H31　鳥取県　公立　数学　問題

数-19-公-鳥取-問-01

1　次の各問いに答えなさい。

問1　次の計算をしなさい。

(1)　$-7+3-4$

(2)　$\frac{1}{3}\div\left(-\frac{1}{6}\right)$

(3)　$\frac{3}{\sqrt{3}}+4\sqrt{3}-\sqrt{27}$

(4)　$4(2x-1)-3(2x-3)$

(5)　$(-xy)^2\times 10xy^2\div 5x^2$

問2　$(3x-1)(4x+3)$ を展開しなさい。

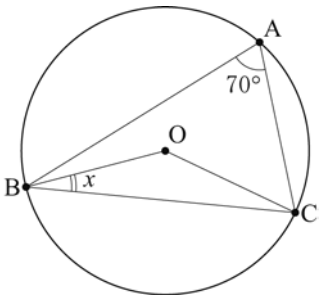
問3　$a=-3$ のとき，a^2-2a の値を求めなさい。

問4　x^2-4x+3 を因数分解しなさい。

問5　等式 $V=\pi r^2h$ を，h について解きなさい。

問６　右の**図１**において，3 点 A，B，C は点 O を中心とする円の周上の点である。このとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

図１



問７　二次方程式 $5x^2+3x-1=0$ を解きなさい。

問８　奇数を 2 乗して 19 をたすと 4 の倍数になる。このことを，次のように**文字式**を使って証明した。
［　　］に証明の続きを書き，証明を完成しなさい。

〔証明〕　n を整数とすると，奇数は $2n+1$ と表される。この奇数を 2 乗して 19 をたすと，

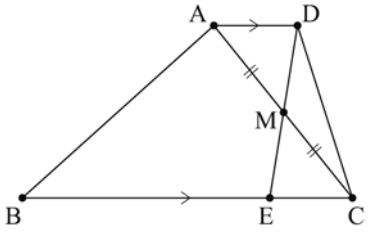
［　　］

よって，奇数を 2 乗して 19 をたすと 4 の倍数になる。　(証明終)

問９　右の**図２**のように，AD // BC である台形 ABCD がある。線分 AC の中点を M とし，直線 DM と辺 BC との交点を E とする。

このとき，AD＝CE であることを次のように証明した。
［　　］に証明の続きを書き，証明を完成しなさい。

図２



〔証明〕　△AMD と△CME で，

［　　］

△AMD≡△CME

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，

AD＝CE　(証明終)

問 10　下の**図３**のように，直線ℓ上に 2 点 O，A があり，OA＝1 とする。このとき，OP＝$\sqrt{2}$となる点 P を解答用紙の直線ℓ上に，以下の**指示**に従って作図しなさい。

指示

・点 P は点 O よりも右側にとりなさい。
・作図に用いた線は明確にして，消さずに残しておきなさい。
・作図した点 P には記号 P を書き入れなさい。

図３

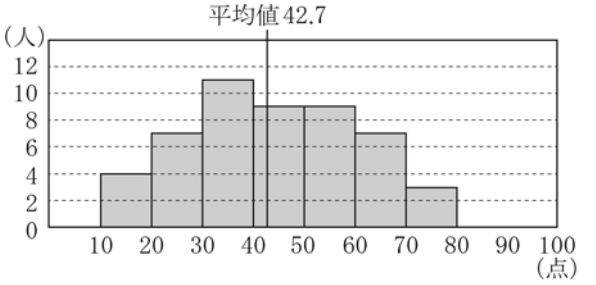


数-19-公-鳥取-問-02

2　ある中学校のクイズ大会で，1 年生の生徒 50 人が 100 点満点のクイズを解いた。下の**図１**は，その 50 人の得点を表したヒストグラムである。また，50 人の平均値は 42.7 点であった。
このとき，次の各問いに答えなさい。

問１　右の**図１**において，最頻値 (モード) を求めなさい。

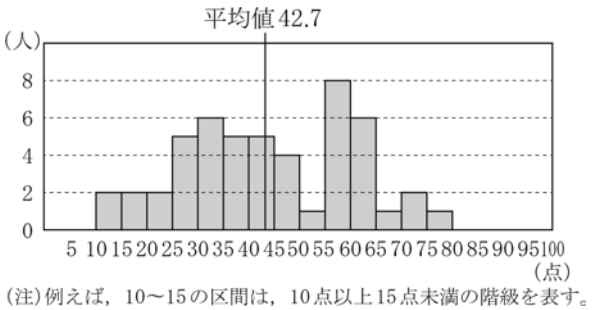
図１



(注) 例えば，10～20 の区間は，10 点以上 20 点未満の階級を表す。

問２　右の**図２**は，**図１**で表した得点について，階級の幅を変えて表したヒストグラムである。**図１**と**図２**から読みとることができることがらとして正しいものを，次の**ア**～**エ**から**すべて**選び，記号で答えなさい。

図２



(注) 例えば，10～15 の区間は，10 点以上 15 点未満の階級を表す。

ア　**図１**と**図２**では，階級の幅は異なるが，最頻値は変わらない。

イ　**図１**と**図２**では，読みとることができる 40 点以上の得点者の人数は異なる。

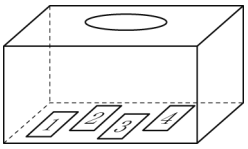
ウ　**図１**，**図２**ともに，最小値は 10 点以上，最大値は 80 点未満なので，得点の範囲 (レンジ) は 70 点未満であるといえる。

エ　**図１**，**図２**それぞれにおいて，平均値と中央値 (メジアン) は同じ階級にふくまれる。

数-19-公-鳥取-問-03

3 右の**図**のように，1 ，2 ，3 ，4 の数がそれぞれ書かれた 4 枚のカードを箱の中に入れた。そのカードをよくかき混ぜてから，最初に**そうたさん**が 1 枚取り出す。次に，残った 3 枚のカードの中から，**よしこさん**が 1 枚取り出す。

図



このとき，次の各問いに答えなさい。

ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

問１　**そうたさん**が，箱の中の 4 枚のカードから 1 枚取り出す操作を行うとき，1 のカードを取り出す確率は$\frac{1}{4}$である。この確率の意味を説明した文として正しいものを，次の**ア**～**エ**からひとつ選び，記号で答えなさい。

ただし，操作前の箱の中には，常に 4 枚のカードがあるものとする。

ア　この操作を 4000 回行うと，**そうたさん**が 1 のカードを取り出す回数は 1000 回ぐらいである。

イ　この操作を 40 回行うと，**そうたさん**は 1 のカードを必ず 10 回以上は取り出す。

ウ　この操作を 3 回行い，**そうたさん**が 1 のカードを 3 回とも取り出さなかったとき，もう 1 回この操作を行うと必ず 1 のカードを取り出す。

エ　この操作の回数にかかわらず，**そうたさん**が 1 のカードを取り出した回数を操作した回数で割ると，常に$\frac{1}{4}$になる。

問２　この 2 人が取り出したカードが，**そうたさん**が 4 で**よしこさん**が 2 である確率を求めなさい。

問３　**そうたさん**と**よしこさん**は，次の**ルール**で勝敗を決めることとした。

ルール

そうたさんが取り出したカードと**よしこさん**が取り出したカードに書かれた数の和で勝敗を決める。

・その和が奇数であれば，**そうたさん**の勝ちとする。

・その和が偶数であれば，**よしこさん**の勝ちとする。

このとき，2 人のうちどちらが勝ちやすいか，あるいは 2 人の勝ちやすさは同じであるか，答えなさい。ただし，答えだけでなく，そう判断した理由を**確率**を使って説明しなさい。

4 A, B, C の 3 つの中学校では, 2 年生のときに, それぞれの学校ごとでスキー実習が 2 回実施される。生徒それぞれが**上級**，**中級**，**初級**の 3 コースから 1 コースを選び，**1 回目**と**2 回目**のコースは変更することができる。

各中学校の参加人数は，**1 回目**，**2 回目**ともに変わらず，A 中学校の参加人数は 200 人であった。

A 中学校の数学の授業では，このスキー実習の各学校の参加人数を，次の**情報 1**，**情報 2** を参考にしながら求める課題が出された。**情報 1** にあるように，参加人数を，B 中学校は x 人，C 中学校は y 人とおき，あとの各問いに答えなさい。

情報 1

〈各コースの人数割合一覧表（学校別)〉

《1 回目》

コース	A 中学校	B 中学校	C 中学校
上級	29%	20%	15%
中級	28%	35%	25%
初級	43%	45%	60%
参加人数	200 人	x 人	y 人

《2 回目》

コース	A 中学校	B 中学校	C 中学校
上級	43%	40%	25%
中級	36%	40%	40%
初級	21%	20%	35%
参加人数	200 人	x 人	y 人

※表中の割合は，学校別に，参加人数に対するコース別の人数の割合を示したものである。

情報 2

(ⅰ) **2 回目**の実習において，**上級**コースの 3 校合計人数は，**2 回目**の全参加人数の 35%であった。

(ⅱ) **中級**コースの 3 校合計人数は，**2 回目**は**1 回目**に比べて 60 人増加した。

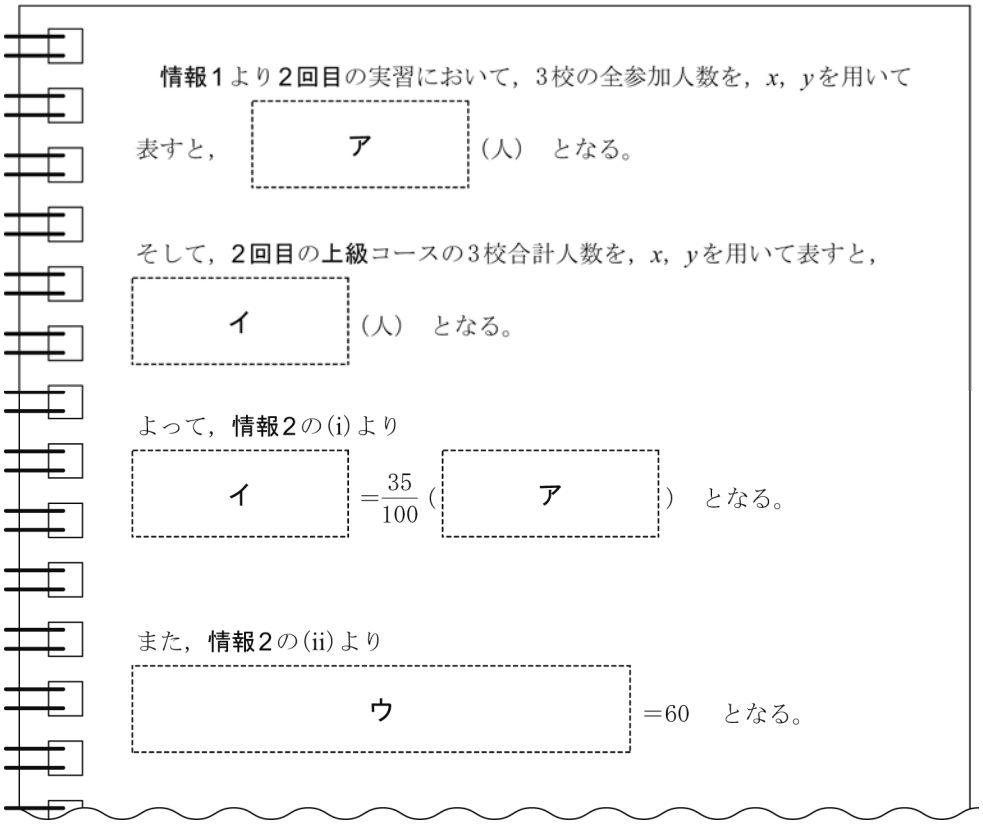
問 1 **情報 1** を参考にしながら，A 中学校の人数について，次の**(1)**，**(2)**に答えなさい。

(1) **2 回目**の A 中学校の**上級**コースの人数を求めなさい。

(2) A 中学校の**中級**コースの人数について，**2 回目**は**1 回目**に比べて何人増えたか，求めなさい。

問２　A 中学校のかずやさんは，x，y の値を求めるために，次のように考えを**ノート**にまとめた。あとの **(1)**，**(2)**に答えなさい。

ノート



(1) **ノート**中の**ア**～**ウ**にあてはまる数式を，x，y を用いて表しなさい。

ただし，**ア**，**イ**の解答について，同じ記号には同じ数式があてはまるものとする。また，**ア**～**ウ**の解答は，必ずしも約分する必要はありません。

(2) x，y の値を求めなさい。

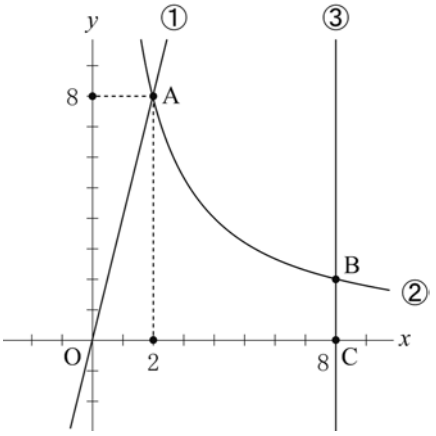
数-19-公-鳥取-問-05

5 右の**図1**において，直線①は関数 $y=ax$，曲線②は関数 $y=\frac{16}{x}$，直線③は $x=8$ のグラフである。さらに，点 A(2，8)は①と②との交点，点 B は②と③との交点，点 C は③と x 軸との交点である。

このとき，次の各問いに答えなさい。

ただし，原点は O とし，座標の 1 目盛りは 1 cm とする。

図1



問1 a の値を求めなさい。

問2 ②の関数 $y=\frac{16}{x}$ について，x の変域が $2 \leqq x \leqq 8$ のとき，y の変域を求めなさい。

問3 **図1**において，同時に原点 O を出発してからそれぞれ点 C まで動く 2 点 P，Q を考える。**表**は，2 点 P，Q が原点 O を出発してから t 秒後の 2 点の動きをまとめたものである。

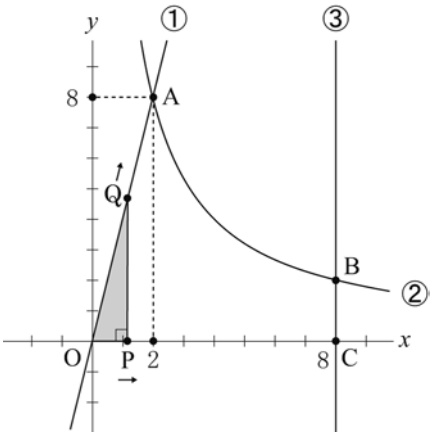
表

点 P，Q が出発してからの時間	点 P の動き	点 Q の動き
$0 \leqq t \leqq 2$ のとき	x 軸上を原点 O から点 C の方向へ，毎秒 1 cm の速さで進む。	直線①上を原点 O から点 A まで，線分 PQ と x 軸が垂直になるように進む。
$2 \leqq t \leqq 8$ のとき	x 軸上を x 座標が 2 の点から点 C まで，毎秒 1 cm の速さで進む。	曲線②上を点 A から点 B まで，線分 PQ と x 軸が垂直になるように進む。
$8 \leqq t \leqq 10$ のとき	点 C にとどまる。	直線③上を点 B から点 C まで，毎秒 1 cm の速さで進む。

2 点 P，Q が原点 O を出発してから t 秒後の△OPQ の面積を S cm^2 とする。ただし，点 Q が原点 O または点 C にあるときは，$S=0$ であるとする。このとき，次の**(1)**～**(3)**に答えなさい。

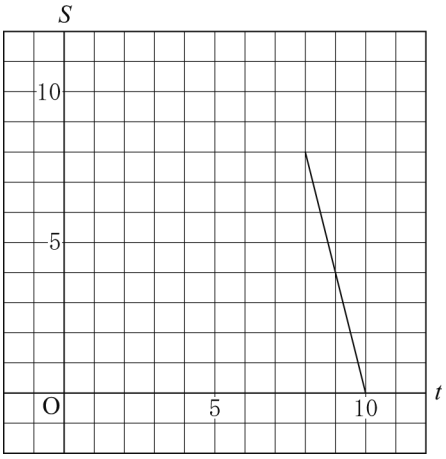
(1) 右の**図2**は，$0<t \leqq 2$ のときの△OPQ を表したものである。このときの S を t の式で表しなさい。

図2



(2) 次の**グラフ**は，$8 \leqq t \leqq 10$ の範囲で S と t の関係を表したものである。$0 \leqq t \leqq 10$ の範囲で S と t の関係を表した**グラフ**を解答用紙に完成しなさい。

グラフ



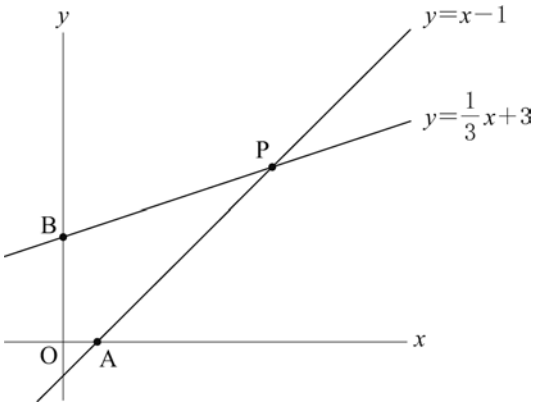
(3) $0 \leqq t \leqq 10$ の範囲で $S=5$ となる t の値をすべて求めなさい。

数-19-公-鳥取-問-06

6 右の**図**において，直線 $y=x-1$ と x 軸との交点を A，直線 $y=\frac{1}{3}x+3$ と y 軸との交点を B とする。また，この 2 つの直線の交点を P とする。

このとき，次の各問いに答えなさい。

図



問１　点 A の x 座標を求めなさい。

問２　点 P の座標を求めなさい。

問３　線分 AB の長さを求めなさい。

問４　上の**図**において，∠ABP＝90°である。このことを，3 つの線分 AB，BP，PA のそれぞれの長さに着目して，次のように証明した。［　　］にあてはまる数や，関係を表す式を入れて，この証明を完成しなさい。

〔証明〕 **問３**より　AB＝**(問３で求めた長さ)**

また　BP＝［　　］，PA＝［　　］

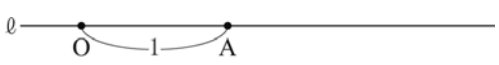
このとき，△ABP において，

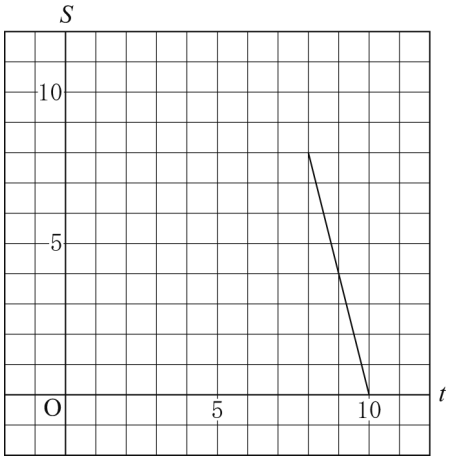
［　　］

という関係が成り立つので，∠ABP＝90°となる。(証明終)

問５　3 点 A，B，P を通る円と x 軸との交点のうち，点 A と異なる点を C とする。また，この円における点 P を含まない弧 AC と弦 AC とで囲まれてできる図形を S とする。この図形 S を，直線 $y=x-1$ を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

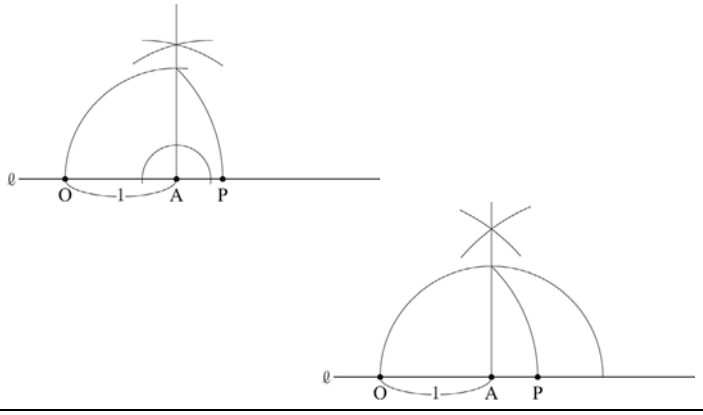
H31　鳥取県　公立　数学　解答用紙

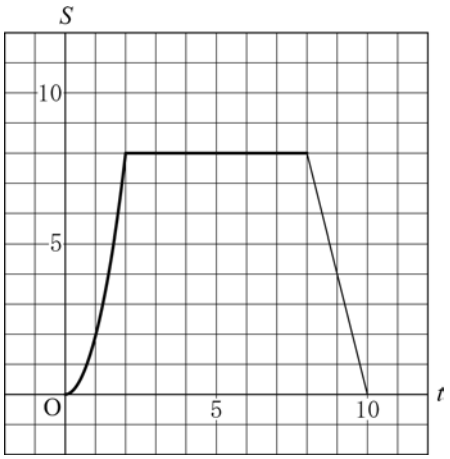
	問題番号		解答						配点	備考
数-19-公-鳥取-N-01	1	問1	(1)		(2)		(3)			
			(4)		(5)					
		問2								
		問3								
		問4								
		問5	$h=$							
		問6	$\angle x=$　　度							
		問7	$x=$							
		問8	〔証明〕　n を整数とすると，奇数は $2n+1$ と表される。この奇数を 2 乗して 19 をたすと， よって，奇数を 2 乗して 19 をたすと 4 の倍数になる。 (証明終)							
		問9	〔証明〕　△AMD と△CME で， △AMD≡△CME 合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので， AD＝CE　(証明終)							
		問10								

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-19-公-鳥取-K-02	2	問1			点		
		問2					
数-19-公-鳥取-K-03	3	問1					
		問2					
		問3	〔説明〕				
数-19-公-鳥取-K-04	4	問1	(1)		人		
			(2)		人		
		問2	(1)	ア	(人)		
				イ	(人)		
				ウ	＝60		
			(2)	$x=$　　, $y=$			
数-19-公-鳥取-K-05	5	問1	$a=$				
		問2					
		問3	(1)	$S=$			
			(2)				
			(3)	$t=$			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-鳥取-N-06	6	問1	$x=$		
		問2	P(　　,　　)		
		問3			
		問4	〔証明〕 **問3**より　AB＝ **(問3で求めた長さ)** また　BP＝ [　　] ，PA＝ [　　] このとき，△ABP において， [　　] という関係が成り立つので，∠ABP＝90°となる。　(証明終)		
		問5			

数学　解答

	問題番号		解答						配点	備考
数-19-公-鳥取-K01	1	問1	(1)	-8	(2)	-2	(3)	$2\sqrt{3}$	5 (各1)	
			(4)	$2x+5$	(5)	$2xy^4$				
		問2	$12x^2+5x-3$						1	
		問3	15						1	
		問4	$(x-1)(x-3)$						1	
		問5	$h=\dfrac{V}{\pi r^2}$						1	
		問6	$\angle x=20$　度						1	
		問7	$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{29}}{10}$						1	
		問8	〔証明〕　n を整数とすると，奇数は $2n+1$ と表される。この奇数を 2 乗して 19 をたすと， (解答例) $(2n+1)^2+19=4n^2+4n+1+19=4n^2+4n+20=4(n^2+n+5)$ n^2+n+5 は整数なので $4(n^2+n+5)$ は 4 の倍数になる。 よって，奇数を 2 乗して 19 をたすと 4 の倍数になる。 (証明終)						2	
		問9	〔証明〕　△AMD と△CME で， (解答例) 仮定より，　AM ＝ CM　…① 対頂角は等しいので， ∠AMD ＝ ∠CME　…② AD // BC から，錯角は等しいので， ∠MAD ＝ ∠MCE　…③ ①，②，③から， 1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので， △AMD≡△CME 合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので， AD＝CE　(証明終)						3	
		問10	(解答例)  						2	

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-19-公-鳥取-K 02	2	問1	35　点			1	
		問2	**ウ**，**エ**			2	
数-19-公-鳥取-K 03	3	問1	**ア**			1	
		問2	$\frac{1}{12}$			1	
		問3	〔説明〕 (解答例) **そうたさん**の勝つ確率は$\frac{2}{3}$で，**よしこさん**の勝つ確率は$\frac{1}{3}$なので，**そうたさん**の方が勝ちやすい。			2	
数-19-公-鳥取-K 04	4	問1	(1)	86　人		1	
			(2)	16　人		1	
		問2	(1)	**ア**	(解答例)　$x+y+200$　(人)	1	
				イ	(解答例)　$\frac{40}{100}x+\frac{25}{100}y+86$　(人)	1	
				ウ	(解答例)　$\frac{5}{100}x+\frac{15}{100}y+16$　$=60$	2	
			(2)	$x=160$，$y=240$		2	
数-19-公-鳥取-K 05	5	問1	$a=4$			1	
		問2	$2 \leqq y \leqq 8$			1	
		問3	(1)	$S=2t^2$		2	
			(2)			2	
			(3)	$t=\frac{\sqrt{10}}{2}$，$\frac{35}{4}$		2	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-19-公-鳥取-K-06	6	問1	$x=1$	1	
		問2	P(6，5)	2	
		問3	$\sqrt{10}$	2	
		問4	〔証明〕　**問3**より　AB＝ **(問3で求めた長さ)** また　BP＝ $2\sqrt{10}$ ，PA＝ $5\sqrt{2}$ このとき，△ABP において， $AB^2+BP^2=PA^2$ という関係が成り立つので，∠ABP＝90°となる。　(証明終)	2	
		問5	$\frac{125}{12}\sqrt{2}\pi$	2	

H31　鳥取県　公立　数学　解説

数-19-公-鳥取-KS-01

1　**問1**　**(1)**　$-7+3-4=-11+3=-8$

(2)　$\frac{1}{3}\div\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{3}\times(-6)=-2$

(3)　$\frac{3}{\sqrt{3}}+4\sqrt{3}-\sqrt{27}=\frac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}+4\sqrt{3}-3\sqrt{3}=\sqrt{3}+4\sqrt{3}-3\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

(4)　$4(2x-1)-3(2x-3)=8x-4-6x+9=2x+5$

(5)　$(-xy)^2\times10xy^2\div5x^2=x^2y^2\times10xy^2\div5x^2=\frac{x^2y^2\times10xy^2}{5x^2}=2xy^4$

問2　$(3x-1)(4x+3)=12x^2+9x-4x-3=12x^2+5x-3$

問3　$a^2-2a=a(a-2)$に$a=-3$を代入すると，$-3\times(-3-2)=-3\times(-5)=15$

問4　和が-4，積が3となる2つの数は，-1と-3だから，$x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$

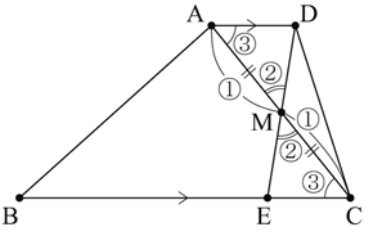
問5　$V=\pi r^2h$　$\pi r^2h=V$　$h=\frac{V}{\pi r^2}$

問6　円周角の定理より，$\angle BOC=2\angle BAC=2\times70^\circ=140^\circ$　△OBCはOB＝OCの二等辺三角形だから，底角は等しいので，$\angle OBC=\angle OCB=(180^\circ-140^\circ)\div2=20^\circ$

問7　二次方程式の解の公式より，$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times5\times(-1)}}{2\times5}=\frac{-3\pm\sqrt{29}}{10}$

問8　4の倍数であることを証明するには，その数が4×(整数)の形に変形できることを示せばよい。また，(整数)×(整数)＝(整数)，(整数)±(整数)＝(整数)であることも利用してよい。
(証明)nを整数とすると，奇数は$2n+1$と表される。この奇数を2乗して19をたすと，
$(2n+1)^2+19=4n^2+4n+1+19=4n^2+4n+20=4(n^2+n+5)$
nは整数だから，n^2も整数で，n^2+n+5も整数である。よって，4×(整数)の形に変形できるので，これは4の倍数といえる。

問9　△AMDと△CMEで，
仮定より，AM＝CM…①
対頂角は等しいので，$\angle AMD=\angle CME$…②
AD∥BCから，平行線の錯角は等しいので，
$\angle MAD=\angle MCE$…③
①，②，③から，1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，
△AMD≡△CME
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，
AD＝CE



問10　直角二等辺三角形の辺の比は$1:1:\sqrt{2}$だから，まずは線分OAを斜辺以外の1辺とする直角二等辺三角形を作図し，斜辺の長さを直線ℓ上に移せばよい。よって，まず点Aを通る直線ℓの垂線mを作図し，点Aを中心とする半径AOの円と直線mとの交点をBとすると，△OABがOA＝ABの直角二等辺三角形となるから，点Oを中心とする半径OBの円をかき，直線ℓとの交点をPとすればよい。

数-19-公-鳥取-KS-02

2　**問1**　ヒストグラムにおける最頻値は，「最も度数の多い階級の階級値」である。最も度数の多い階級は，30点以上40点未満の階級で，その階級値は，(30＋40)÷2＝35(点)なので，最頻値は35点である。

問２　**ア**…**図２**の最も度数の多い階級は 55 点以上 60 点未満の階級で，その階級値は，(55＋60)÷2＝57.5(点)なので，最頻値は 57.5 点となり，**問１**で求めた**図１**の場合の 35 点とは異なるので誤り。
イ…**図１**，**図２**ともに，読みとることができる 40 点以上の得点者の人数は 28 人で等しいので誤り。
ウ…**図１**，**図２**ともに，最小値は 10 点以上，最大値は 80 点未満なので，得点の範囲は最も広い場合でも 80－10＝70(点)未満であるといえる。よって正しい。
エ…中央値がふくまれる階級は，得点が低い方から数えて 25 番目，26 番目の記録がふくまれている階級で，**図１**では 40 点以上 50 点未満の階級，**図２**では 40 点以上 45 点未満の階級となり，それぞれにおいて平均値がふくまれる階級と同じである。よって正しい。

数-19-公-鳥取-KS-03

3　**問１**　確率が$\frac{1}{4}$であるということは，同じ操作を多数回繰り返すとき，そのことがらの起こる相対度数が$\frac{1}{4}$に限りなく近づくという意味である。この場合の多数回というのは 1000 回を超えるような回数のことで，3～4 回や 40 回程度では多数回とはいえない。また，多数回繰り返したとしても相対度数が$\frac{1}{4}$に近づくだけで，必ず$\frac{1}{4}$になるわけではないので，**イ**の「必ず 10 回以上は取り出す」や**ウ**の「必ず$\boxed{1}$のカードを取り出す」，**エ**の「常に$\frac{1}{4}$になる」のように断定できるものではない。この中で，「多数回繰り返した結果，そのことがらの起こる相対度数が$\frac{1}{4}$に近づく」と同じ意味合いになるのは**ア**のみである。

問２　カードの取り出し方は(**そうたさん**，**よしこさん**)＝($\boxed{1}$，$\boxed{2}$)，($\boxed{1}$，$\boxed{3}$)，($\boxed{1}$，$\boxed{4}$)，($\boxed{2}$，$\boxed{1}$)，($\boxed{2}$，$\boxed{3}$)，($\boxed{2}$，$\boxed{4}$)，($\boxed{3}$，$\boxed{1}$)，($\boxed{3}$，$\boxed{2}$)，($\boxed{3}$，$\boxed{4}$)，($\boxed{4}$，$\boxed{1}$)，($\boxed{4}$，$\boxed{2}$)，($\boxed{4}$，$\boxed{3}$)の 12 通りあり，**そうたさん**が$\boxed{4}$で**よしこさん**が$\boxed{2}$であるのは 1 通りだから，求める確率は$\frac{1}{12}$

問３　和が奇数となるのは，($\boxed{1}$，$\boxed{2}$)，($\boxed{1}$，$\boxed{4}$)，($\boxed{2}$，$\boxed{1}$)，($\boxed{2}$，$\boxed{3}$)，($\boxed{3}$，$\boxed{2}$)，($\boxed{3}$，$\boxed{4}$)，($\boxed{4}$，$\boxed{1}$)，($\boxed{4}$，$\boxed{3}$)の 8 通りで，その確率は$\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$，和が偶数となるのは，($\boxed{1}$，$\boxed{3}$)，($\boxed{2}$，$\boxed{4}$)，($\boxed{3}$，$\boxed{1}$)，($\boxed{4}$，$\boxed{2}$)の 4 通りで，その確率は$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$である。和が奇数であれば**そうたさん**の勝ちなので，**そうたさん**のほうが勝ちやすい。

数-19-公-鳥取-KS-04

4　**問１**　**(1)**　A 中学校の参加人数は 200 人で，**上級**コースを選択した生徒の割合は 43%だから，求める人数は，$200\times\frac{43}{100}=86$(人)

(2)　A 中学校の 1 回目と 2 回目で参加人数が変わっていないから，**中級**コースを選択した生徒の人数は，$200\times\left(\frac{36}{100}-\frac{28}{100}\right)=200\times\frac{8}{100}=16$(人)増えた。

問２　**(1)**　**情報 1** より 2 回目の実習において，A 中学校が 200 人，B 中学校が x 人，C 中学校が y 人だから，3 校の全参加人数を x，y を用いて表すと，$x+y+200$(人)となる。
そして，2 回目の**上級**コースの参加人数は，A 中学校が $200\times\frac{43}{100}=86$(人)，B 中学校が $x\times\frac{40}{100}=\frac{40}{100}x$(人)，C 中学校が $y\times\frac{25}{100}=\frac{25}{100}y$(人)だから，3 校合計人数を x，y を用いて表すと，$\frac{40}{100}x+\frac{25}{100}y+86$(人)となる。
よって，**情報 2** の(i)より，$\frac{40}{100}x+\frac{25}{100}y+86=\frac{35}{100}(x+y+200)$…①となる。
また，**中級**コースは 1 回目と 2 回目で，A 中学校は 16 人増え，B 中学校は $x\times\left(\frac{40}{100}-\frac{35}{100}\right)=\frac{5}{100}x$(人)増え，C 中学校は $y\times\left(\frac{40}{100}-\frac{25}{100}\right)=\frac{15}{100}y$(人)増えている。よって，**情報 2** の(ii)より，$\frac{5}{100}x+\frac{15}{100}y+16=60$…②となる。

(2) **(1)**の①，②を連立方程式として解く。

①を整理すると，$40x+25y+8600=35x+35y+7000$　$5x-10y+1600=0$　$x-2y=-320$…③

②を整理すると，$5x+15y+1600=6000$　$x+3y=880$…④

④－③より，$5y=1200$　$y=240$　④に $y=240$ を代入して，$x+720=880$　$x=160$

数-19-公-鳥取-KS-05

5　**問１**　点 A(2，8)は直線①上の点だから，$y=ax$ に $x=2$，$y=8$ を代入すると，$8=a\times2$　$a=4$

問２　$x=2$ のとき最大値 $y=\frac{16}{2}=8$ をとり，$x=8$ のとき最小値 $y=\frac{16}{8}=2$ をとるので，$2\leqq y\leqq8$

問３　**(1)** $0<t\leqq2$ のとき，点 P，Q が出発してから t 秒後の点 P の座標は$(t,\ 0)$，**問１**より，直線①の式は $y=4x$ だから，点 Q の座標は$(t,\ 4t)$　よって，△OPQ の面積 S は，$S=\frac{1}{2}\times t\times4t=2t^2$

(2) $0<t\leqq2$ のとき，**(1)**より，$S=2t^2$　$2\leqq t\leqq8$ のとき，点 P，Q が出発してから t 秒後の点 P の座標は$(t,\ 0)$，点 Q は曲線②上にあるから，点 Q の座標は$\left(t,\ \frac{16}{t}\right)$　よって，△OPQ の面積 S は，

$S=\frac{1}{2}\times t\times\frac{16}{t}=8$　したがって，グラフは解答例のようになる。

(3) $0<t\leqq2$ のとき，$5=2t^2$　$t^2=\frac{5}{2}$　$t=\pm\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$　$0<t\leqq2$ だから，$t=\frac{\sqrt{10}}{2}$

$8\leqq t\leqq10$ のとき，グラフは傾きが-4 で点$(10,\ 0)$を通る直線だから，その式は $S=-4t+40$

よって，$5=-4t+40$　$4t=35$　$t=\frac{35}{4}$

数-19-公-鳥取-KS-06

6　**問１**　$y=x-1$ に $y=0$ を代入して，$0=x-1$　$x=1$　よって，A(1，0)

問２　$y=x-1$ と $y=\frac{1}{3}x+3$ を連立方程式として解くと，$x-1=\frac{1}{3}x+3$　$3x-3=x+9$　$2x=12$　$x=6$

$y=x-1$ に $x=6$ を代入して，$y=6-1=5$　よって，P(6，5)

問３　**問１**より，A(1，0)，また，B(0，3)だから，△OAB は∠AOB＝90°，OA＝1，OB＝3 の直角三角形なので，三平方の定理より，$AB=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$

問４　**問２**より，P(6，5)，また，B(0，3)だから，線分 BP を斜辺とし，残りの 2 辺が x 軸，y 軸に平行な直角三角形を考えると，三平方の定理より，$BP=\sqrt{6^2+(5-3)^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

点 P から x 軸に引いた垂線と x 軸との交点を Q とすると，Q(6，0)で，AQ＝6－1＝5，PQ＝5 より，△AQP は∠AQP＝90°の直角二等辺三角形となるから，AQ：PA＝1：$\sqrt{2}$なので，$PA=5\sqrt{2}$

このとき，△ABP において，$AB^2+BP^2=PA^2$ が成り立つから，三平方の定理の逆より，△ABP は∠ABP＝90°の直角三角形である。

《注意》実際に計算すると，$AB^2+BP^2=(\sqrt{10})^2+(2\sqrt{10})^2=10+40=50$，$PA^2=(5\sqrt{2})^2=50$ となる。

問５　点 A，B，P と**問４**で考えた点 Q について，∠ABP＝90°，∠AQP＝90°だから，4 点 A，B，P，Q は同じ円の周上にあり，円の直径は線分 AP である。よって，問題の点 C は点 Q と一致し，C(6，0)である。円の中心を R とすると，点 R は線分 AP の中点だから，△ARC は∠ARC＝90°の直角二等辺三角形であり，$AR=AC\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$となるから，図形 S を 1 回転させてできる立体は，半径$\frac{5\sqrt{2}}{2}$の半球から，底面が半径$\frac{5\sqrt{2}}{2}$の円で高さが$\frac{5\sqrt{2}}{2}$の円すいを取り除いた立体となる。

したがって，$\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^3\div2-\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2\times\frac{5\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{3}\pi\times\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^3=\frac{125\sqrt{2}}{12}\pi$