２である２つの素数』の間にある自然数は３の倍数である。

数-17-公-埼玉-KS-03B

3　**【問題Ｂ】**　**問１**　長方形の４つの角が 90° になることと共通な角を使って，証明する。

問２　$AG^2=(6\sqrt{2})^2+6=108$　よって，AG＞0 だから，$AG=\sqrt{108}=6\sqrt{3}$
△AGF∽△AFI より，AF : AG＝FI : GF となるから，$6\sqrt{2}:6\sqrt{3}=FI:6$　$FI=2\sqrt{6}$ (cm)

問３　(三角すい C-AFG)＝(三角柱 ABCEFG)－(三角すい A-EFG)－(三角すい F-ABC)より，

$$\frac{1}{2}\times6\times6\times6-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times6\times6\times6-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times6\times6\times6=108-36-36=36\ (\mathrm{cm}^3)$$

ここで，△AFI∽△FGI となるから，$6\sqrt{2}:6=2\sqrt{6}:IG$　$IG=\dfrac{6\times2\sqrt{6}}{6\sqrt{2}}=2\sqrt{3}$

よって，$AI:IG=(6\sqrt{3}-2\sqrt{3}):2\sqrt{3}=4\sqrt{3}:2\sqrt{3}=2:1$ だから，△AFI : △IFG＝2 : 1

したがって，求める立体の体積は，$\dfrac{2}{2+1}\times$(三角すい C-AFG の体積)$=\dfrac{2}{3}\times36=24\ (\mathrm{cm}^3)$

数-17-公-埼玉-KS-04A

4　**【問題Ａ】**　**問１**　△OBC の底辺を CO とすると，高さは，点 B の x 座標より，4 cm となる。
C(0，2) より，CO＝2 cm だから，△OBC の面積は，$\dfrac{1}{2}\times2\times4=4\ (\mathrm{cm}^2)$

問２　$y=a\times(-2)^2=4a$ より，A(－2，$4a$)　$y=a\times4^2=16a$ より，B(4，$16a$)　また，C(0，2)
直線 AC の傾きは，$\dfrac{2-4a}{0-(-2)}=\dfrac{2-4a}{2}=1-2a$　直線 CB の傾きは，$\dfrac{16a-2}{4-0}=\dfrac{16a-2}{4}=4a-\dfrac{1}{2}$
直線 AC と直線 CB はともに直線 ℓ に一致するから，直線 AC と直線 CB の傾きは等しくなる。
よって，$1-2a=4a-\dfrac{1}{2}$　$-6a=-\dfrac{3}{2}$　$a=\dfrac{1}{4}$

問３　点 B を通り直線 m に垂直な直線と直線 m，y 軸との交点をそれぞれ F，G とし，BF＝h cm とする。
直線 m と y 軸は平行で，BG＝4 cm だから，BD : BC＝BF : BG＝h : 4
△BDE∽△BCO で，相似比は BD : BC＝h : 4 だから，面積の比は，$h^2:4^2=h^2:16$
$\triangle OAB=\triangle OAC+\triangle OBC=\dfrac{1}{2}\times2\times2+4=2+4=6\ (\mathrm{cm}^2)$ だから，△OAB : △BDE＝4 : 1 より，
△BDE＝S cm^2 とすると，$6:S=4:1$　$4S=6$　$S=\dfrac{3}{2}$
よって，**問１**より，△OBC＝4 cm^2 であり，△BDE : △BCO＝h^2 : 16 だから，
$\dfrac{3}{2}:4=h^2:16$　$4h^2=24$　$h^2=6$　$h>0$ より，$h=\sqrt{6}$
FG＝BG－BF＝$4-\sqrt{6}$ (cm) だから，点 P の x 座標は，$4-\sqrt{6}$

4 **【問題B】** **問1** $y=a\times(-2)^2=4a$ より，A$(-2,\ 4a)$ $y=a\times4^2=16a$ より，B$(4,\ 16a)$
また，C$(0,\ 2)$

直線 AC の傾きは，$\dfrac{2-4a}{0-(-2)}=\dfrac{2-4a}{2}=1-2a$ 直線 CB の傾きは，$\dfrac{16a-2}{4-0}=\dfrac{16a-2}{4}=4a-\dfrac{1}{2}$
直線 AC と直線 CB はともに直線 ℓ に一致するから，直線 AC と直線 CB の傾きは等しくなる。

よって，$1-2a=4a-\dfrac{1}{2}$ $-6a=-\dfrac{3}{2}$ $a=\dfrac{1}{4}$

問2 (1) 点 B を通り直線 m に垂直な直線と直線 m，y 軸との交点をそれぞれ H，I とし，BH$=h$ cm とする。直線 m と y 軸は平行で，BI$=4$ cm だから，BH : BC$=$BF : BI$=h:4$
△BDE∽△BCO で，相似比は BD : BC$=h:4$ だから，面積の比は，$h^2:4^2=h^2:16$

△OAB$=$△OAC$+$△OBC$=\dfrac{1}{2}\times2\times2+\dfrac{1}{2}\times2\times4=2+4=6\ (\text{cm}^2)$ だから，△OAB : △BDE$=4:1$

より，△BDE$=S\ \text{cm}^2$ とすると，$6:S=4:1$ $4S=6$ $S=\dfrac{3}{2}$

よって，△OBC$=4\ \text{cm}^2$ であり，△BDE : △BCO$=h^2:16$ だから，$\dfrac{3}{2}:4=h^2:16$ $4h^2=24$

$h^2=6$ $h>0$ より，$h=\sqrt{6}$
HI$=$BI$-$BH$=4-\sqrt{6}$ (cm) だから，点 P の x 座標は，$4-\sqrt{6}$

(2) 点 D から辺 BE に垂線をひき，その交点を F とすると，求める立体の体積は，DF を半径とする円を底面とした高さ EF と FB の円錐を合わせたものになる。

まず，(1)より，点 D，E の y 座標を求めると，それぞれ $4-\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，$4-\sqrt{6}$ となるから，△OPE は，
OP$=4-\sqrt{6}$ (cm), PE$=4-\sqrt{6}$ (cm), ∠EPO$=90^\circ$ の直角二等辺三角形とわかる。∠OEP$=45^\circ$ より，
∠DEF$=45^\circ$ となるから，△FED も直角二等辺三角形とわかる。

ここで，DE$=\left(4-\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)-(4-\sqrt{6})=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$(cm) だから，DF$=\dfrac{\text{DE}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$(cm)

また，2 つの円錐の高さの和は，EF$+$FB$=$EB で，EB は，E$(4-\sqrt{6},\ 4-\sqrt{6})$，B$(4,\ 4)$ より，
2 辺の長さが $\sqrt{6}$ cm の直角二等辺三角形の斜辺の長さになるから，$\sqrt{6}\times\sqrt{2}=2\sqrt{3}$ (cm)

したがって，求める立体の体積は，$\dfrac{1}{3}\times\pi\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\times2\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\pi\ (\text{cm}^3)$