Ｒ６　東京都　公立　数学　問題

数-24-公-東京-問-01

1　次の各問に答えよ。

問１　$-6^2\times\frac{1}{9}-4$　を計算せよ。

問２　$2a+b-\frac{5a+b}{3}$　を計算せよ。

問３　$(\sqrt{7}-1)(\sqrt{7}+6)$　を計算せよ。

問４　一次方程式　$2x-8=-x+4$　を解け。

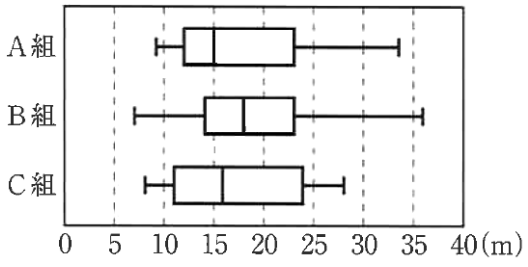
問５　連立方程式　$\begin{cases}5x+7y=9\\3x+4y=6\end{cases}$　を解け。

問６　二次方程式　$(x-8)^2=1$　を解け。

問７　右の**図１**は，ある中学校第２学年の，A 組，B 組，C 組それぞれ生徒 37 人のハンドボール投げの記録を箱ひげ図に表したものである。

図１から読み取れることとして正しいものを，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

図１



ア　A 組，B 組，C 組のいずれの組にも，記録が 30m を上回った生徒がいる。

イ　A 組，B 組，C 組の中で，最も遠くまで投げた生徒がいる組は C 組である。

ウ　A 組，B 組，C 組のいずれの組にも，記録が 15 m の生徒はいない。

エ　A 組，B 組，C 組の中で，四分位範囲が最も小さいのは B 組である。

問８　次の［　　］の中の「**あ**」「**い**」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

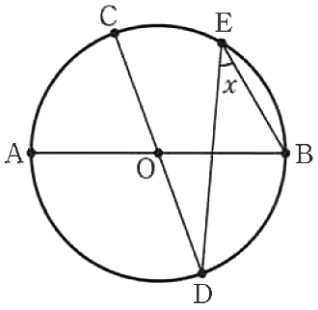
右の**図２**で，点 O は，線分 AB を直径とする円の中心であり，3 点 C，D，E は円 O の周上にある点である。

5 点 A，B，C，D，E は，右の**図２**のように，A，D，B，E，C の順に並んでおり，互いに一致しない。

点 B と点 E，点 C と点 D，点 D と点 E をそれぞれ結ぶ。

線分 CD が円 O の直径，$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}=\frac{2}{5}\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$のとき，$x$ で示した∠BED の大きさは，［**あい**］度である。

図２

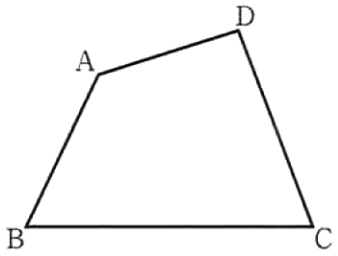


問９　右の**図３**で，四角形 ABCD は，∠BAD が鈍角の四角形である。

解答欄に示した図をもとにして，四角形 ABCD の辺上にあり，辺 AB と辺 AD までの距離が等しい点 P を，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点 P の位置を示す文字 P も書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図３



数-24-公-東京-問-02

2　S さんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

［先生が示した問題］

a，b を正の数とする。

右の**図１**で，△ABC は，∠BAC＝90°，AB＝a cm，AC＝b cm の直角三角形である。

右の**図２**に示した四角形 AEDC は，**図１**において，辺 BC を B の方向に延ばした直線上にあり BC＝BD となる点を D とし，△ABC を頂点 B が点 D に一致するように平行移動させたとき，頂点 A が移動した点を E とし，頂点 A と点 E，点 D と点 E をそれぞれ結んでできた台形である。

四角形 AEDC の面積は，△ABC の面積の何倍か求めなさい。

図１

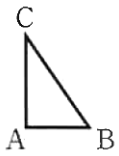
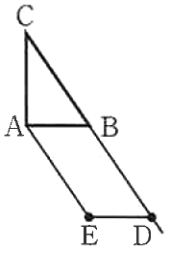


図２



問１　次の［　　］の中の「**う**」に当てはまる数字を答えよ。

［先生が示した問題］で，四角形 AEDC の面積は，△ABC の面積の［**う**］倍である。

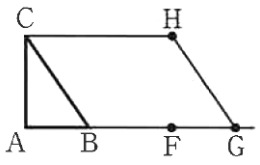
S さんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，次の問題を作った。

［S さんのグループが作った問題］

a，b，x を正の数とする。

右の**図３**に示した四角形 AGHC は，**図１**において，
辺 AB を B の方向に延ばした直線上にある点を F とし，
△ABC を頂点 A が点 F に一致するように平行移動させたとき，
頂点 B が移動した点を G，頂点 C が移動した点を H とし，
頂点 C と点 H，点 G と点 H をそれぞれ結んでできた台形である。

図３



右の**図４**に示した四角形 ABJK は，**図１**において，
辺 AC を C の方向に延ばした直線上にある点を I とし，
△ABC を頂点 A が点 I に一致するように平行移動させたとき，
頂点 B が移動した点を J，頂点 C が移動した点を K とし，
頂点 B と点 J，点 J と点 K をそれぞれ結んでできた台形である。

図４

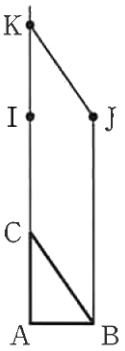


図３において，線分 AF の長さが辺 AB の長さの x 倍となるときの四角形 AGHC の面積と，**図４**において，線分 AI の長さが辺 AC の長さの x 倍となるときの四角形 ABJK の面積が等しくなることを確かめてみよう。

問２　［S さんのグループが作った問題］で，四角形 AGHC の面積と四角形 ABJK の面積を，それぞれ a，b，x を用いた式で表し，四角形 AGHC の面積と四角形 ABJK の面積が等しくなることを証明せよ。

数-24-公-東京-問-03

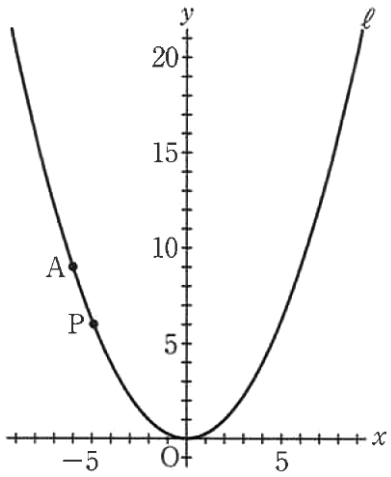
3　右の**図１**で，点 O は原点，曲線 ℓ は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフを表している。

点 A は曲線 ℓ 上にあり，x 座標は -6 である。

曲線 ℓ 上にある点を P とする。

次の各問に答えよ。

図１



問１　次の ① と ② に当てはまる数を，下の**ア**～**ク**のうちからそれぞれ選び，記号で答えよ。

点 P の x 座標を a，y 座標を b とする。

a のとる値の範囲が $-3 \leqq a \leqq 1$ のとき，

b のとる値の範囲は，

① $\leqq b \leqq$ ②

である。

ア　$-\frac{9}{4}$　　**イ**　$-\frac{3}{2}$　　**ウ**　$-\frac{3}{4}$　　**エ**　0

オ　$\frac{1}{4}$　　**カ**　$\frac{1}{2}$　　**キ**　$\frac{3}{2}$　　**ク**　$\frac{9}{4}$

問２　次の［③］と［④］に当てはまる数を，下の**ア**～**エ**のうちからそれぞれ選び，記号で答えよ。

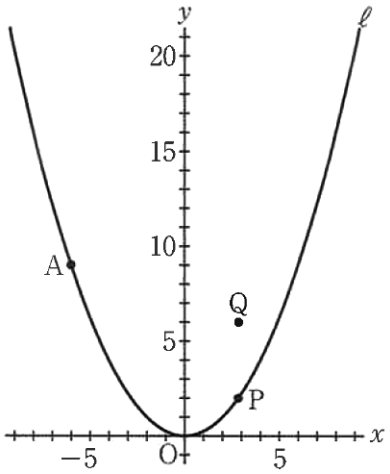
右の**図２**は，**図１**において，x 座標が点 P の x 座標と等しく，y 座標が点 P の y 座標より 4 大きい点を Q とした場合を表している。

点 P の x 座標が 2 のとき，2 点 A，Q を通る直線の式は，

$y=$［③］$x+$［④］

である。

図２



［③］　**ア**　2　　**イ**　$\frac{1}{2}$　　**ウ**　$-\frac{1}{2}$　　**エ**　-2

［④］　**ア**　6　　**イ**　5　　**ウ**　4　　**エ**　1

問３　**図２**において，点 P の x 座標が 3 より大きい数であるとき，点 Q を通り傾き $\frac{1}{2}$ の直線を引き，y 軸との交点を R とし，点 O と点 A，点 A と点 R，点 P と点 Q，点 P と点 R をそれぞれ結んだ場合を考える。

△AOR の面積が△PQR の面積の 3 倍になるとき，点 P の x 座標を求めよ。

数-24-公-東京-問-04

4　右の**図１**で，四角形 ABCD は，AB＜AD の長方形である。

辺 BC の中点を M とする。

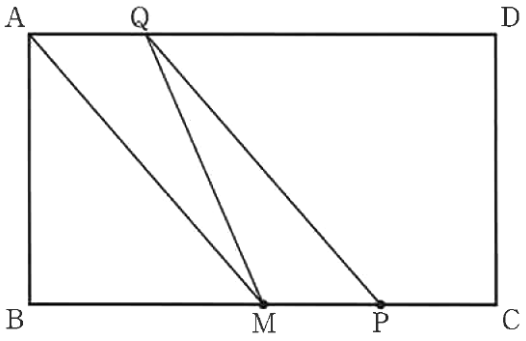
点 P は，線分 CM 上にある点で，頂点 C，点 M のいずれにも一致しない。

頂点 A と点 M を結び，点 P を通り線分 AM に平行な直線を引き，辺 AD との交点を Q とする。

点 M と点 Q を結ぶ。

次の各問に答えよ。

図１

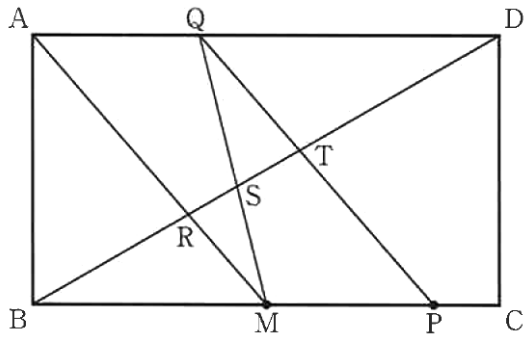


問１　**図１**において，AB＝BM，∠AQM＝a° とするとき，∠MQP の大きさを表す式を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

ア　$(180-a)$ 度　　**イ**　$(135-a)$ 度　　**ウ**　$(a-90)$ 度　　**エ**　$(a-45)$ 度

問２　右の**図２**は，**図１**において，
頂点 B と頂点 D を結び，線分 BD と，
線分 AM，線分 MQ，線分 PQ との交点を
それぞれ R，S，T とした場合を表している。
次の(1)，(2)に答えよ。

図２

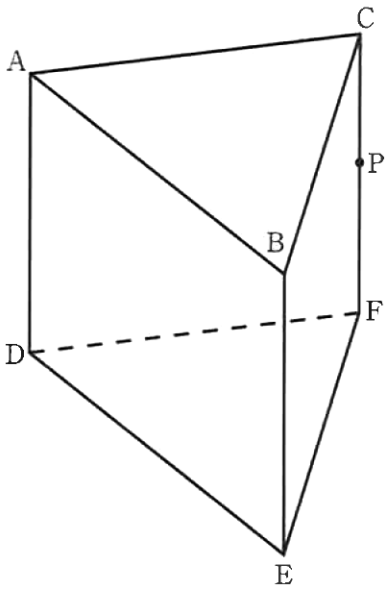


(1)　△BMR∽△DQT であることを証明せよ。

(2)　次の［　　］の中の「**え**」「**お**」「**か**」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。
図２において，MP : PC＝3 : 1 のとき，線分 ST の長さと線分 BD の長さの比を最も簡単な整数の比で表すと，ST : BD＝［**え**］:［**おか**］である。

数-24-公-東京-問-05

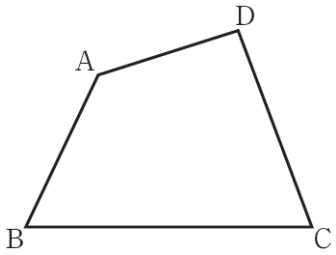
5　右の図に示した立体 ABC－DEF は，
AB＝AD＝6 cm，AC＝BC＝5 cm，
∠BAD＝∠CAD＝90° の三角柱である。
辺 CF 上にあり，頂点 C，頂点 F のいずれにも
一致しない点を P とする。
次の各問に答えよ。



問１　次の［　　］の中の「**き**」「**く**」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。
線分 AB の中点を M とし，点 M と点 P を結んだ場合を考える。
∠BMP の大きさは，［**きく**］度である。

問２　次の［　　］の中の「**け**」「**こ**」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。
頂点 A と点 P，頂点 B と点 P，頂点 D と点 P，頂点 E と点 P をそれぞれ結んだ場合を考える。
立体 P－ADEB の体積は，［**けこ**］cm^3 である。

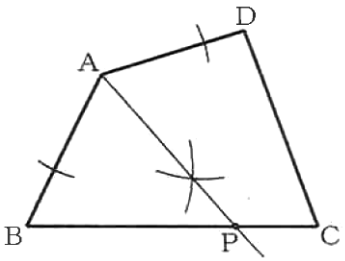
数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-東京-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５	$x=$　　，$y=$		
		問６			
		問７	㋐　㋑　㋒　㋓		
		問８	あい　あ　⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ い　⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
		問９			

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-24-公-東京-KY-02	2	問１	う	う	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
		問２	〔証明〕				
数-24-公-東京-KY-03	3	問１	①	ア イ ウ エ オ カ キ ク			
			②	ア イ ウ エ オ カ キ ク			
		問２	③	ア　イ　ウ　エ			
			④	ア　イ　ウ　エ			
		問３					

	問題番号		解答				配点	備考
数-24-公-東京-KY-04	4	問1	㋐　㋑　㋒　㋓					
		問2	(1)	〔証明〕 △BMR と△DQT において， △BMR∽△DQT				
			(2)	え：おか	え	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
					お	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
					か	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
数-24-公-東京-KY-05	5	問1	きく		き	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
					く	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
		問2	けこ		け	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
					こ	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-東京-K-01	1	問１	-8	5	
		問２	$\dfrac{a+2b}{3}$	5	
		問３	$1+5\sqrt{7}$	5	
		問４	4	5	
		問５	$x=6,\ y=-3$	5	
		問６	7，9	5	
		問７	エ	5	
		問８	あい　あ　3 い　6	5	
		問９		6	

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-24-公-東京-K-02		問１	う	う	3	5	
	2	問２	〔証明〕 四角形 AGHC は，上底が ax cm，下底が $(ax+a)$ cm，高さが b cm の台形だから，四角形 AGHC の面積は， $\{ax+(ax+a)\}\times b\times\frac{1}{2}$ $=\frac{1}{2}ab(2x+1)$ …… ① 四角形 ABJK は，上底が bx cm，下底が $(bx+b)$ cm，高さが a cm の台形だから，四角形 ABJK の面積は， $\{bx+(bx+b)\}\times a\times\frac{1}{2}$ $=\frac{1}{2}ab(2x+1)$ …… ② ①，②より，四角形 AGHC の面積と四角形 ABJK の面積は等しい。			7	
数-24-公-東京-K-03	3	問１	①	エ		5	全て「正答」で，点を与える。
			②	ク			
		問２	③	ウ		5	全て「正答」で，点を与える。
			④	ア			
		問３	8			5	

	問題番号		解　　答				配点	備　　考
数-24-公-東京-K-04	4	問１	イ				5	
		問２	(1)	〔証明〕 △BMR と△DQT において， BM // QD より，平行線の錯角は等しいから， ∠MBR＝∠QDT　…… ① 対頂角は等しいから， ∠BRM＝∠DRA　…… ② AM // QP より，平行線の同位角は等しいから， ∠DRA＝∠DTQ　…… ③ ②，③より， ∠BRM＝∠DTQ　…… ④ ①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいから， △BMR∽△DQT			7	
			(2)	[え]:[おか]	え	5	5	
					お	3		
					か	6		
数-24-公-東京-K-05	5	問１	[きく]		き	9	5	
					く	0		
		問２	[けこ]		け	4	5	
					こ	8		

数-24-公-東京-KS-01

1　【小問集合】

問１　$-6^2\times\frac{1}{9}-4=-(6\times6)\times\frac{1}{9}-4=-4-4=-8$

ポイント》累乗の“効力”に注意！

$-\boxed{5^2}=-(5\times5)=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

⇒このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

問２　$2a+b-\frac{5a+b}{3}=\frac{3(2a+b)}{3}-\frac{5a+b}{3}=\frac{3(2a+b)-(5a+b)}{3}=\frac{6a+3b-5a-b}{3}=\frac{a+2b}{3}$

問３　乗法公式 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ を利用して，$x=\sqrt{7}$，$a=-1$，$b=6$ として計算すると，

$(\sqrt{7}-1)(\sqrt{7}+6)=(\sqrt{7})^2+(-1+6)\times\sqrt{7}+(-1)\times6=7+5\sqrt{7}-6=1+5\sqrt{7}$

問６　$(x-8)^2=1$　　$x-8=\pm1$　　$x=8\pm1$　　よって，$x=8+1=9$，$x=8-1=7$ より，$x=7$，9

問７　**ア**　C 組の最大値が 30 m 未満なので，誤り。

イ　3 つの組のうち，最大値が最も大きいのは B 組だから，誤り。

ウ　37 人のデータにおける中央値は，データを小さい方から順に並べたときの 19 番目の値である。よって，A 組の中央値が 15 m だから，A 組には記録が 15 m の生徒が少なくとも 1 人はいる。よって，誤り。

エ　箱ひげ図において，四分位範囲は箱の長さに相当するから，B 組が最も小さい。よって，正しい。

ポイント》四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用

①　四分位数…(1) 第 2 四分位数(中央値)，(2) 第 1 四分位数，(3) 第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1)　第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値

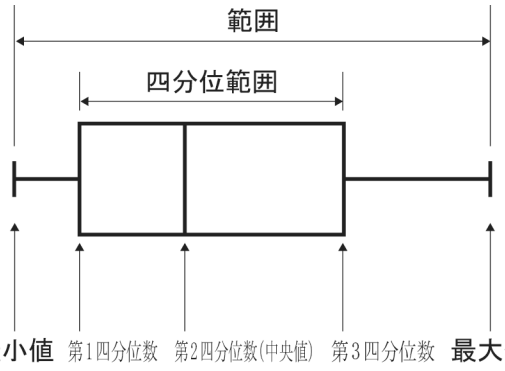
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

(2)　第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3)　第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

②　四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

③　箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



問８　$\overset{\frown}{AC}=\frac{2}{5}\overset{\frown}{AB}$より，おうぎ形 OAC の中心角の大きさは，おうぎ形 OAB の中心角の大きさの$\frac{2}{5}$倍だから，$\angle AOC=\frac{2}{5}\angle AOB=\frac{2}{5}\times180°=72°$　　対頂角は等しいから，$\angle BOD=\angle AOC=72°$　　円周角の定理より，$\angle BED=\frac{1}{2}\angle BOD=\frac{1}{2}\times72°=36°$

問９　辺 AB と辺 AD までの距離が等しい点は，この 2 辺でつくられる∠BAD の二等分線上にある。

数-24-公-東京-KS-02

2 【平面図形，式の計算の利用】

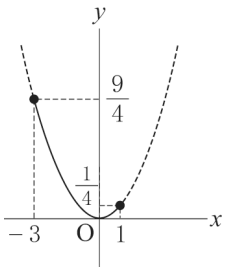
問１　△ABC を平行移動させると△EDB に一致するから，△ABC≡△EDB，AE // BD，AE＝BD
よって，1 組の対辺が等しくて平行だから，四角形 AEDB は平行四辺形である。
したがって，△BAE＝△EDB だから，△ABC＝△BAE＝△EDB なので，四角形 AEDC の面積は，△ABC の面積の 3 倍である。

数-24-公-東京-KS-03

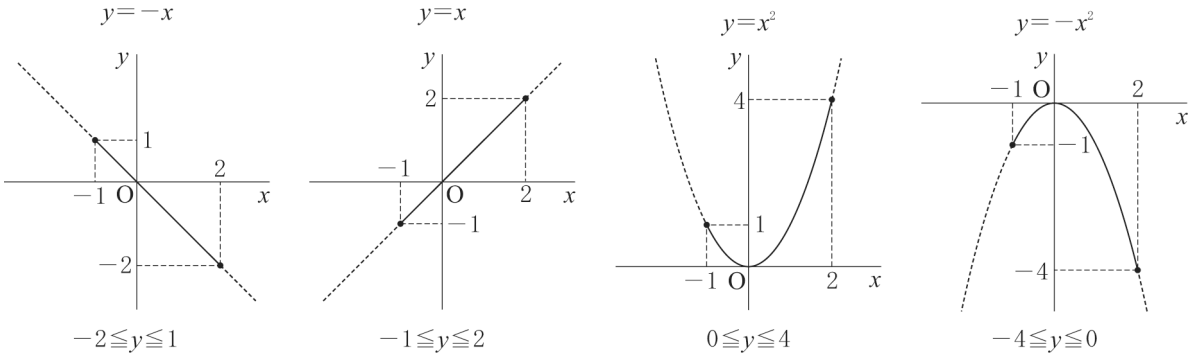
3 【関数のグラフと図形】

問１　「関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にある点 P$(a,\ b)$ について，x 座標 a のとる値の範囲から，y 座標 b のとる値の範囲を求めること」は，「関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ の x の変域から，y の変域を求めること」と同じである。よって，**図１**のグラフより，b のとる値の範囲（y の変域）は，$0 \leqq b \leqq \frac{9}{4}$ である。

図１



ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！



特に，関数 $y=ax^2$ の変域を求めるときに注意しよう。

問２　点 A は x 座標が -6 であり，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあることから，その y 座標は，

$y=\frac{1}{4}\times(-6)^2=9$　　すなわち，A$(-6,\ 9)$

点 P は x 座標が 2 であり，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあることから，その y 座標は，$y=\frac{1}{4}\times 2^2=1$
すなわち，P$(2,\ 1)$
点 Q は，x 座標が点 P の x 座標と等しく，y 座標が点 P の y 座標より 4 大きいから，Q$(2,\ 5)$
ここで，2 点 A$(-6,\ 9)$，Q$(2,\ 5)$ を通る直線の式を $y=mx+n$ とおくと，$9=-6m+n$，$5=2m+n$ の 2 つの式を得る。これを連立方程式として解くと，傾きは $m=-\frac{1}{2}$，切片は $n=6$ とわかる。

ポイント》直線の式の求め方

① $y=ax+b$ とおく。
② その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「$(x,\ y)$：対応する x，y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

問３　点 P の x 座標を t とする。

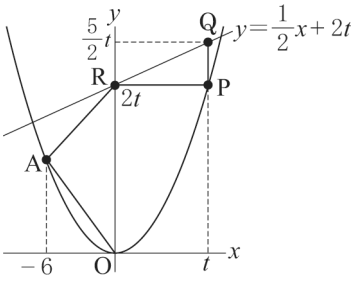
△AOR の底辺を OR とすると，高さは点 A の x 座標より 6 だから，$\triangle AOR = OR \times 6 \times \frac{1}{2} = 3OR$

△PQR の底辺を PQ＝4 とすると，高さは点 P の x 座標より t だから，$\triangle PQR = 4 \times t \times \frac{1}{2} = 2t$

$\triangle AOR = 3\triangle PQR$ より，$3OR = 3 \times 2t$　　$OR = 2t$

すなわち，R$(0,\ 2t)$ である。

図２



したがって，点 Q を通る傾き $\frac{1}{2}$ の直線は，切片が $2t$ だから，その式は，$y=\frac{1}{2}x+2t$ である。

点 Q の x 座標は，点 P の x 座標 t に等しいから，点 Q の y 座標は，$y=\frac{1}{2}t+2t=\frac{5}{2}t$ であり，点 P の y 座標は，$\frac{5}{2}t-4$　　すなわち，$\mathrm{P}\left(t,\ \frac{5}{2}t-4\right)$ である。

点 P が関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあることから，$\frac{5}{2}t-4=\frac{1}{4}t^2$　　これを整理すると，二次方程式 $t^2-10t+16=0$ が得られる。よって，$(t-2)(t-8)=0$　　$t>3$ より，$t=8$

数-24-公-東京-KS-04

4　【平面図形】

問１　AB＝BM，∠ABM＝90°より，△ABM は直角二等辺三角形だから，∠BAM＝45°

よって，∠QAM＝∠BAQ－∠BAM＝90°－45°＝45°

△AMQ の内角の和より，∠QMA＝180°－(∠QAM＋∠AQM)＝180°－(45°＋a°)＝(135－a)°

AM // QP より，錯角は等しいから，∠MQP＝∠QMA＝(135－a)°

問２　(2) MP : PC＝3 : 1，BM＝MC より，

BM : MP : PC＝4 : 3 : 1

よって，BC : MP＝8 : 3，AD＝BC より，AD : MP＝8 : 3

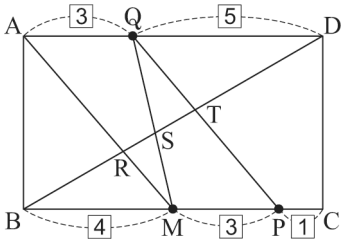
四角形 AMPQ は平行四辺形だから，AQ＝MP なので，

AD : AQ＝8 : 3　　すなわち，AQ : QD＝3 : 5

以上をまとめると，BM : MP : PC : AQ : QD＝4 : 3 : 1 : 3 : 5

（**図１**）

図１



次に，平行線と線分の比の性質を用いると，

QD // BM より，BS : SD＝BM : QD＝4 : 5　…①（**図２**）

QD // BP より，BT : TD＝BP : QD＝7 : 5　…②（**図３**）

図２

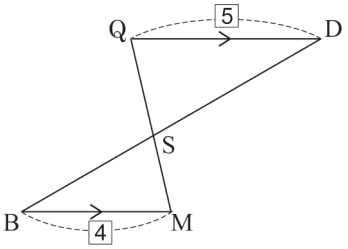
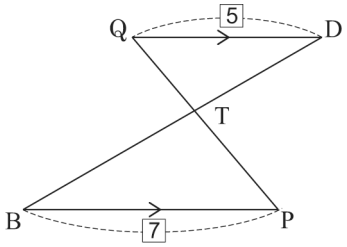


図３



①より，BS : SD＝16 : 20，②より，BT : TD＝21 : 15 だから，

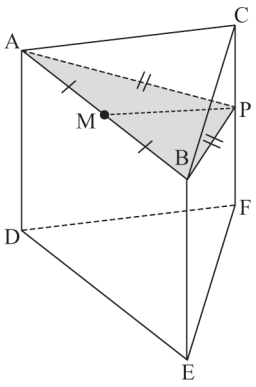
BS : ST : TD＝16 : (21－16) : 15＝16 : 5 : 15

よって，ST : BD＝5 : (16＋5＋15)＝5 : 36

5 【空間図形】

問１　△ACP と△BCP において，AC＝BC＝5 cm，CP＝CP，∠ACP＝∠BCP＝90°だから，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△ACP≡△BCP
よって，AP＝BP だから，△PAB は二等辺三角形である。
したがって，頂点 P と底辺 AB の中点 M を結んだ線分は，底辺 AB と垂直だから，∠BMP＝90°

図１



問２　**図２**のように，立体 P－ADEB は，底面を正方形 ADEB とする正四角錐であり，その高さは，△ABC の頂点 C から底辺 AB におろした垂線 CH の長さに等しい。

図２

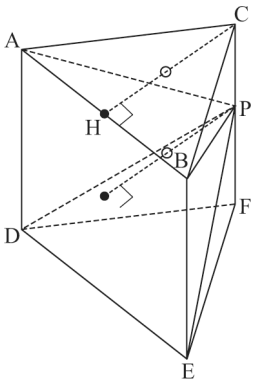


図３のように，△ABC は AC＝BC である二等辺三角形だから，点 H は底辺 AB の中点となるので，△CAH で三平方の定理より，
$CH^2=AC^2-AH^2=5^2-3^2=16$
CH＞0 より，CH＝4(cm)
よって，求める体積は，
(正方形 ADEB)×CH×$\frac{1}{3}$＝$6^2\times4\times\frac{1}{3}$＝48($cm^3$)

図３

