Ｒ３　和歌山県　公立　数学　問題

数-21-公-和歌山-問-01

1　次の**問１**～**問５**に答えなさい。

問１　次の(1)～(5)を計算しなさい。

(1)　$3-7$

(2)　$-1+4\div\frac{2}{3}$

(3)　$3(2a+5b)-(a+2b)$

(4)　$\frac{10}{\sqrt{2}}-\sqrt{8}$

(5)　$(x-2)(x+2)+(x-1)(x+4)$

問２　次の二次方程式を解きなさい。

$x^2+5x+3=0$

問３　等式 $4x+3y-8=0$ を y について解きなさい。

問４　ある数 a の小数第１位を四捨五入すると，14 になった。このとき，a の範囲を不等号を使って表しなさい。

問５　次の**資料**は，10 人のハンドボール投げの記録を小さい順に整理したものである。
このとき，**資料**の中央値（メジアン），最頻値（モード）をそれぞれ求めなさい。

資料

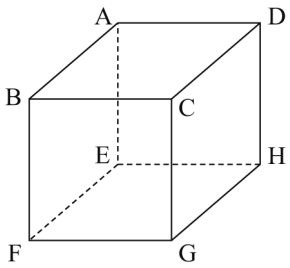
16	17	17	17	20	22	23	25	25	28

（単位　m）

数-21-公-和歌山-問-02

2　次の**問１**～**問４**に答えなさい。

問１　右の図は，1 辺が 5 cm の立方体である。
次の(1)～(3)に答えなさい。



(1)　辺 AB と垂直な面を 1 つ答えなさい。

(2)　辺 AD とねじれの位置にある辺はいくつあるか，答えなさい。

(3)　2 点 G，H を結んでできる直線 GH と，点 A との距離を求めなさい。

問２　次の**条件**にあてはまる関数を，下の**ア**～**エ**の中からすべて選び，その記号をかきなさい。

条件　$x>0$ の範囲で，x の値が増加するにつれて，y の値が減少する。

ア　$y=2x$　　**イ**　$y=-\dfrac{8}{x}$　　**ウ**　$y=-x-2$　　**エ**　$y=-x^2$

問３　**図１**のように，１，２，３，４の数字が１つずつ書かれた４枚のカードがある。また，**図２**のように正三角形 ABC があり，点 P は，頂点 A の位置にある。この４枚のカードをよくきって１枚取り出し，書かれた数字を調べてもとにもどす。このことを，２回繰り返し，次の**規則**に従って P を正三角形の頂点上を反時計回りに移動させる。

ただし，どのカードの取り出し方も，同様に確からしいものとする。

図１

1	2	3	4

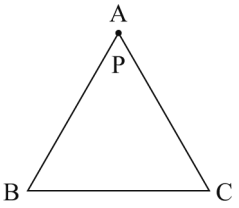
規則

１回目は，A の位置から，１回目に取り出したカードの数字だけ移動させる。

２回目は，１回目に止まった頂点から，２回目に取り出したカードの数字だけ移動させる。

ただし，１回目にちょうど A に止まった場合は，２回目に取り出したカードの数字より１大きい数だけ A から移動させる。

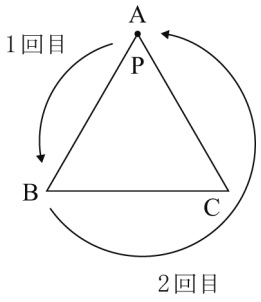
図２



例えば，１回目に１のカード，２回目に２のカードを取り出したとすると，P は**図３**のように動き，頂点 A まで移動する。

この**規則**に従って P を移動させるとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

図３

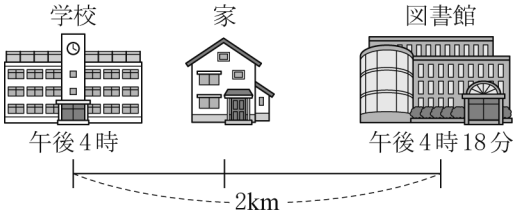


(1) １回目の移動後に，P が B の位置にある確率を求めなさい。

(2) ２回目の移動後に，P が C の位置にある確率を求めなさい。

問４　太郎さんは，放課後，家に置いていた本を図書館に返却しようと考えた。午後４時に学校を出発し，学校から家までは徒歩で帰り，家に到着してから５分後に図書館へ自転車で向かい，午後４時 18 分に図書館に到着した。徒歩は毎分 80 m，自転車は毎分 240 m の速さであった。学校から家を経て図書館までの道のりの合計は２km である。

太郎さんは，午後４時何分に家を出発したか，求めなさい。ただし，答えを求める過程がわかるようにかきなさい。



3 正夫さんと和歌子さんは，1 辺の長さが 1 cm の正方形の白と黒のタイルを規則的に並べていった。

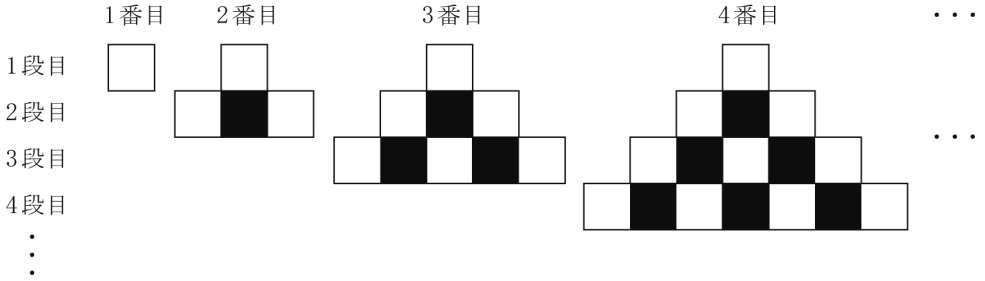
タイルの並べ方は，**図 1** のように，まず 1 番目として白タイルを 1 枚置き，1 段目とする。

2 番目は，1 番目のタイルの下に 2 段目として，左側から白と黒のタイルが交互になるように，白タイルを 2 枚，黒タイルを 1 枚置く。3 番目は，2 段目のタイルの下に 3 段目として，左側から白と黒のタイルが交互になるように，白タイルを 3 枚，黒タイルを 2 枚置く。

このように，1 つ前に並べたタイルの下に，左側から白と黒のタイルが交互になるように，段と同じ数の枚数の白タイルと，その白タイルの枚数より 1 枚少ない枚数の黒タイルを置いていく。

下の**問 1**，**問 2** に答えなさい。

図 1



問 1 次の**表 1** は，上の規則に従って並べたときの順番と，タイルの枚数についてまとめたものである。下の(1)，(2)に答えなさい。

表 1

順番(番目)	1	2	3	4	5	6	7	8	…	n	…
白タイルの枚数(枚)	1	3	6	10	15	ア	＊	＊	…	x	…
黒タイルの枚数(枚)	0	1	3	6	10	＊	＊	イ	…	＊	…
タイルの合計枚数(枚)	1	4	9	16	25	＊	＊	＊	…	＊	…

＊は，あてはまる数や式を省略したことを表している。

(1) **表 1** 中の ア ，イ にあてはまる数をかきなさい。

(2) 正夫さんは，n 番目の白タイルの枚数を n の式で表すことを考えた。次の文は，正夫さんの考え方をまとめたものである。正夫さんは，どのような考え方で n 番目の白タイルの枚数を n の式で表したのか，その考え方の続きを解答欄の ［　　］ にかき，完成させなさい。

> **表 1** において，各順番の白タイルの枚数から黒タイルの枚数をひくと，各順番の黒タイルの枚数は白タイルの枚数より，順番の数だけ少ないことから，n 番目の白タイルの枚数を x 枚とおくと，黒タイルの枚数は $(x-n)$ 枚と表すことができる。
>
> また，各順番のタイルの合計枚数は，1，4，9，16，25 となり，それぞれ 1^2，2^2，3^2，4^2，5^2 と表すことができる。このことから，n 番目のタイルの合計枚数を，n の式で表すと，
>
> ［　　］
>
> n 番目の白タイルの枚数　　枚

問２　和歌子さんは，**図１**で並べた各順番のタイルを１つの図形と見て，それらの図形の周の長さを調べた。次の**表２**は，各順番における図形の周の長さについてまとめたものである。

下の(1)，(2)に答えなさい。

表２

順番(番目)	1	2	3	4	…	☆	★	…
周の長さ(cm)	4	10	16	22	…	a	b	…

表２中の☆，★は，連続する２つの順番を表している。

(1) **表２**中の a，b の関係を等式で表しなさい。

(2) 和歌子さんは，順番が大きくなったときの，図形の周の長さを求めるために，5 番目の図形を例に，下のような方法を考えた。

和歌子さんの考え方を参考にして，50 番目の図形の周の長さは何 cm になるか，求めなさい。

〈和歌子さんが考えた方法〉

図２のように，5 番目の図形で，｜で示したそれぞれのタイルの縦の辺を，左矢印 ◂--- と右矢印 ---▸ に従って，5 段目の｜の延長線上にそれぞれ移動させる。

また，**図３**のように，各段の ― で示したそれぞれのタイルの横の辺を，上矢印 ↑ に従って，1 段目の ― の延長線上に移動させる。

このように考えると，**図４**のように，もとの図形の周の長さとその図形を囲む長方形の周の長さは等しいことがわかる。

この考え方を使うと，どの順番の図形の周の長さも，その図形を囲む長方形の周の長さと同じであることがわかる。

図２

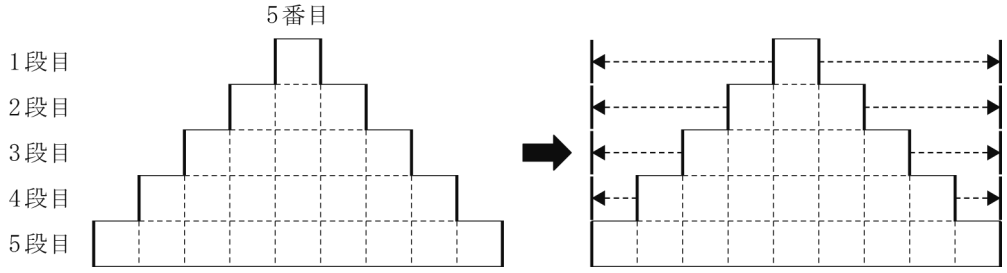


図３

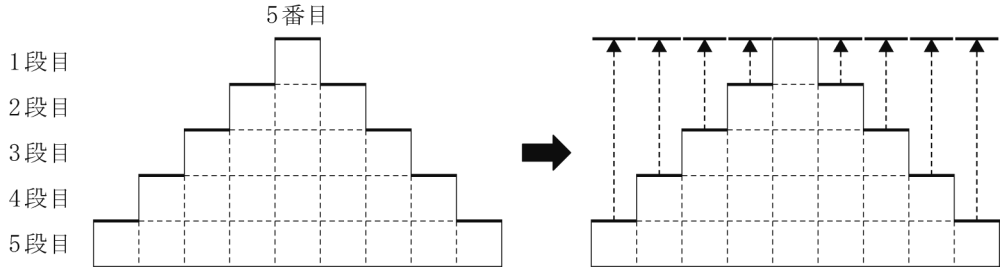
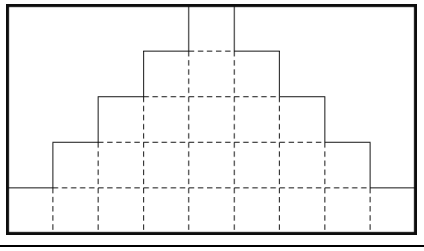


図４



4 図１のように，4 点 O (0，0)，A (6，0)，B (6，6)，C (0，6) を頂点とする正方形 OABC がある。

2 点 P，Q は，それぞれ O を同時に出発し，P は毎秒 3 cm の速さで，辺 OC，CB，BA 上を A まで動き，Q は毎秒 1 cm の速さで，辺 OA 上を A まで動く。

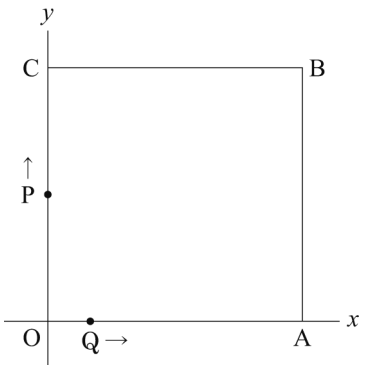
ただし，原点 O から点（1，0）までの距離，および原点 O から点（0，1）までの距離は 1 cm とする。

次の**問１～問４**に答えなさい。

問１　P，Q が出発してから A に到着するのはそれぞれ何秒後か，求めなさい。

問２　P，Q が出発してから 1 秒後の直線 PQ の式を求めなさい。

図１

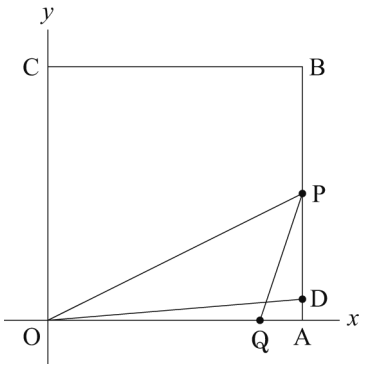


問３　△OPQ が PO＝PQ の二等辺三角形となるのは，P，Q が出発してから何秒後か，求めなさい。

問４　図２のように，P，Q が出発してから 5 秒後のとき，△OPQ と△OPD の面積が等しくなるように点 D を線分 AP 上にとる。

このとき，点 D の座標を求めなさい。

図２



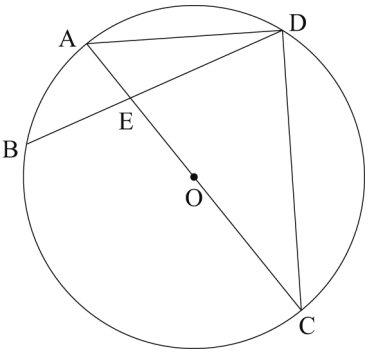
5 図１のように，円 O の周上に 4 点 A，B，C，D がある。円 O の直径 AC と，線分 BD との交点を E とする。

ただし，$\overset{\frown}{CD}$の長さは，$\overset{\frown}{AD}$の長さより長いものとする。

次の**問１**～**問４**に答えなさい。

問１　DB＝DC，∠BDC＝70°のとき，∠CAD の大きさを求めなさい。

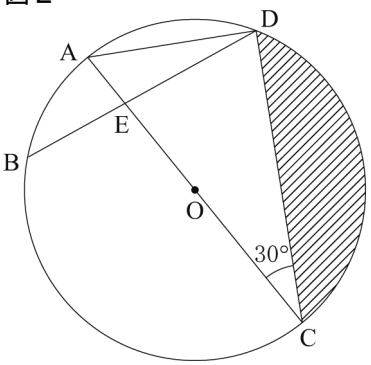
図１



問２　**図２**のように，AC＝4 cm，∠ACD＝30°のとき，▨ の部分の面積を求めなさい。

ただし，円周率はπとする。

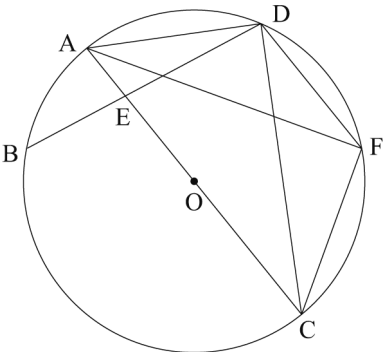
図２



問３　**図３**のように，AC // DF となるように円 O の周上に点 F をとる。

このとき，AF＝CD を証明しなさい。

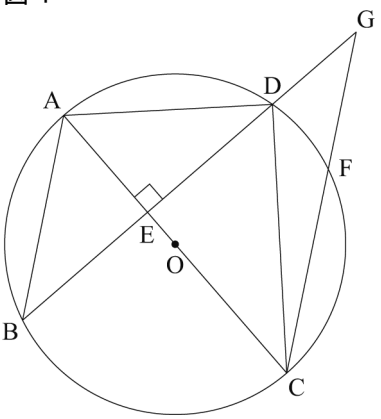
図３



問４　**図４**のように，AC⊥BD，AD＝3 cm，DE＝$\sqrt{5}$ cm とする。また，BA // CF となるように円 O の周上に点 F をとり，直線 BD と直線 CF の交点を G とする。

このとき，△ABE と△CGE の面積の比を求め，最も簡単な整数の比で表しなさい。

図４



Ｒ３　和歌山県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-和歌山-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
			(5)			
		問２	$x=$			
		問３				
		問４				
		問５	中央値（メジアン）　　m			
			最頻値（モード）　　m			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-和歌山-KY-02	2	問１	(1)	面		
			(2)	本		
			(3)	cm		
		問２				
		問３	(1)			
			(2)			
		問４	〔求める過程〕 午後 4 時　　分			
数-21-公-和歌山-KY-03	3	問１	(1)	ア		
				イ		
			(2)	*n* 番目の白タイルの枚数　　枚		
		問２	(1)			
			(2)	cm		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-和歌山-KY-04	4	問１	P	秒後		
			Q	秒後		
		問２				
		問３		秒後		
		問４	D（　　，　　）			
数-21-公-和歌山-KY-05	5	問１	∠CAD＝　　度			
		問２		cm^2		
		問３	〔証明〕			
		問４	△ABE：△CGE＝　　：			

	問題番号		解答		配点	備考
数-21-公-和歌山-A-01	1	問１	(1)	-4	3	
			(2)	5	3	
			(3)	$5a+13b$	3	
			(4)	$3\sqrt{2}$	3	
			(5)	$2x^2+3x-8$	3	
		問２	$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{13}}{2}$		3	
		問３	$y=-\dfrac{4}{3}x+\dfrac{8}{3}$		3	
		問４	$13.5\leqq a<14.5$		4	
		問５	中央値（メジアン）　21　(m)		2	
			最頻値（モード）　17　(m)		2	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-和歌山-水-02	2	問１	(1)	面 AEHD	2	面 BFGC も正答とする。
			(2)	4　(本)	2	
			(3)	$5\sqrt{2}$　(cm)	3	
		問２	ウ，エ		3	段階的に評価する。
		問３	(1)	$\frac{1}{2}$	3	
			(2)	$\frac{7}{16}$	4	
		問４	太郎さんが学校から家まで歩いた時間を x 分，家から図書館まで自転車で移動した時間を y 分とすると， $\begin{cases} x+y+5=18 \\ 80x+240y=2000 \end{cases}$ これを解いて， $x=7$，$y=6$ よって， 太郎さんが家に到着した時刻は午後 4 時 7 分で， その 5 分後の午後 4 時 12 分に出発した。 午後 4 時　12　分		6	正解は一例を示したものである。 段階的に評価する。
数-21-公-和歌山-水-03	3	問１	(1)	ア　21	2	
				イ　28	2	
			(2)	n^2 枚になる。 よって，$x+(x-n)=n^2$ $2x=n^2+n$ $x=\frac{n^2+n}{2}$ n 番目の白タイルの枚数　$\frac{n^2+n}{2}$　枚	4	正解は一例を示したものである。 段階的に評価する。
		問２	(1)	$a+6=b$	3	
			(2)	298　(cm)	5	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-21-公-和歌山-木-04	4	問１	P	6 (秒後)	2	両方できて正答とする。
			Q	6 (秒後)		
		問２	$y=-3x+3$		3	
		問３	$\frac{12}{5}$ (秒後)		5	
		問４	$\mathrm{D}\left(6,\ \frac{1}{2}\right)$		6	
数-21-公-和歌山-木-05	5	問１	$\angle\mathrm{CAD}=55$ (度)		2	
		問２	$\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$ (cm^2)		4	
		問３	△ACF と△CAD で, AC は共通　・・・① AC は直径で$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$に対する円周角は等しいから, $\angle\mathrm{AFC}=\angle\mathrm{CDA}=90^\circ$　・・・② $\overset{\frown}{\mathrm{CF}}$に対する円周角は等しいから, $\angle\mathrm{CAF}=\angle\mathrm{CDF}$　・・・③ AC // DF より，錯角が等しいので, $\angle\mathrm{ACD}=\angle\mathrm{CDF}$　・・・④ ③，④より, $\angle\mathrm{CAF}=\angle\mathrm{ACD}$　・・・⑤ ①，②，⑤から，直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいので, △ACF≡△CAD よって，AF＝CD		6	正解は一例を示したものである。 段階的に評価する。
		問４	△ABE：△CGE＝16：25		4	

数-21-公-和歌山-KS-01

1　【小問集合】

問４　小数第１位を四捨五入した値が 14 となる数の下限は 13.5 である。

次に，14.5 より少しでも小さい値であれば，小数第１位を四捨五入した値が 14 となるので，14.5 未満でなければならない。

よって，このときのある数 a の範囲は，$13.5 \leqq a < 14.5$

ポイント》不等号の種類（＜，≦）に注意！

「四捨五入」の言葉のとおりに考えると，上限は 14.4 のように思ってしまうが，14.4 と 14.5 の間には無数に数が存在している（たとえば 14.49 や 14.499 など）。14.5 よりも小さいことを表すには，イコールのつかない不等号「＜」を使う。

問５　中央値は，記録を小さい順に並べたときの５番目と６番目の記録の平均値なので，$\dfrac{20+22}{2}=21$(m)

また，最頻値は，最多の３人が記録した 17m である。

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用。

①　平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

②　中央値（メジアン）…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値

⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均＝中央値

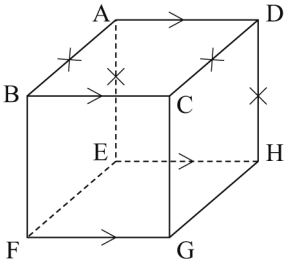
③　最頻値（モード）…資料中で，最も多く出てくる値

数-21-公-和歌山-KS-02

2　【小問集合】

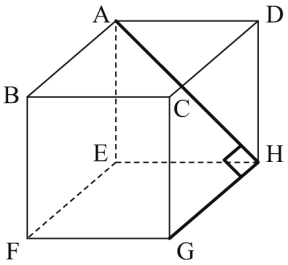
問１　(2) 交わらず，かつ平行でないというのが，ねじれの位置の条件である。辺 AD と交わるのは，**図１**において×印で示した辺 AB，AE，CD，DH であり，辺 AD と平行なのは，**図１**において＞印で示した辺 BC，FG，EH である。よって，それ以外の辺 BF，CG，EF，GH が辺 AD とねじれの位置にある。よって，辺 AD とねじれの位置にある辺の数は 4 つである。

図１



(3) 直線 GH と点 A の距離は，点 A から直線 GH におろした垂線の長さである(**図２**)。その垂線は AH であるから，△ADH において，三平方の定理より，$AH^2=AD^2+DH^2=5^2+5^2=50$　⇒　AH＞0 より，$AH=5\sqrt{2}$(cm)

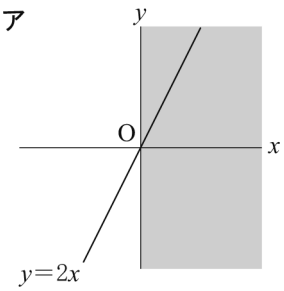
図２



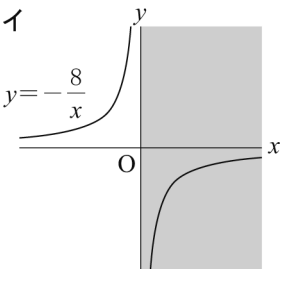
問２　**ア**～**エ**の関数をグラフで表すと，**図３**のようになる。$x>0$ であるのは，図の色をつけた部分のように，y 軸より右側の範囲である。よって，その範囲で x の値が増加するにつれて，y の値が減少する関数は，**ウ**と**エ**である。

図３

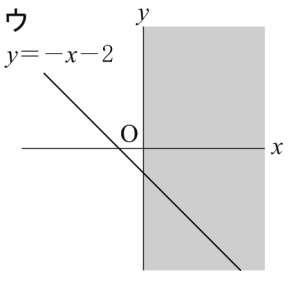
ア



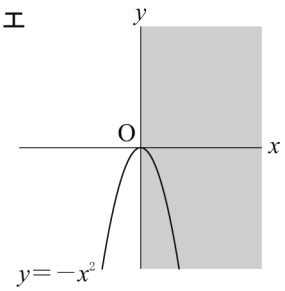
イ



ウ



エ

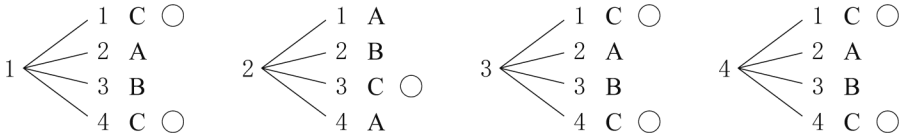


問３　(1) 1 回目の移動後に，P が B の位置にあるのは，1，4 のカードが取り出されたときである。

よって，求める確率は，$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

(2) カードを 2 回取り出したときの数字の出方を樹形図で表すと，**図４**のようになる。

図４



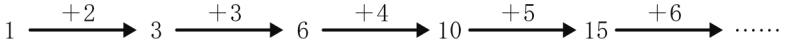
2 回目の移動後に，P が C の位置にある場合の数は，図の○印より，7 通りなので，求める確率は，$\frac{7}{16}$ である。

数-21-公-和歌山-KS-03

3　【規則性】

問１　(1) 白タイルの枚数について，**図１**のように，タイルの枚数の増え幅が 1 ずつ増えていくという規則性が見つかる。

図１



よって，6 番目の白タイルの枚数は，15＋6＝21(枚)である。

また，黒タイルの枚数についても，同様の規則性が見つかるので，6 番目は，10＋5＝15(枚)，7 番目は，15＋6＝21(枚)，8 番目は，21＋7＝28(枚)である。

問２　(1) 周の長さは 6cm ずつ増えているので，$a+6=b$

(2) 図形を囲む長方形の縦の長さと横の長さについて，規則性を見つけよう。

長方形の縦の長さと横の長さの変化を表に表すと，**表１**のようになる。

表１

順番（番目）	1	2	3	4	5	……	n
縦の長さ（cm）	1	2	3	4	5	……	n
横の長さ（cm）	1	3	5	7	9	……	$2n-1$

縦の長さは，順番と同じ数字になっているので，n 番目の長さは n cm である。

横の長さは，順番の数字に 2 をかけて 1 をひいた数になっているので，n 番目の長さは $(2n-1)$ cm である。

よって，n 番目の図形の周の長さは，$2n+2(2n-1)=6n-2$(cm)

したがって，50 番目の図形の周の長さは，$6\times50-2=298$(cm)

4 【関数のグラフと図形】

問１　点 P は，OC＋CB＋BA＝18(cm)を，毎秒 3cm の速さで動くので，移動にかかる時間は，$\frac{18}{3}=6$(秒)

点 Q は，OA＝6(cm)を，毎秒 1cm の速さで動くので，移動にかかる時間は，$\frac{6}{1}=6$(秒)

問２　**図１**より，点 P，Q が出発してから 1 秒後，OP＝3cm，OQ＝1cm であるから，P(0，3)，Q(1，0)である。

直線 PQ の傾きは，$\frac{0-3}{1-0}=-3$，切片は 3 だから，

その式は，$y=-3x+3$

問３　**図２**のように，点 P が，辺 OC，CB，BA 上に，それぞれあるときの△OPQ を考える。

まず，点 P が辺 OC 上にあるとき，∠POQ＝90°より，△OPQ は PO＝PQ の二等辺三角形にはならない。よって，不適。

次に，点 P が辺 CB 上にあるとき，∠POQ，∠PQO はどちらも鋭角になるときがあるので，△POQ が PO＝PQ の二等辺三角形になる可能性がある。

最後に，点 P が辺 BA 上にあるとき，∠PAQ＝90°より，∠PQO は鈍角になるので，△POQ は PO＝PQ の二等辺三角形にはならない。よって，不適。

これらのことから，点 P が辺 CB 上にあるとき，すなわち，$2\leqq x\leqq 4$ のときに，PO＝PQ となるような状況を考える。

図３のように，点 P から辺 OQ に垂線 PH をおろすと，OH＝QH である。また，四角形 OHPC は長方形となるので，CP＝OH である。

点 P が移動した距離は OC＋CP＝$3x$(cm)だから，

CP＝$3x-6$(cm)

点 Q が移動した距離は OQ＝x cm だから，OH＝$\frac{x}{2}$(cm)

よって，CP＝OH　⇒　$3x-6=\frac{x}{2}$　⇒　$x=\frac{12}{5}$(秒後)

図１

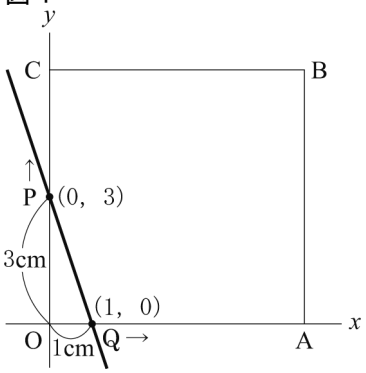


図２

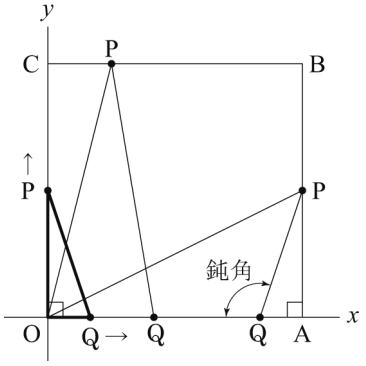
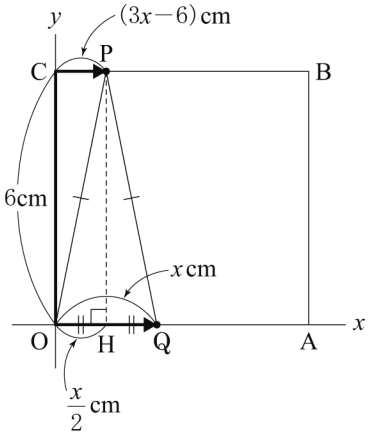
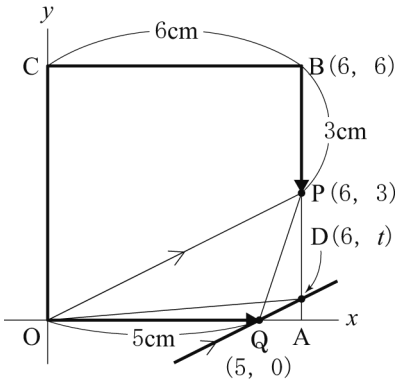


図３



問４　**図４**より，点Pが出発してから5秒間で進んだ距離は，
OC＋CB＋BP＝15(cm)なので，BP＝15－12＝3(cm)
よって，P(6，3)
点Qが出発してから5秒間で進んだ距離は，OQ＝5 cmより，
Q(5，0)
△OPQと△OPDの面積が等しいから，OP//QDである。
よって，直線OPの傾きと，直線QDの傾きは等しい。
直線OPの傾きは，$\frac{3-0}{6-0}=\frac{1}{2}$，点Dの$y$座標を$t$とおくと，
直線QDの傾きは，$\frac{t-0}{6-5}=t$だから，$t=\frac{1}{2}$
よって，点Dの座標は，$\left(6,\ \frac{1}{2}\right)$

図４

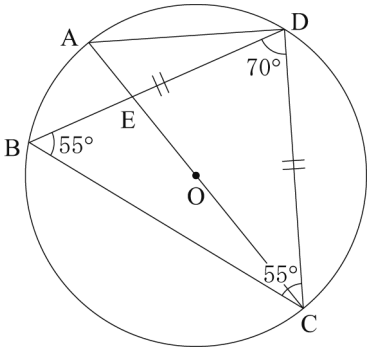


数-21-公-和歌山-KS-05

5　【平面図形】

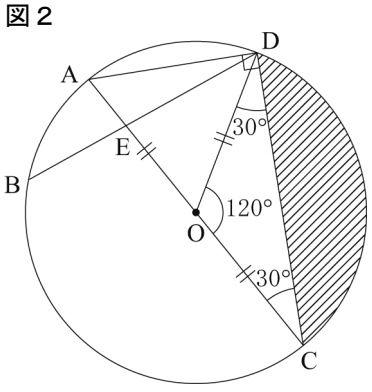
問１　**図１**のように，点B，Cを結ぶ。
△DBCは，DB＝DCの二等辺三角形だから，底角は等しいので，∠DBC＝∠DCB＝(180°－70°)÷2＝55°
$\overset{\frown}{DC}$に対する円周角より，∠CAD＝∠DBC＝55°

図１



問２　**図２**のように，点O，Dを結ぶ。斜線部分の図形は，おうぎ形OCDから△OCDを取り除いたものである。
△OCDは，OC＝ODの二等辺三角形だから，底角は等しいので，∠OCD＝∠ODC＝30°，∠COD＝180°－30°×2＝120°
よって，おうぎ形OCDの面積は，$\pi\times2^2\times\frac{120}{360}=\frac{4}{3}\pi$ (cm^2)
半円の弧に対する円周角より，∠ADC＝90°，∠ACD＝30°だから，△ACDは，AD : AC : CD＝1 : 2 : $\sqrt{3}$の直角三角形である。
よって，AD : AC＝1 : 2　⇒　AD : 4＝1 : 2　⇒　AD＝2(cm)
AC : CD＝2 : $\sqrt{3}$　⇒　4 : CD＝2 : $\sqrt{3}$　⇒　CD＝$2\sqrt{3}$(cm)
△ACD＝$2\times2\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=2\sqrt{3}$(cm^2)
OA＝OCより，△AOD＝△OCDだから，△OCD＝$\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}=\sqrt{3}$(cm^2)
よって，斜線部分の面積は，$\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$(cm^2)

図２



問４

ポイント》図形問題突破のポイント

① 問題文中から，条件となる情報をさがす！

② ①からわかることを発想として広げておく！

③ 問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！

④ 前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

解答のヒント

① 問題文中から，条件となる情報をさがすと，円 O の直径 AC，AC⊥BD，BA//CF などが見つかる。

② 円 O の直径 AC からは，「円周角の定理」「半円の弧に対する円周角は 90°」
AC⊥BD からは，「三平方の定理」「相似」
BA//CF からは，「同位角，錯角は等しい」「平行線と線分の比」
などが発想として出てくる。

③ 今回は，面積比を求める問題なので，辺の長さに関わる「三平方の定理」や，比に関わる「相似」「平行線と線分の比」を利用する可能性が高い。
以上のことに注意して解いていこう。

図３のように，△AED は∠AED＝90°の直角三角形だから，三平方の定理より，$AE^2=AD^2-DE^2=3^2-(\sqrt{5})^2=4$
⇒ AE＞0 より，AE＝2(cm)
また，△AED と△ADC において，共通な角だから，
∠EAD＝∠DAC
半円の弧に対する円周角より，∠ADC＝90°から，
∠AED＝∠ADC＝90°
よって，2 組の角がそれぞれ等しいので，△AED∽△ADC
したがって，AE : AD＝AD : AC ⇒ 2 : 3＝3 : AC
⇒ $AC=\frac{9}{2}$(cm)
よって，$CE=\frac{9}{2}-2=\frac{5}{2}$(cm)だから，$AE : CE=2 : \frac{5}{2}=4 : 5$

図３

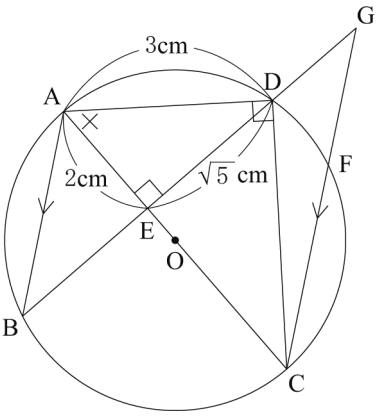


図４のように，BA//CG より，△ABE∽△CGE であり，その相似比は，AE : CE＝4 : 5 だから，面積比は，$4^2 : 5^2=16 : 25$

図４

