H27　滋賀県　公立　数学　問題

数-15-公-滋賀-問-01

1　次の**問１**～**問８**に答えなさい。

問１　$(-2)\times(-3)+4$　を計算しなさい。

問２　$\frac{2}{5}a+\frac{1}{3}a$　を計算しなさい。

問３　$4(x+2y)-(6x+9y)$　を計算しなさい。

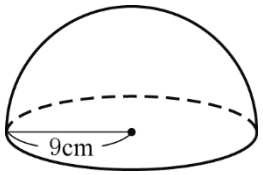
問４　$5xy^2\times 7xy\div(-x)^2$　を計算しなさい。

問５　$(\sqrt{2}+1)^2-\sqrt{8}$　を計算しなさい。

問６　x についての２次方程式 $x^2+ax-12=0$ の解の１つが -2 であるとき，もう１つの解を求めなさい。

問７　下の**図**のような半径 9 cm の半球があります。この半球と等しい体積の円錐(すい)について考えます。円錐の底面の半径が 9 cm であるとき，円錐の高さは何 cm か求めなさい。

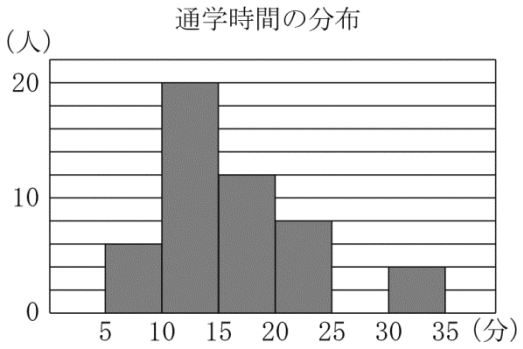
図



問８　右の**図**は，ある学校の 3 年生 50 人の通学時間を調査し，ヒストグラムに表したもので，平均値は 16.3 分でした。このヒストグラムから，例えば，通学時間が 5 分以上 10 分未満の生徒が 6 人いたことがわかります。

下の**ア**から**エ**までの中から，このヒストグラムからわかることについて正しく述べたものを 1 つ選び，記号で答えなさい。

図



ア　通学時間の範囲は，16 分である。

イ　通学時間の最頻値は，平均値よりも大きい。

ウ　通学時間の中央値が含まれる階級は，15 分以上 20 分未満の階級である。

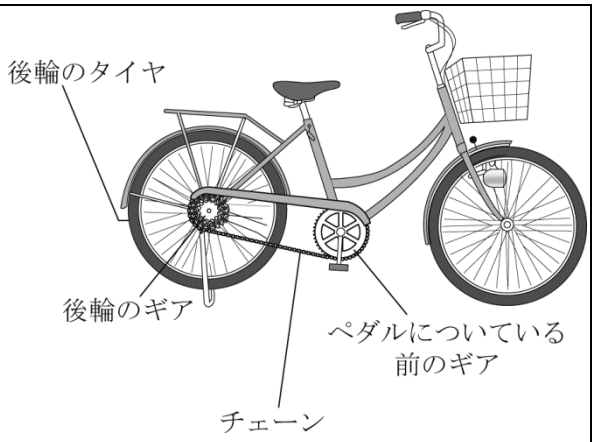
エ　通学時間が 20 分以上 25 分未満の階級の相対度数は，0.16 である。

2 太郎さんは,6段変速の自転車を買ってもらいました。自転車のギア（歯車）を変えずに坂道を上ると，平らな道を走るときよりもペダルをこぐのに大きな力が必要になります。そこで，後輪のギアを3段目から1段目に変えると，坂道を楽に上ることができましたが，同じ距離を進むのに，より多くペダルをこがなければなりませんでした。太郎さんは，なぜこのようになるのか，6段変速の自転車の仕組みに興味をもち，調べたことを次のようにまとめました。

太郎さんが調べたこと



ペダルをこいだ回数がわかれば，
後輪が何回転したかを
計算で求めることができます。



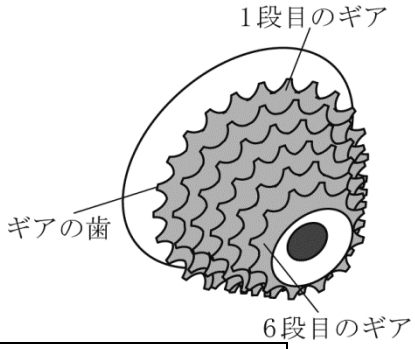
○ ペダルを1回転させたとき，後輪が何回転するかは，ギア比で決まります。

○ ギア比は，次のような言葉の式で求めることができます。

$$(\text{ギア比})=\frac{(\text{ペダルについている前のギアの歯数})}{(\text{後輪のギアの歯数})}$$

※ 例えば，ギア比が2.5のとき，ペダルを1回転させると後輪のギアは2.5回転します。

図





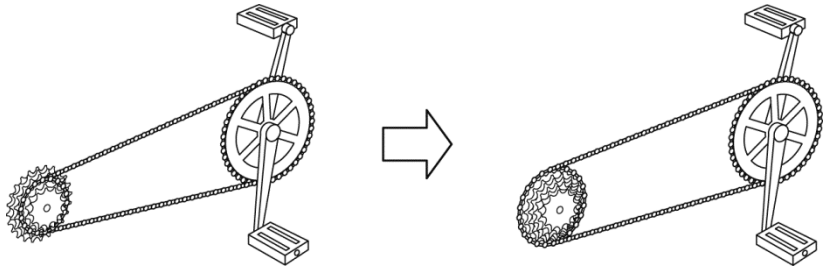
買ってもらった自転車の後輪には，右の
図のような6枚のギアがついています。
前のギアと後輪のギアの歯数を数え，
下の表にまとめました。

買ってもらった自転車のギアの歯数

ペダルについている前のギアの歯数	後輪のギアの歯数					
	1段	2段	3段	4段	5段	6段
42	28	24	21	18	16	14



後輪のギアを3段目から1段目に変えると，
坂道を楽に上がることができます。



○ ギアを変えることで，坂道を上るときや向かい風のときでも，小さな力でペダルをこぐことができます。

次の**問１**から**問３**までの各問いに答えなさい。ただし，後輪のギアが回転した分だけ後輪は回転するものとし，タイヤは地面に対してすべらず，変形しないものとします。

問１　太郎さんは，ペダルを１回転させたときに，後輪が何回転するかを求めることにしました。後輪のギアの歯数が 21 のとき，後輪のギアは何回転しますか。求めなさい。

問２　太郎さんは，ペダルを１回転させたときの自転車の進む距離を求めようと思いました。自転車のギアの歯数のほかに，自転車の何の値がわかれば求められますか。また，ペダルを１回転させたときの自転車の進む距離の求め方を言葉の式で表しなさい。

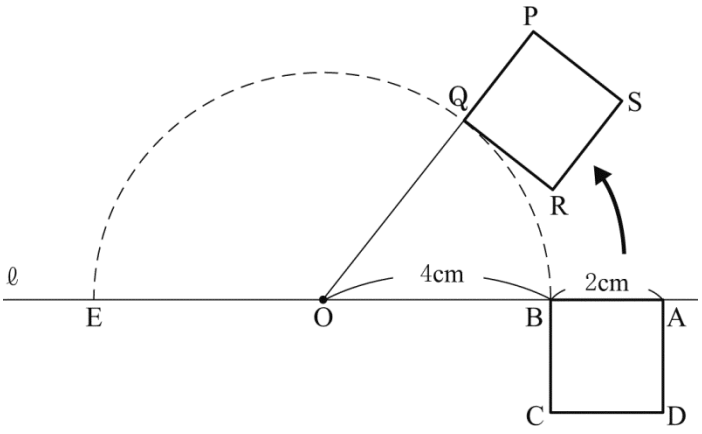
問３　平らな道で自転車をこぎだすとき，ペダルを１回転させて進む距離は，後輪のギアの選び方によって変わります。後輪のギアの歯数を x，後輪のギアの回転数を y として，x と y の関係を式に表し，その関係をもとに，後輪のギアの段の数字が小さくなるほど，ペダルを１回転させたときに自転車の進む距離が短くなることを説明しなさい。

数-15-公-滋賀-問-03

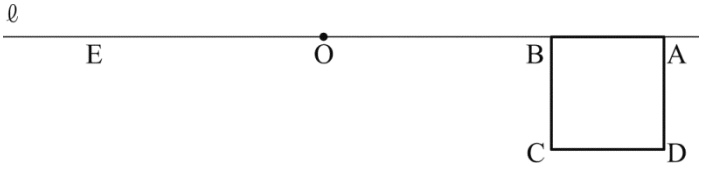
3　正方形を回転移動させてできる図形について考えます。

図１のように，1 辺が 2 cm の正方形 ABCD を，3 点 O，B，A が直線 ℓ 上にある状態から，点 O を回転の中心として，時計の針の回転と反対向きに回転移動させ，点 A，B，C，D が移動した点を，それぞれ P，Q，R，S とします。OB の長さを 4 cm とし，点 B を 180° 回転移動させた点を E とするとき，次の**問１**から**問４**に答えなさい。ただし，点 B が点 Q まで動いたあとを弧 BQ とします。

図１

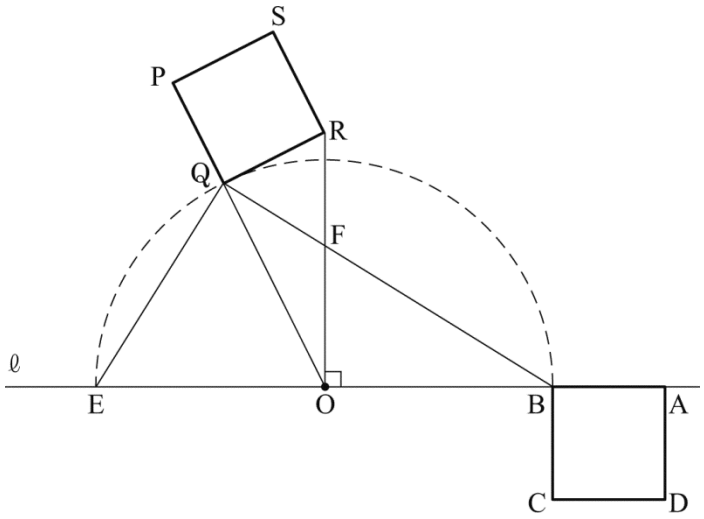


問１　点 R と直線 ℓ との距離が，はじめて $\sqrt{10}$ cm となるとき，点 R をコンパスと定規を使って作図しなさい。ただし，作図に使った線は消さないこと。



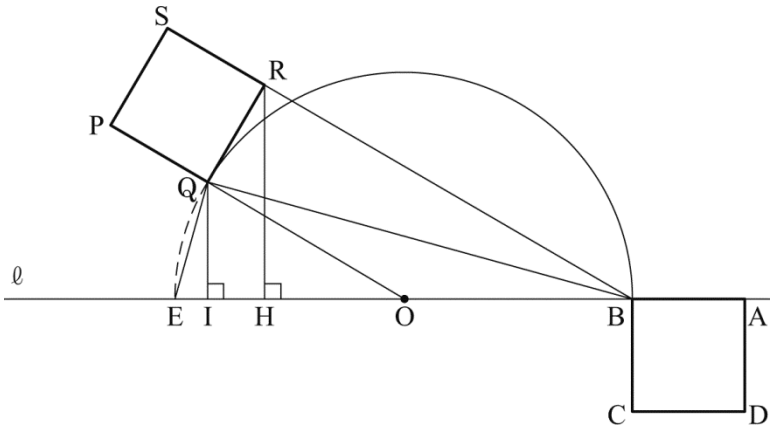
問２　**図２**のように，OR⊥OB となるとき，線分 OR と線分 BQ との交点を F とします。このとき，△OBF と相似な三角形を見つけ，記号∽を使って表しなさい。また，その２つの三角形が相似であることを証明しなさい。

図２



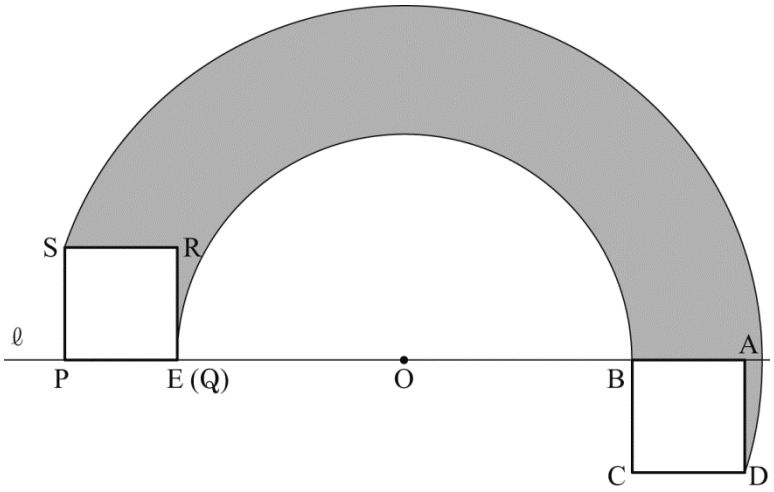
問３　**図３**のように，PO // SB となるとき，点 R，Q から直線ℓにそれぞれ垂線 RH，QI をひきます。線分 RH と線分 QI の長さの差は何 cm ですか。求めなさい。

図３



問４　**図４**のように，正方形 ABCD を 180° 回転移動させたとき，正方形 ABCD が通過した部分のうち，塗りつぶした部分（ ）の面積を求めなさい。

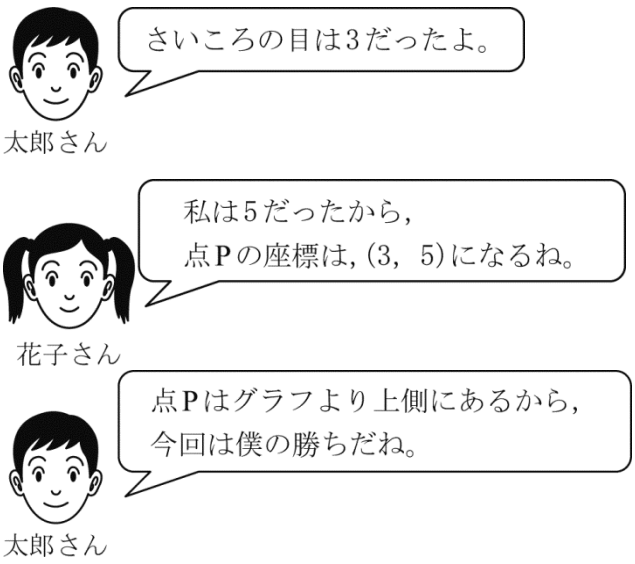
図４

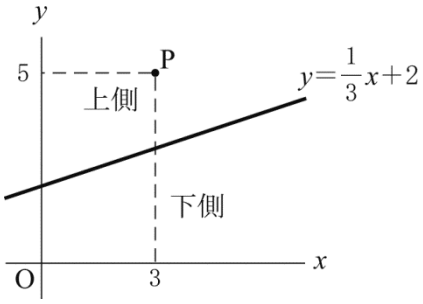


数-15-公-滋賀-問-04

4　原点を O とする座標平面上に関数のグラフをかいた後，太郎さんと花子さんは，さいころを 1 回ずつ投げ，太郎さんが出した目を m，花子さんが出した目を n として，その座標平面上に点 P $(m,\ n)$ をとることにしました。点 P が，関数のグラフより上側にあれば太郎さんの勝ち，下側にあれば花子さんの勝ちとし，グラフ上にあるときは引き分けとします。

【一次関数 $y=\frac{1}{3}x+2$ のグラフの場合】





次の**問１**，**問２**に答えなさい。ただし，さいころの 1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいとします。

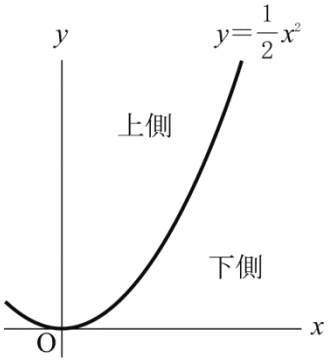
問１　一次関数 $y=\frac{1}{3}x+2$ のグラフの場合，引き分けとなる点 P の座標を全て求めなさい。

問２　右の**図**のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフをかくとき，太郎さんと花子さんのどちらが勝ちやすいですか。下の**ア**，**イ**の中から正しいものを１つ選んで記号で書き，それが正しいことの理由を，確率を使って説明しなさい。

ア　太郎さんの方が勝ちやすい。

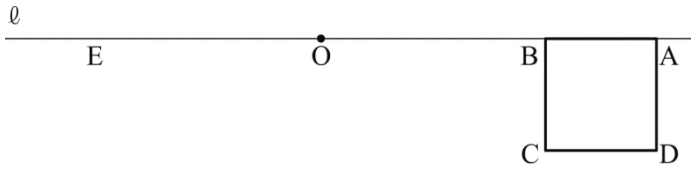
イ　花子さんの方が勝ちやすい。

図



H27　滋賀県　公立　数学　解答用紙

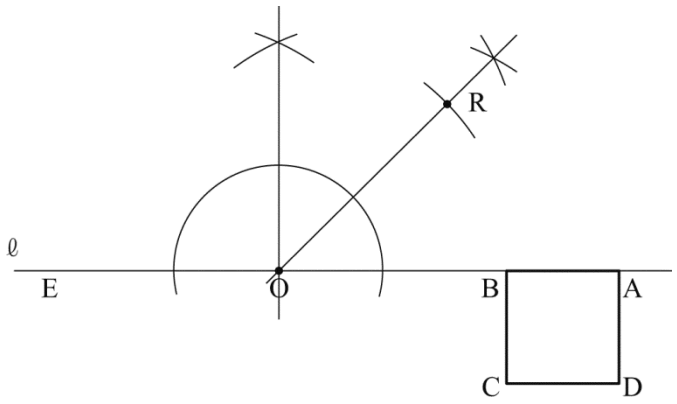
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-15-公-滋賀-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			
		問６	$x=$		
		問７	cm		
		問８			
数-15-公-滋賀-KY-02	2	問１	回転		
		問２			
			(自転車の進む距離)＝		
		問３	〔式〕		
			〔説明〕		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−滋賀−KY−03	3	問１			
		問２	△OBF 〔証明〕		
		問３	cm		
		問４	cm^2		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数－15－公－滋賀－KY－04	4	問１			
		問２	〔説明〕		

H27　滋賀県　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−滋賀−大−01	1	問１	10	4	
		問２	$\frac{11}{15}a$	4	
		問３	$-2x-y$	4	
		問４	$35y^3$	4	
		問５	3	4	
		問６	$x=6$	6	
		問７	18　cm	6	
		問８	エ	6	
数−15−公−滋賀−大−02	2	問１	2　回転	6	
		問２	後輪のタイヤの直径	3	
			(自転車の進む距離)＝(後輪のタイヤの直径)×π×(ギア比)	4	
		問３	〔式〕　$y=\frac{42}{x}$	3	
			〔説明〕 後輪のギアの回転数は，後輪のギアの歯数に反比例し，後輪のギアの歯数が増えるほど，後輪のギアの回転数は少なくなる。 よって，後輪のギアの段の数字が小さくなるほど，ペダルを１回転させたときに自転車の進む距離が短くなる。	5	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−滋賀−大−03	3	問１		7	
		問２	△OBF∽△QBE 〔証明〕 △OBF と△QBE について 共通な角だから ∠OBF＝∠QBE・・・① 仮定より∠FOB＝90°　・・・② また，半円の弧に対する円周角だから ∠EQB＝90°　・・・③ ②，③より ∠FOB＝∠EQB・・・④ ①，④から，2 組の角がそれぞれ等しいので △OBF　∽　△QBE	7	
		問３	$\sqrt{3}$　cm	7	
		問４	$12\pi-4$　cm^2	7	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−滋賀−大−04	4	問１	(3，3)，(6，4)	6	
		問２	イ 〔説明〕 点Pの取り方は，全部で36通りあり，そのうち点Pがグラフより上側にあるのは，12 通り，グラフより下側にあるのは，23通り，グラフ上にあるのは，点 (2，2) の1通りである。 よって，太郎さんの勝つ確率は$\frac{1}{3}$であり，花子さんの勝つ確率は$\frac{23}{36}$なので，太郎さんの勝つ確率より花子さんの勝つ確率の方が大きい。だから，太郎さんより花子さんの方が勝ちやすい。	7	

数-15-公-滋賀-KS-01

1　問１　$(-2)\times(-3)+4=6+4=10$

問２　$\frac{2}{5}a+\frac{1}{3}a=\frac{6}{15}a+\frac{5}{15}a=\frac{11}{15}a$

問３　$4(x+2y)-(6x+9y)=4x+8y-6x-9y=-2x-y$

問４　$5xy^2\times7xy\div(-x)^2=5xy^2\times7xy\div x^2=\frac{5xy^2\times7xy}{x^2}=35y^3$

問５　$(\sqrt{2}+1)^2-\sqrt{8}=2+2\sqrt{2}+1-2\sqrt{2}=3$

問６　$x^2+ax-12=0$　x に -2 を代入して，$(-2)^2+a\times(-2)-12=0$　$4-2a-12=0$　$2a=-8$　$a=-4$　もとの式に代入して，$x^2-4x-12=0$　$(x-6)(x+2)=0$　$x=6,\ -2$　よって，もう１つの解は $x=6$

問７　半径 9 cm の半球の体積は，$\frac{4}{3}\pi\times9^3\times\frac{1}{2}=486\pi\,(\mathrm{cm}^3)$　底面の半径が 9 cm，高さが h cm の円錐の体積は，$\frac{1}{3}\times\pi\times9^2\times h=27\pi h\,(\mathrm{cm}^3)$　この 2 つの体積が等しいので，$27\pi h=486\pi$　$h=18(\mathrm{cm})$

問８　**ア**…通学時間の範囲は，$35-5=30$(分)

イ…最頻値は 12.5 分より平均値 16.3 分より小さい。

ウ…中央値の含まれる階級は 10 分以上 15 分未満の階級である。

エ…通学時間が 20 分以上 25 分未満の階級の相対度数は，$8\div50=0.16$ である。

よって，正しい選択肢は**エ**。

数-15-公-滋賀-KS-02

2　問１　ギア比$=\frac{42}{21}=2$ より，後輪のギアは 2 回転する。

問２　(ペダルを 1 回転させたときに自転車の進む距離)=(後輪の周の長さ)×(後輪の回転数)=(後輪のタイヤの直径)×π×(ギア比) で求められる。歯数がわかっているときギア数は求められるから，他には後輪の直径（半径でもよい）が求められれば，求められる。

問３　(後輪のギアの回転数)$=\frac{42}{\text{後輪のギアの歯数}}$ より，$y=\frac{42}{x}$　よって，y は x に反比例するので，後輪のギアの歯数 $x\,(x>0)$ が増加すると，後輪のギアの回転数 y は減少する。

数-15-公-滋賀-KS-03

3　問１　R から直線 ℓ に垂線をひき，交点を K とする。△OQR において，∠OQR＝90°より，三平方の定理から，OR$=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ (cm)　同様に，△ORK において，∠OKR＝90°より，OK$=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-(\sqrt{10})^2}=\sqrt{10}$ (cm)　よって，△ORK は OK＝RK の直角二等辺三角形だから，∠ROK＝45°　これより，点 O を通る直線 ℓ の垂線をひき，その角を 2 等分する直線をひいて，45°の角をつくる。その二等分線上に OR＝OC となる点 R をとる。

問２　半円の弧に対する円周角が 90°になることと，共通な角から，2 組の角がそれぞれ等しくなることを導き，△OBF∽△QBE であることを見つける。

問３　O から BR に垂線をひき，交点を J とすると，PO // SB，RQ // JO，∠OJR=90°より，四角形 OJRQ は長方形になる。△BOJ において，∠BJO＝90°，OJ＝QR＝2 cm，OB＝4 cm より，三平方の定理から，BJ$=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$ (cm)　よって，OJ : OB : BJ＝1 : 2 : $\sqrt{3}$ より，∠OBJ＝30°，∠BOJ＝60°　△BRH において，∠RHB＝90°，∠RBH＝30°より，RH$=\frac{1}{2}$RB$=\frac{1}{2}(4+2\sqrt{3})=2+\sqrt{3}$ (cm)　また，△OQI において，∠QIO＝90°，∠QOI＝30°より，QI$=\frac{1}{2}$QO$=\frac{1}{2}\times4=2$(cm)

よって，RH−QI$=(2+\sqrt{3})-2=\sqrt{3}$ (cm)

問４　△OAD において，三平方の定理より，OD＝$\sqrt{6^2+2^2}$ ＝$2\sqrt{10}$ (cm)　色のついた部分の面積は，(半径を OD とする半円)－(半径を OB とする半円)－(正方形 ABCD) で求められるから，

$\frac{1}{2}\times\pi\times(2\sqrt{10})^2-\frac{1}{2}\times\pi\times4^2-2^2=20\pi-8\pi-4=12\pi-4$(cm^2)

数-15-公-滋賀-KS-04

4　**問１**　引き分けとなるのは，点 P が $y=\frac{1}{3}x+2$ 上にあるときだから，P(3，3)，(6，4)

問２　さいころの目の組み合わせは全部で 36 通り。P が $y=\frac{1}{2}x^2$ の上側になるのは，P(1，1)，(1，2)，(1，3)，(1，4)，(1，5)，(1，6)，(2，3)，(2，4)，(2，5)，(2，6)，(3，5)，(3，6)の 12 通り。
曲線上にあるのは P(2，2) の 1 通り，下部にあるのは 36－12－1＝23(通り)　よって，太郎さんが勝つ確率は $\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$，花子さんの勝つ確率は $\frac{23}{36}$ となるから，花子さんの方が勝ちやすいといえる。
したがって，選択肢は**イ**。