Ｒ２　埼玉県　公立　数学　問題

※「問題Ａと問題Ｂ（学校選択）を掲載」

数-20-公-埼玉-問-01A

1　**【問題Ａ】**　次の各問に答えなさい。

問１　$7x-5x$　を計算しなさい。

問２　$(-5)\times(-2)+3$　を計算しなさい。

問３　$6x\times 2xy\div 3y$　を計算しなさい。

問４　方程式　$5x+3=2x+6$　を解きなさい。

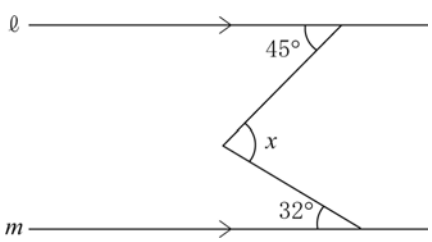
問５　$\sqrt{18}-6\sqrt{2}$　を計算しなさい。

問６　$x^2+4x-12$　を因数分解しなさい。

問７　連立方程式　$\begin{cases}6x-y=1\\3x-2y=-7\end{cases}$　を解きなさい。

問８　２次方程式　$3x^2-5x+1=0$　を解きなさい。

問９　右の図で，ℓ // m のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



問 10　関数　$y=2x^2$　について，x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

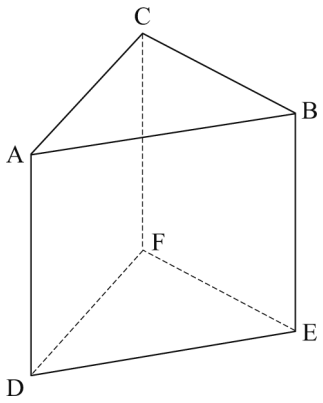
問 11　右の図のような三角柱 ABCDEF があります。次の**ア**～**エ**の中から，辺 AD とねじれの位置にある辺を 1 つ選び，その記号を書きなさい。

ア　辺 BE

イ　辺 AC

ウ　辺 DE

エ　辺 BC



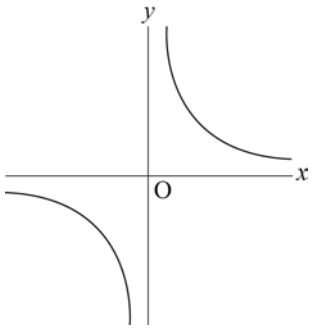
問 12　右の図は，関数　$y=\frac{6}{x}$　のグラフです。関数　$y=\frac{6}{x}$　について述べた次の**ア**～**エ**の中から，**誤っているもの**を 1 つ選び，その記号を書きなさい。

ア　この関数のグラフは，点 (2，3) を通る。

イ　この関数のグラフは，原点を対称の中心として点対称である。

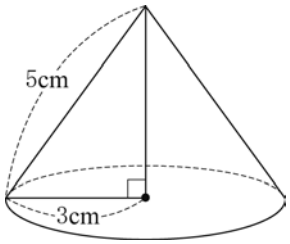
ウ　$x<0$ の範囲で，変化の割合は一定である。

エ　$x<0$ の範囲で，x の値が増加するとき，y の値は減少する。



問 13　右の図のような，底面の半径が 3 cm，母線の長さが 5 cm の円錐があります。この円錐の高さと体積をそれぞれ求めなさい。

ただし，円周率はπとします。



問 14　1 から 6 までの目が出る大小 1 つずつのさいころを同時に 1 回投げ，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とします。このとき，$a>b$ となる確率を求めなさい。

ただし，大小 2 つのさいころは，どの目が出ることも同様に確からしいものとします。

問 15　次は，5 人の生徒がバスケットボールのフリースローをそれぞれ 10 回行い，成功した回数を記録したものです。5 人の生徒のフリースローが成功した回数の平均値と中央値をそれぞれ求めなさい。

フリースローが成功した回数の記録 (回)

5，4，7，5，9



問 16　ある中学校で，全校生徒 600 人が夏休みに読んだ本の 1 人あたりの冊数を調べるために，90 人を対象に標本調査を行うことにしました。次の**ア**～**エ**の中から，標本の選び方として最も適切なものを 1 つ選び，その記号を書きなさい。また，それが最も適切である理由を説明しなさい。

ア　3 年生全員の 200 人に通し番号をつけ，乱数さいを使って生徒 90 人を選ぶ。

イ　全校生徒 600 人に通し番号をつけ，乱数さいを使って生徒 90 人を選ぶ。

ウ　3 年生全員の 200 人の中から，図書室の利用回数の多い順に生徒 90 人を選ぶ。

エ　全校生徒 600 人の中から，図書室の利用回数の多い順に生徒 90 人を選ぶ。

数-20-公-埼玉-問-01B

1　**【問題 B】**　次の各問に答えなさい。

問 1　$\frac{1}{2}(3x-y)-\frac{4x-y}{3}$　を計算しなさい。

問 2　$x=2+\sqrt{3}$，$y=2-\sqrt{3}$　のとき，$\left(1+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{1}{y}\right)$　の値を求めなさい。

問 3　2 次方程式　$2(x-2)^2-3(x-2)+1=0$　を解きなさい。

問 4　x と y についての連立方程式　$\begin{cases} ax+by=11 \\ ax-by=-2 \end{cases}$　の解が $x=3$，$y=-4$ であるとき，a，b の値を求めなさい。

問５　1 から 6 までの目が出る大小 1 つずつのさいころを同時に 1 回投げ，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とします。このとき，$\frac{a}{b}$ の値が $\frac{1}{3} \leqq \frac{a}{b} \leqq 3$ になる確率を求めなさい。

ただし，大小 2 つのさいころは，どの目が出ることも同様に確からしいものとします。

問６　関数　$y=\frac{6}{x}$　について述べた次の**ア**～**エ**の中から，**誤っているもの**を 1 つ選び，その記号を書きなさい。

ア　この関数のグラフは，点 (2，3) を通る。

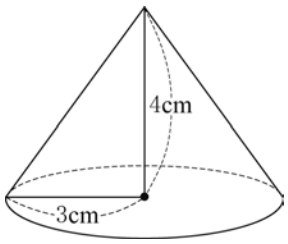
イ　この関数のグラフは，原点を対称の中心として点対称である。

ウ　$x<0$ の範囲で，変化の割合は一定である。

エ　$x<0$ の範囲で，x の値が増加するとき，y の値は減少する。

問７　右の図のような，底面の半径が 3 cm，高さが 4 cm の円錐があります。この円錐の表面積を求めなさい。

ただし，円周率はπとします。



問８　次の表は，8 人の生徒がバスケットボールのフリースローをそれぞれ 10 回行い，成功した回数を記録したものですが，表の一部が汚れたため H さんの記録がわからなくなってしまいました。8 人のフリースローが成功した回数の平均値と中央値が等しいことがわかっているとき，H さんのフリースローが成功した回数を求めなさい。

生徒	A	B	C	D	E	F	G	H
回数	7	6	8	5	10	8	9	



問９　ある中学校で，全校生徒 600 人が夏休みに読んだ本の 1 人あたりの冊数を調べるために，90 人を対象に標本調査を行うことにしました。次の**ア**～**エ**の中から，標本の選び方として最も適切なものを 1 つ選び，その記号を書きなさい。また，それが最も適切である理由を説明しなさい。

ア　3 年生全員の 200 人に通し番号をつけ，乱数さいを使って生徒 90 人を選ぶ。

イ　全校生徒 600 人に通し番号をつけ，乱数さいを使って生徒 90 人を選ぶ。

ウ　3 年生全員の 200 人の中から，図書室の利用回数の多い順に生徒 90 人を選ぶ。

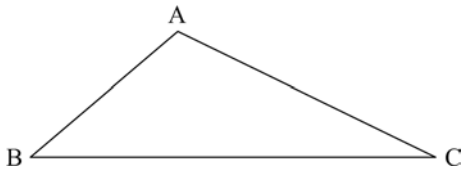
エ　全校生徒 600 人の中から，図書室の利用回数の多い順に生徒 90 人を選ぶ。

数-20-公-埼玉-問-02A

2 【問題Ａ】　次の各問に答えなさい。

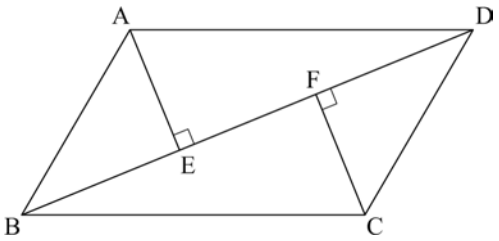
問１　下の図の△ABC で，頂点 A から辺 BC へ垂線をひき，辺 BC との交点を H とします。点 H をコンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。



問２　右の図のように，平行四辺形 ABCD の頂点 A，C から対角線 BD に垂線をひき，対角線との交点をそれぞれ E，F とします。

このとき，△ABE≡△CDF であることを証明しなさい。



数-20-公-埼玉-問-02B

2 **【問題B】** 次の各問に答えなさい。

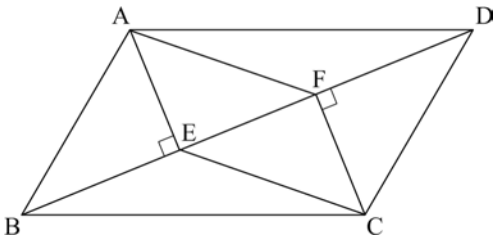
問1 下の図のように，円Oと，この円の外部の点 P があります。点 P を通る円Oの接線を，コンパスと定規を使って 1 つ作図しなさい。

ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。



問2 右の図のように，平行四辺形 ABCD の頂点 A，C から対角線 BD に垂線をひき，対角線との交点をそれぞれ E，F とします。

このとき, 四角形 AECF は平行四辺形であることを証明しなさい。



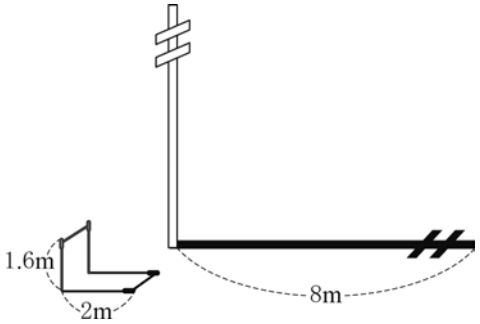
数-20-公-埼玉-問-03A

3 **【問題A】** 次は，A さんと B さんの会話です。これを読んで，下の各問に答えなさい。

> A さん「あの電柱の高さは，直角三角形の相似の考え方を使って求められそうだね。」
> B さん「影の長さを比較して求める方法だね。」
> A さん「電柱と比較するのに，校庭の鉄棒が利用できそうだね。」

問1 A さんと B さんが, 鉄棒の高さと影の長さ, 電柱の影の長さを測ったところ, 鉄棒の高さは 1.6 m, 鉄棒の影の長さは 2 m，電柱の影の長さは 8 m でした。このとき，電柱の高さを求めなさい。

ただし，影の長さは同時刻に測ったものとし，電柱と鉄棒の幅や厚みは考えないものとします。また，電柱と鉄棒は地面に対して垂直に立ち，地面は平面であるものとします。



問２　A さんと B さんは，電柱よりも高い鉄塔の高さを求めようとしました。しかし，障害物があり，鉄塔の影の長さを測ることができないので先生に相談しました。先生は，影の長さを測らずに高さを求める方法を以下のように説明してくれました。

［ア］にあてはまる値を求めなさい。

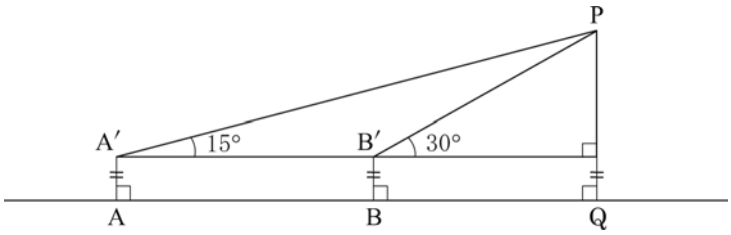


【先生の説明】

下の図のように，鉄塔の先端を点 P とし，P から地面に垂線をひき，地面との交点を Q とします。また，A さんの立つ位置を点 A，A さんの目の位置を点 A′，B さんの立つ位置を点 B，B さんの目の位置を点 B′とし，2 人は水平な地面に対して垂直に立ちます。

A さんが水平の方向に対して先端 P を見上げる角度が 15 ℃になる位置に，B さんが 2 点 A，Q を結んだ線分上で，水平の方向に対して先端 P を見上げる角度が 30 ℃になる位置に立ち，次の長さがわかると，鉄塔の高さ PQ を求めることができます。

2 人の目の高さ AA′と BB′が等しく，AA′が 1.5 m，A さんと B さんの間の距離 AB が 50 m であるとき，鉄塔の高さ PQ は［ア］m になります。

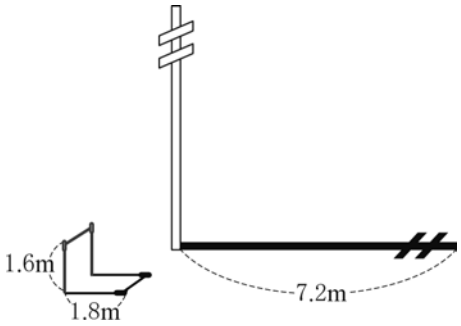


3 **【問題B】** 次は，A さんと B さんの会話です。これを読んで，下の各問に答えなさい。

> A さん「あの電柱の高さは直角三角形の相似の考え方を使って求められそうだね。」
> B さん「影の長さを比較して求める方法だね。」
> A さん「電柱と比較するのに，校庭の鉄棒が利用できそうだね。」

問1 A さんと B さんが，鉄棒の高さと影の長さ，電柱の影の長さを測ったところ，鉄棒の高さは 1.6 m，鉄棒の影の長さは 1.8 m，電柱の影の長さは 7.2 m でした。このとき，電柱の高さを求めなさい。

ただし，影の長さは同時刻に測ったものとし，電柱と鉄棒の幅や厚みは考えないものとします。また，電柱と鉄棒は地面に対して垂直に立ち，地面は平面であるものとします。



問2 A さんと B さんは，電柱よりも高い鉄塔の高さを求めようとしましたが，障害物があり，鉄塔の影の長さを測ることができませんでした。

そこで，A さん，B さん，鉄塔がこの順に一直線上になるような位置で，A さんと B さんが離れて立ち，水平の方向に対して鉄塔の先端を見上げる角度を測りました。

A さんの目の位置から鉄塔の先端を見上げる角度は 15 °，B さんの目の位置から鉄塔の先端を見上げる角度は 30 °とし，A さん，B さんの目の高さを 1.5 m，A さんと B さんの間の距離を 50 m とするとき，鉄塔の高さを求めなさい。

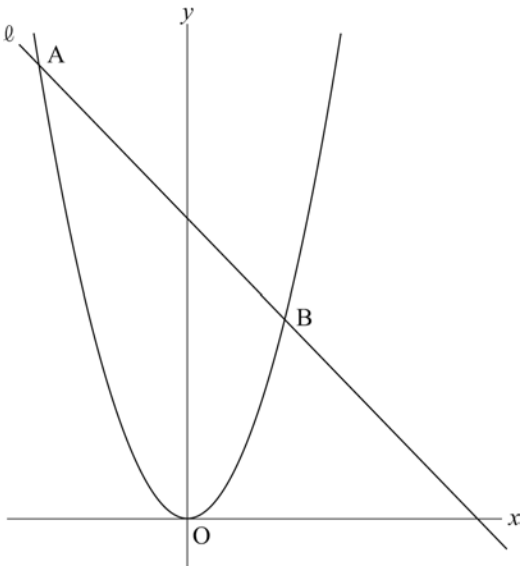
ただし，A さん，B さん，鉄塔は水平な同じ平面上に垂直に立っているものとし，それぞれの幅や厚みは考えないものとします。



4 **【問題A】**　右の**図１**において，曲線は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフで，直線ℓは点 A (−6，18)，点 B (4，8) で曲線と交わっています。

このとき，次の各問に答えなさい。

図１



問１　直線ℓの式を求めなさい。

問２　下の**図２**において，曲線上を点 A から点 B まで動く点 P をとり，点 P から x 軸と平行な直線をひき，直線ℓとの交点を Q とします。また，点 P，Q から x 軸へ垂線をひき，x 軸との交点をそれぞれ R，S とします。

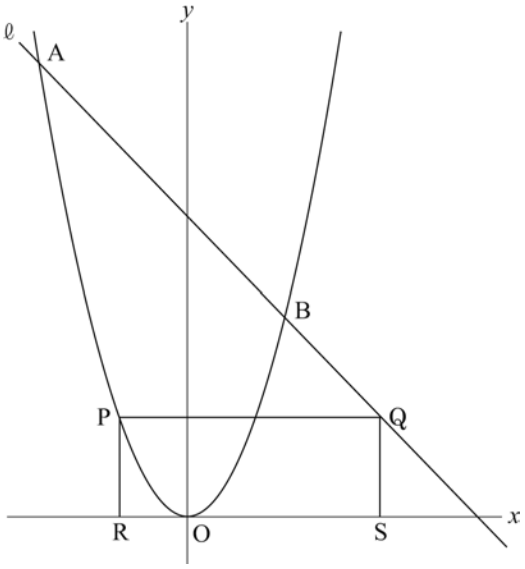
このとき，次の**(1)**，**(2)**に答えなさい。

(1) 長方形 PRSQ が正方形になる点 P の座標を，途中の説明も書いて**すべて**求めなさい。

その際，「点 P の x 座標を t とおくと，」に続けて説明しなさい。

(2) △BPQ と△OPQ の面積比が 1：3 となる点 Q の座標を，**すべて**求めなさい。

図２

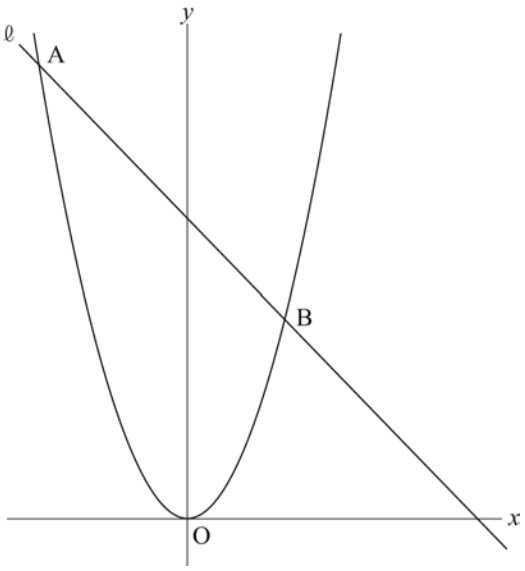


数-20-公-埼玉-問-04B

4 **【問題B】**　右の**図１**において，曲線は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフで，曲線上に x 座標が-6，4 である 2 点 A，B をとり，この 2 点を通る直線ℓをひきます。

このとき，次の各問に答えなさい。

図１



問１　直線ℓの式を求めなさい。

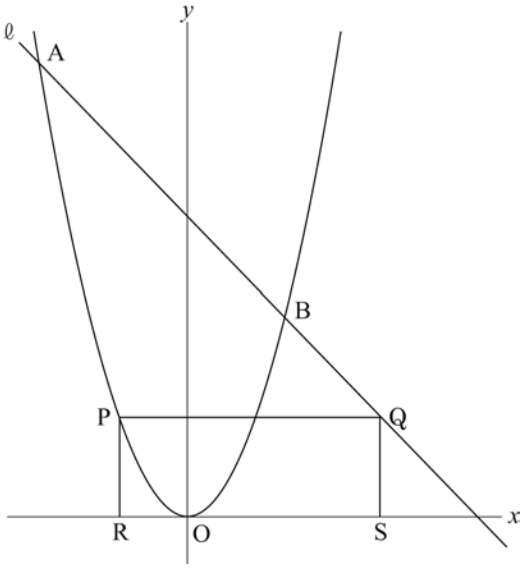
問２　下の**図２**において，曲線上を点 A から点 B まで動く点 P をとり，点 P から x 軸と平行な直線をひき，直線ℓとの交点を Q とします。また，点 P，Q から x 軸へ垂線をひき，x 軸との交点をそれぞれ R，S とします。

このとき，次の**(1)**，**(2)**に答えなさい。

(1) 長方形 PRSQ が正方形になる点 P の座標を，途中の説明も書いて**すべて**求めなさい。

(2) △BPQ と△OPQ の面積比が 1：3 となる点 Q の座標を，**すべて**求めなさい。

図２



5 **【問題B】** 右の**図1**は，正四角錐と立方体を合わせた立体で，頂点をそれぞれ，点 P，A，B，C，D，E，F，G，H とします。

PA＝AB＝2 cm のとき，次の各問に答えなさい。

問1 この立体の体積を求めなさい。

問2 辺 AE とねじれの位置にある辺の本数を求めなさい。

問3 **図2**のように，この立体を点 E，B，D を通る平面で切ります。点 E，B，D を通る平面と辺 PC の交点を Q とするとき，線分 PQ と QC の長さの比を，途中の説明も書いて求めなさい。

図1

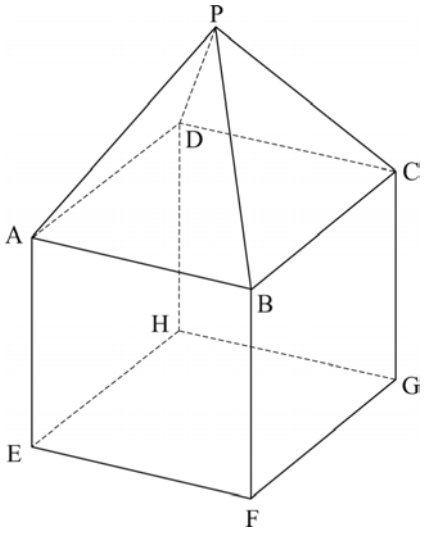
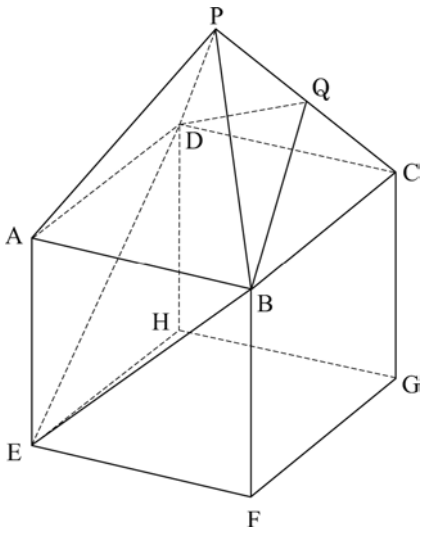
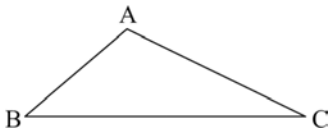


図2



Ｒ２　埼玉県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公-埼玉-KY-01A	1 問題A	問1			
		問2			
		問3			
		問4	$x=$		
		問5			
		問6			
		問7	$x=$　　，$y=$		
		問8	$x=$		
		問9	度		
		問10			
		問11			
		問12			
		問13	高さ　　cm		
			体積　　cm^3		
		問14			
		問15	平均値　　回		
			中央値　　回		
		問16	〔記号〕 ＿＿＿＿ 〔説明〕		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公-埼玉-KY-01B	1 問題B	問1			
		問2			
		問3	$x=$		
		問4	$a=$　　，$b=$		
		問5			
		問6			
		問7	cm^2		
		問8	回		
		問9	〔記号〕 ＿＿＿＿＿ 〔説明〕		
数-20-公-埼玉-KY-02A	2 問題A	問1			
		問2	〔証明〕		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公-埼玉-KY-02B	2 問題 B	問1			
		問2	〔証明〕		
数-20-公-埼玉-KY-03A	3 問題 A	問1	m		
		問2	m		
数-20-公-埼玉-KY-03B	3 問題 B	問1	m		
		問2	m		

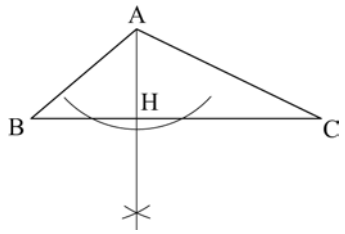
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-20-公-埼玉-KY-04A	4 問題A	問1	$y=$			
		問2	(1)	〔説明〕 点 P の x 座標を t とおくと, 答え		
			(2)			

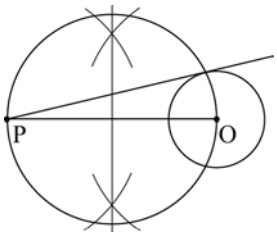
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-20-公-埼玉-KY-04B	4 問題 B	問1	$y=$			
		問2	(1)	〔説明〕 答え		
			(2)			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公-埼玉-KY-05B	5 問題 B	問1	cm^3		
		問2	本		
		問3	〔説明〕 答え　PQ：QC＝		

Ｒ２　埼玉県　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公-埼玉-K-01A	1 問題A	問1	$2x$	4	
		問2	13	4	
		問3	$4x^2$	4	
		問4	$x=1$	4	
		問5	$-3\sqrt{2}$	4	
		問6	$(x-2)(x+6)$	4	
		問7	$x=1$，$y=5$	4	
		問8	$x=\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$	4	
		問9	77　(度)	4	
		問10	12	4	
		問11	**エ**	4	
		問12	**ウ**	4	
		問13	高さ　4　(cm)	2	
			体積　12π　(cm^3)	2	
		問14	$\frac{5}{12}$	4	
		問15	平均値　6　(回)	2	
			中央値　5　(回)	2	
		問16	〔記号〕　**イ** 〔説明〕 (例) 母集団から無作為に選んでいるので最も適切である。	5	内容に応じて部分点を認める。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公-埼玉-K-01B	1 問題 B	問1	$\frac{x-y}{6}$	4	
		問2	6	4	
		問3	$x=3,\ \frac{5}{2}$	4	
		問4	$a=\frac{3}{2},\ b=-\frac{13}{8}$	4	
		問5	$\frac{5}{6}$	5	
		問6	**ウ**	5	
		問7	24π　(cm^2)	5	
		問8	7　(回)	5	
		問9	〔記号〕　**イ** 〔説明〕 (例) 母集団から無作為に選んでいるので最も適切である。	6	内容に応じて部分点を認める。
数-20-公-埼玉-K-02A	2 問題 A	問1	(例)  	5	内容に応じて部分点を認める。
		問2	〔証明〕 (例) △ABE と△CDF において, 仮定から, ∠AEB＝∠CFD＝90 °……① 平行四辺形の対辺はそれぞれ等しいので, AB＝CD……② また，AB // DC から錯角は等しいので, ∠ABE＝∠CDF……③ ①，②，③から，△ABE と△CDF は直角三角形で，斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいので, △ABE≡△CDF	6	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公-埼玉-K-02B	2 問題B	問1	(例)  	5	内容に応じて部分点を認める。
		問2	〔証明〕 (例) △ABE と△CDF において, 仮定から, ∠AEB＝∠CFD＝90 °……① 平行四辺形の対辺はそれぞれ等しいので, AB＝CD……② また，AB // DC から錯角は等しいので, ∠ABE＝∠CDF……③ ①，②，③から，△ABE と△CDF は直角三角形で，斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいので, △ABE≡△CDF よって，AE＝CF ……④ また，∠AEF＝∠CFE＝90 °から錯角が等しいので, AE // FC……⑤ ④, ⑤から, 1 組の対辺が平行でその長さが等しいので, 四角形 AECF は平行四辺形である。	7	要点をおさえ，論理の筋道がとおっているものは，正答とする。 内容に応じて部分点を認める。
数-20-公-埼玉-K-03A	3 問題A	問1	6.4　(m)	4	
		問2	26.5　(m)	5	
数-20-公-埼玉-K-03B	3 問題B	問1	6.4　(m)	5	
		問2	26.5　(m)	6	

	問題番号		解　　答		配点	備　考
数-20-公-埼玉-K-04A	4 問題A	問1	$y=-x+12$		4	
		問2	(1)	〔説明〕 (点 P の x 座標を t とおくと，) (例) 座標は $\mathrm{P}\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$, $\mathrm{Q}\left(12-\frac{1}{2}t^2,\ \frac{1}{2}t^2\right)$, $\mathrm{R}\ (t,\ 0)$ となる。 正方形は辺の長さが等しいので, $\mathrm{PQ}=\mathrm{PR}$ $12-\frac{1}{2}t^2-t=\frac{1}{2}t^2$ $t^2+t-12=0$ $t=3,\ -4$ t の値はどちらも問題にあっている。 $t=3$　のとき，$\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$ $t=-4$ のとき，$(-4,\ 8)$ (答え)　$\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$, $(-4,\ 8)$	6	内容に応じて部分点を認める。
			(2)	$(0,\ 12)$, $(6,\ 6)$	5	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-20-公-埼工-K-04B	4 問題 B	問１	$y=-x+12$		5	
		問２	(1)	〔説明〕 (例) 点 P の x 座標を t とおくと, 座標は $\mathrm{P}\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$, $\mathrm{Q}\left(12-\frac{1}{2}t^2,\ \frac{1}{2}t^2\right)$, $\mathrm{R}\ (t,\ 0)$ となる。 正方形は辺の長さが等しいので, $\mathrm{PQ}=\mathrm{PR}$ $12-\frac{1}{2}t^2-t=\frac{1}{2}t^2$ $t^2+t-12=0$ $t=3,\ -4$ t の値はどちらも問題にあっている。 $t=3$　のとき, $\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$ $t=-4$ のとき, $(-4,\ 8)$ (答え)　$\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$, $(-4,\ 8)$	7	内容に応じて部分点を認める。
			(2)	$(0,\ 12)$, $(6,\ 6)$	6	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-20-公-埼玉-K-05B	5 問題 B	問1	$\frac{4\sqrt{2}}{3}+8$ (cm^3)	5	
		問2	6 (本)	5	
		問3	〔説明〕 (例) 平面 PAEGC において，EQ の延長と GC の延長の交点を R，AC の中点を I とすると，ER は点 I を通るので，CR＝2 となる。 また，△PQI と△CQR において， 対頂角は等しいので， ∠PQI＝∠CQR……① 平行線の錯角は等しいので， ∠PIQ＝∠CRQ……② ①，②から，2 組の角がそれぞれ等しいので， △PQI∽△CQR したがって， PQ：QC＝PI：CR＝$\sqrt{2}$：2 (答え　PQ：QC＝) $\sqrt{2}$：2	7	内容に応じて部分点を認める。

R２　埼玉県　公立　数学　解説

数-20-公-埼玉-KS-01A

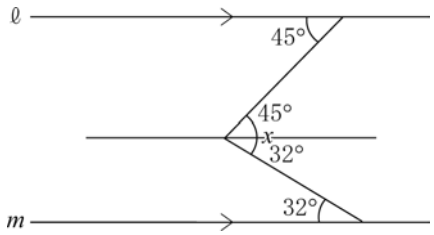
1【問題A】【小問集合】

〈埼玉県〉

① 中学数学全般から，基本的な事項が出題されている。

② 基本事項が中心なので，わからない問題があれば必ず教科書で確認しておくこと。この**1**で 65 点の配点があることから，ここでの得点は大きく合否に影響してくることを理解しておこう。

問９　右図のようにℓ，m に平行な直線をひくと，平行線の錯角は等しいことから，$\angle x=45^\circ+32^\circ=77^\circ$



問 10　$x=2$ のとき $y=8$，$x=4$ のとき $y=32$ より，求める変化の割合は，$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{32-8}{4-2}=\dfrac{24}{2}=12$

問 14　1 つのさいころの出る目は 1 から 6 までの 6 通りあるので，2 つのさいころを投げて考えられる出る目の場合の数は $6\times6=36$ 通り。そのうち，$a>b$ となるのは，

(a，b)=(2，1)，(3，1)，(3，2)，(4，1)，(4，2)，(4，3)，(5，1)，(5，2)，(5，3)，(5，4)，(6，1)，(6，2)，(6，3)，(6，4)，(6，5)の 15 通り。

したがって，求める確率は，$\dfrac{15}{36}=\dfrac{5}{12}$

数-20-公-埼玉-KS-01B

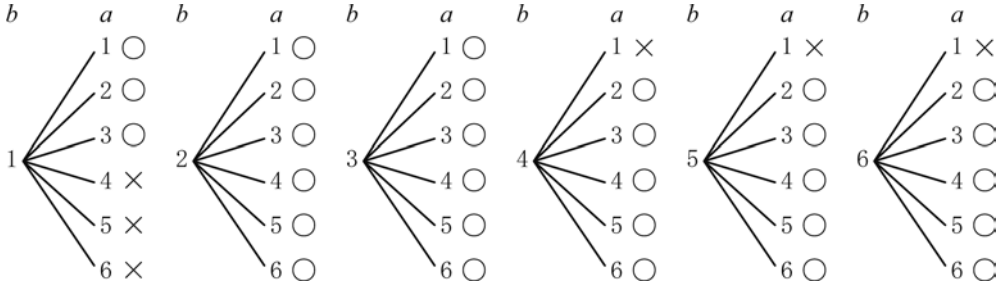
1【問題B】【小問集合】

〈埼玉県(学校選択問題)〉

① 中学数学全般から，まんべんなく出題されている。

② 基本事項が中心なので，わからない問題があれば必ず教科書で確認しておくこと。この**1**で 42 点の配点があることから，ここでの得点は大きく合否に影響してくることを理解しておこう。

問５　樹形図を使って考えると，以下のようになる。

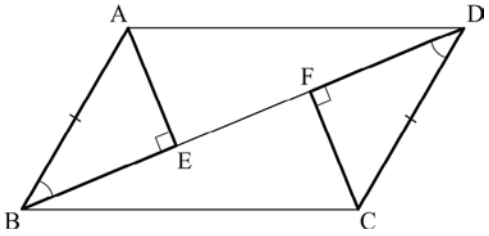


問７　表面積＝底面積＋側面積。底面積＝$3\times3\times\pi=9\pi(\text{cm}^2)$である。側面はおうぎ形である。このおうぎ形の半径は，三平方の定理より 5cm である。また，このおうぎ形の中心角は，$360\times\dfrac{5}{3}$である。よって，側面積は $5\times5\times\pi\times\dfrac{5}{3}=15\pi(\text{cm}^2)$となり，表面積は $24\pi\,\text{cm}^2$ である。

数-20-公-埼玉-KS-02A

2 **【問題A】**【平面図形の小問】

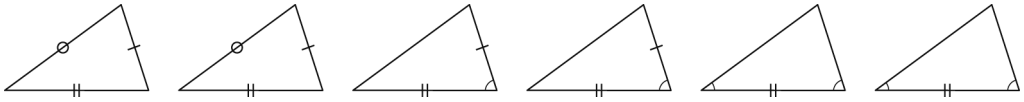
問2　△ABE と△CDF において，仮定より，
∠AEB＝∠CFD＝90°
また，平行四辺形の対辺はそれぞれ等しいから，
AB=CD
これらより，2 つの直角三角形の斜辺が等しいことがわかる。



直角三角形の合同条件を利用するためには，他の 1 辺が等しいことか，1 つの鋭角が等しいことがわかればよい。

ポイント》三角形の合同条件をまとめよう！

① 3 組の辺がそれぞれ等しい。
② 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。
③ 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。



直角三角形の合同条件をまとめよう！

① 斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しい。
② 斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい。

数-20-公-埼玉-KS-02B

2 **【問題B】**【平面図形】

問2　平行四辺形であることを証明するには，次の５つのうちどれか１つ証明できればよい。
「2 組の向かいあう辺が，それぞれ平行であるとき」
「2 組の向かいあう辺が，それぞれ等しいとき」
「2 組の向かいあう角が，それぞれ等しいとき」
「対角線が，それぞれの中点で交わるとき」
「1 組の向かいあう辺が，等しくて平行であるとき」
また，これらを証明するために，△ABE と△CDF が合同であることを証明する必要がある。
あることがらを証明するために，まず，三角形の合同を証明するパターンはよく出題される。

数-20-公-埼玉-KS-03A

3 **【問題A】**【平面図形】

ポイント》相似は辺の長さや面積を求める問題でも活用！

・相似の性質を利用して辺の長さや面積を求めるのに活用される場合が多い。
① 相似比を使って，辺の長さを求める
② 平行線と線分の比を使って，辺の長さを求める
③ 中点連結定理を使って，辺の長さを求める
④ 相似比を使って，面積を求める (面積比は相似比の 2 乗)
⑤ 面積比を使って，平行四辺形や台形の面積を求める
⑥ 相似比を使って，体積を求める (体積比は相似比の 3 乗)

問1　鉄棒の高さと鉄棒の影の長さの比は，1.6：2＝4：5　これは電柱の高さと電柱の影の長さの比に等しいことから，電柱の高さを x(m)とすると，x：8＝4：5　よって，$5x=32$　$x=6.4$

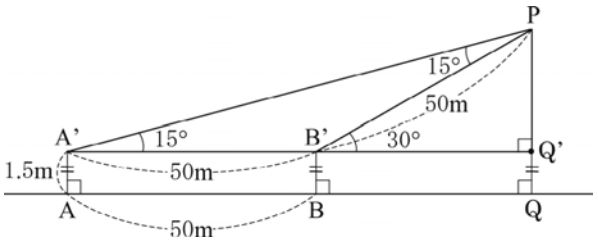
問２　右図のように直線 A'B'と直線 PQ の交点を Q'とする。

四角形 ABB'A'は長方形なので，A'B'＝AB＝50m

△PA'B'において，2 つの内角の和はもう 1 つの内角の外角と等しいので，∠A'PB'＝15°

したがって，△B'A'P は二等辺三角形となり，B'A'＝B'P＝50m

ここで，△PB'Q'は∠PB'Q'＝30°の直角三角形なので，PQ'：PB'：B'Q'＝1：2：$\sqrt{3}$ である。



よって，$PQ'=PB'\times\frac{1}{2}=50\times\frac{1}{2}=25$m

ゆえに，QQ'＝AA'＝1.5m より，

PQ＝25＋1.5＝26.5m

数-20-公-埼玉-KS-03B

3 【問題Ｂ】【平面図形】

ポイント》相似は辺の長さや面積を求める問題でも活用！

・相似の性質を利用して辺の長さや面積を求めるのに活用される場合が多い。

① 相似比を使って，辺の長さを求める
② 平行線と線分の比を使って，辺の長さを求める
③ 中点連結定理を使って，辺の長さを求める
④ 相似比を使って，面積を求める (面積比は相似比の 2 乗)
⑤ 面積比を使って，平行四辺形や台形の面積を求める
⑥ 相似比を使って，体積を求める (体積比は相似比の 3 乗)

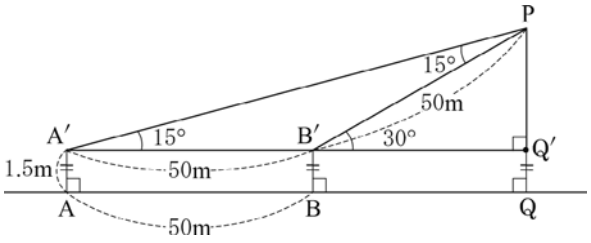
問２　右図のように直線 A'B'と直線 PQ の交点を Q'とする。

四角形 ABB'A'は長方形なので，A'B'＝AB＝50m

△PA'B'において，2 つの内角の和はもう 1 つの内角の外角と等しいので，∠A'PB'＝15°

したがって，△B'A'P は二等辺三角形となり，B'A'＝B'P＝50m

ここで, △PB'Q'は∠PB'Q'＝30°の直角三角形なので，PQ'：PB'：B'Q'＝1:2: $\sqrt{3}$の 3 辺の比を持つ。



よって，$PQ'=PB'\times\frac{1}{2}=50\times\frac{1}{2}=25$m

ゆえに，QQ'＝AA'＝1.5m より，

PQ＝25＋1.5＝26.5m

数-20-公-埼玉-KS-04A

4 【問題Ａ】【関数と図形】

ポイント》 $y=ax^2$ のグラフの 5 つの特徴！

① 放物線は曲線。
② 比例定数 $a>0$ のときは上に開いていて，$a<0$ のときは下に開いている。
③ y 軸について対称。
④ 比例定数 $a>0$ のときは $y\geqq 0$，$a<0$ のときは $y\leqq 0$。
⑤ 比例定数の絶対値の大きさによってグラフの開き方が変わる。

問２　(1) 点 P の x 座標を t とおくと，点 P の座標は $(t,\ \frac{1}{2}t^2)$

すると，点 Q の y 座標は $\frac{1}{2}t^2$ となり，直線ℓ：$y=-x+12$ 上にあるので，これに $y=\frac{1}{2}t^2$ を代入すると，$\frac{1}{2}t^2=-x+12$　x について解いて，$x=12-\frac{1}{2}t^2$　したがって，点 Q の座標は $(12-\frac{1}{2}t^2,\ \frac{1}{2}t^2)$

以上より，線分 PR の長さは $\frac{1}{2}t^2$，線分 PQ の長さは $(12-\frac{1}{2}t^2)-t=-\frac{1}{2}t^2-t+12$ となるので，これらが等しくなると長方形 PRSQ は正方形となる。よって，$\frac{1}{2}t^2=-\frac{1}{2}t^2-t+12$

$t^2+t-12=0$　$(t-3)(t+4)$　$t=3,\ -4$　$-6t<4$　より問題に合う。

よって，点 P の座標は，$t=3$ のとき，$(3,\ \frac{9}{2})$，$t=-4$ のとき，$(-4,\ 8)$

問２　(2) 右図のように，点 B $(4,\ 8)$ の y 軸に関して対称な点を B' $(-4,\ 8)$ とする。点 P が $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の 2 点 A,B'間にあるときと B,B'間にあるときに分けて考える。

(i)　点 P が 2 点 A,B'間にあるとき。

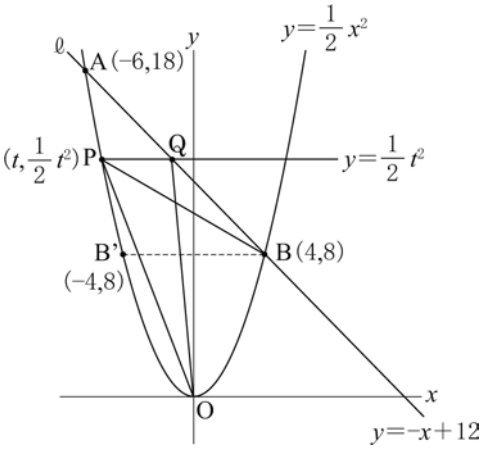
△BPQ と△OPQ は辺 PQ が共通なので，辺 PQ を底辺と考えると，面積の比が 1：3 となるためには，高さの比が 1：3 となればよい。よって，点 B から直線 PQ に下ろした垂線の長さと点 O から直線 PQ に下ろした垂線の長さの比が 1：3 となる。したがって，直線 PQ の式は $y=\frac{1}{2}t^2$ なので，

$(\frac{1}{2}t^2-8):\frac{1}{2}t^2=1:3$　これを計算して，

$\frac{1}{2}t^2=3(\frac{1}{2}t^2-8)$　$t^2=24$

点 Q の座標は $(12-\frac{1}{2}t^2,\ \frac{1}{2}t^2)$なので，

このとき点 Q の座標は $(0,\ 12)$



(ii)　点 P が 2 点 B,B'間にあるとき。

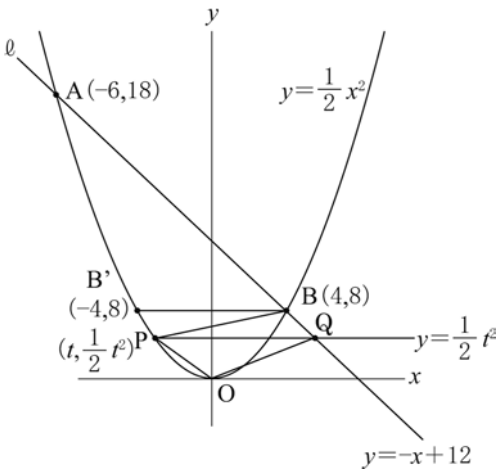
(i)と同様に考えて，右図より，

$(8-\frac{1}{2}t^2):\frac{1}{2}t^2=1:3$　これを計算して，

$\frac{1}{2}t^2=3(8-\frac{1}{2}t^2)$　$2t^2=24$　$t^2=12$

点 Q の座標は $(12-\frac{1}{2}t^2,\ \frac{1}{2}t^2)$ なので，

このとき点 Q の座標は $(6,\ 6)$



4 **【問題B】**【関数と図形】

ポイント》 $y=ax^2$ のグラフの 5 つの特徴！

① 放物線は曲線。
② 比例定数 $a>0$ のときは上に開いていて，$a<0$ のときは下に開いている。
③ y 軸について対称。
④ 比例定数 $a>0$ のときは $y\geqq 0$，$a<0$ のときは $y\leqq 0$。
⑤ 比例定数の絶対値の大きさによってグラフの開き方が変わる。

問2 **(1)** 点 P の x 座標を t とおくと，点 P の座標は $(t,\ \frac{1}{2}t^2)$

すると，点 Q の y 座標は $\frac{1}{2}t^2$ となり，直線 $\ell: y=-x+12$ 上にあるので，これに $y=\frac{1}{2}t^2$ を代入すると，

$\frac{1}{2}t^2=-x+12$　x について解いて，$x=12-\frac{1}{2}t^2$　したがって，点 Q の座標は $(12-\frac{1}{2}t^2,\ \frac{1}{2}t^2)$

以上より，線分 PR の長さは $\frac{1}{2}t^2$，線分 PQ の長さは $(12-\frac{1}{2}t^2)-t=-\frac{1}{2}t^2-t+12$ となるので，

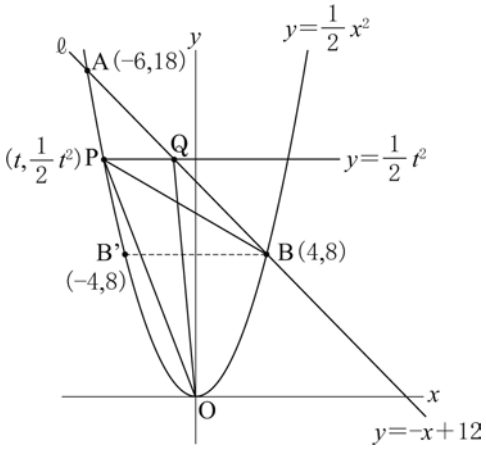
これらが等しくなると長方形 PRSQ は正方形となる。よって，$\frac{1}{2}t^2=-\frac{1}{2}t^2-t+12$

$t^2+t-12=0$　$(t-3)(t+4)$　$t=3,\ -4$　よって，点 P の座標は，$t=3$ のとき，$(3,\ \frac{9}{2})$，$t=-4$ のとき，$(-4,\ 8)$

(2) 右図のように，点 B $(4,\ 8)$ の y 軸に関して対称な点を B' $(-4,\ 8)$ とする。点 P が $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の 2 点 A,B'間にあるときと B,B'間にあるときに分けて考える。

(i)　点 P が 2 点 A,B'間にあるとき。

△BPQ と△OPQ は辺 PQ が共通なので，辺 PQ を底辺と考えると，面積の比が 1：3 となるためには，高さの比が 1：3 となればよい。よって，点 B から直線 PQ に下ろした垂線の長さと点 O から直線 PQ に下ろした垂線の長さの比が 1：3 となる。したがって，直線 PQ の式は $y=\frac{1}{2}t^2$ なので，



$(\frac{1}{2}t^2-8):\frac{1}{2}t^2=1:3$　これを計算して，

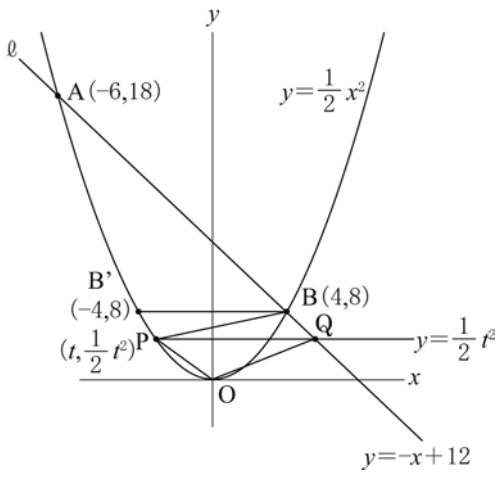
$\frac{1}{2}t^2=3(\frac{1}{2}t^2-8)$　$t^2=24$

点 Q の座標は $(12-\frac{1}{2}t^2,\ \frac{1}{2}t^2)$なので，

このとき点 Q の座標は $(0,\ 12)$

(ii)　点 P が 2 点 B,B'間にあるとき。

(i)と同様に考えて，右図より，



$(8-\frac{1}{2}t^2):\frac{1}{2}t^2=1:3$　これを計算して，

$\frac{1}{2}t^2=3(8-\frac{1}{2}t^2)$　$2t^2=24$　$t^2=12$

点 Q の座標は $(12-\frac{1}{2}t^2,\ \frac{1}{2}t^2)$ なので，

このとき点 Q の座標は $(6,\ 6)$

5 **【問題B】**【空間図形】

問3　この立体が平面 PAEGC について対称であることに着目する。

△EBD についても平面 PAEGC について対称なので，切り口である四角形 QDEB も平面 PAEGC について対称となる。

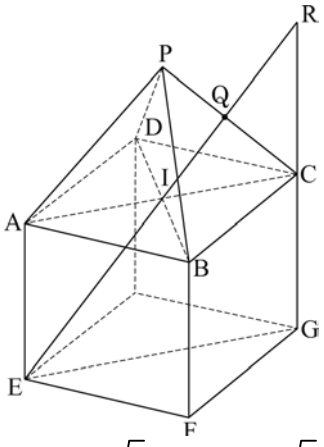
よって，直線 EQ は平面 QDEB だけでなく，平面 PAEGC 上にもある。

ここで，平面 PAEGC において，EQ の延長と GC の延長の交点を R，EQ と AC の交点を I とする。

四角形 QDEB が平面 PAEGC について対称ということは，線分 EQ ついて対称であるので，

DI＝IB　よって，正方形 ABCD の対角線の性質より，

AI＝IC＝DI＝IB，AC⊥DB である。



したがって，直角二等辺三角形 ABI において，AI：AB＝1：$\sqrt{2}$　⇒　AI：2＝1：$\sqrt{2}$　⇒　AI＝$\sqrt{2}$

直角三角形 API において三平方の定理により，$PI^2=PA^2-AI^2=2^2-(\sqrt{2})^2=2$

⇒　PI＞0 より PI＝$\sqrt{2}$

また，AE//RC より，平行線と線分の比から，AE：CR＝AI：CI＝1：1　⇒　CR＝AE＝2

AC⊥PI，AC⊥RC より，PI//RC より，平行線と線分の比から，

PQ：CQ＝PI：CR＝$\sqrt{2}$：2

ポイント》 図形問題において発想を広げるコツは「キーワード」を見つけること！

今回のキーワードは「線分 PQ と QC の長さの比」。

→「比」を求めるということは，「相似」や「平行線と線分の比」を利用する可能性が高い。

→また，「線分 PQ と QC」は切り口の平面上の線分ではないので，線分 PQ と QC をふくむ平面 PAEGC との関連をさがそう！

ポイント》 立体の切り口の問題は，「対称性」に着目しよう！

今回のように与えられた立体が対称な立体の場合は，特に有効。

→先述した平面 PAEGC との関連性にも注目！　立体も切り口も平面 PAEGC について対称であることを発見できれば，正解まであと一歩！