Ｒ４　和歌山県　公立　数学　問題

数-22-公-和歌山-問-01

1　次の**問１**～**問６**に答えなさい。

問１　次の(1)～(5)を計算しなさい。

(1)　$-9+4$

(2)　$\frac{10}{3}+2\div\left(-\frac{3}{4}\right)$

(3)　$(3a+5b)+2(2a-b)$

(4)　$\sqrt{48}-\sqrt{3}+\sqrt{12}$

(5)　$(a+3)^2-(a+4)(a-4)$

問２　次の二次方程式を解きなさい。

$x^2+5x-14=0$

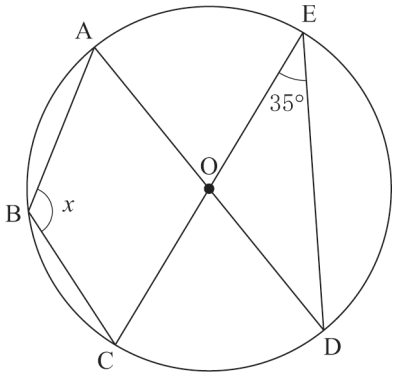
問３　$\sqrt{\frac{20}{n}}$ の値が自然数となるような自然数 n を，すべて求めなさい。

問４　y は x に反比例し，$x=5$ のとき，$y=4$ である。

$x=-10$ のとき，y の値を求めなさい。

問５　右の図のように，円 O の周上に 5 点 A，B，C，D，E があり，線分 AD，CE はともに円 O の中心を通る。

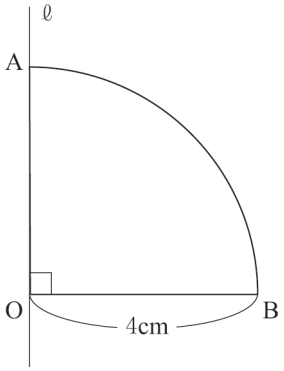
∠CED＝35°のとき，∠x の大きさを求めなさい。



問６　右の図のおうぎ形 OAB は，半径 4 cm，中心角 90° である。

このおうぎ形 OAB を，AO を通る直線ℓを軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

ただし，円周率はπとする。



数-22-公-和歌山-問-02

2　次の**問１**～**問４**に答えなさい。

問１　A さん，B さん，C さん，D さんの 4 人がリレーの走る順番を，次の**方法**で決める。

方法

① 同じ大きさの玉を 4 つ用意する。それぞれの玉に，1，2，3，4 の数字を 1 つずつかき，1 つの箱に入れる。

② A さん，B さん，C さん，D さんの順に，箱の中の玉を 1 つずつ取り出していく。ただし，取り出した玉はもとにもどさないものとする。

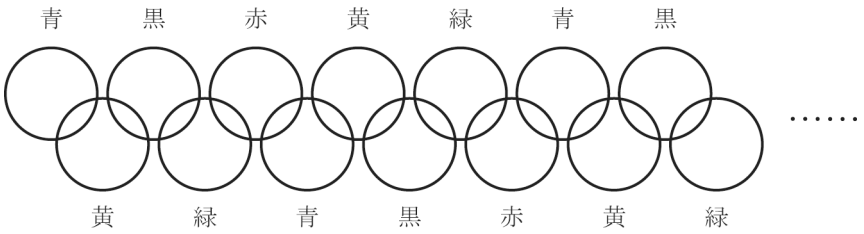
③ 取り出した玉にかかれた数字を走る順番とする。例えば，2 の数字がかかれた玉を取り出した場合は，第二走者となる。

このとき，第一走者が A さんで，第四走者が D さんとなる確率を求めなさい。

ただし，どの玉の取り出し方も，同様に確からしいものとする。

問２　**図**のように，5 色のリングを左から青，黄，黒，緑，赤の順に繰り返し並べていく。
下の**表**は，並べたときのリングの順番と色についてまとめたものである。
このとき，下の(1)，(2)に答えなさい。

図



表

順番(番目)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	…	27	…
色	青	黄	黒	緑	赤	青	黄	黒	緑	赤	青	黄	黒	緑	…	□	…

(1)　**表**中の □ にあてはまる 27 番目の色をかきなさい。

(2)　124 番目までに，黒色のリングは何個あるか，求めなさい。

問３　あるスーパーマーケットでは，唐揚げ弁当とエビフライ弁当を，それぞれ 20 個ずつ販売している。
エビフライ弁当 1 個の定価は，唐揚げ弁当 1 個の定価より 50 円高い。
エビフライ弁当は，すべて売り切れたが，唐揚げ弁当が売れ残りそうだったので，唐揚げ弁当 10 個を定価の 5 割引にしたところ，2 種類の弁当をすべて売り切ることができた。その結果，2 種類の弁当の売り上げの合計は，15000 円となった。
このとき，唐揚げ弁当 1 個とエビフライ弁当 1 個の定価はそれぞれいくらか，求めなさい。
ただし，答えを求める過程がわかるようにかきなさい。
なお，消費税は考えないものとする。

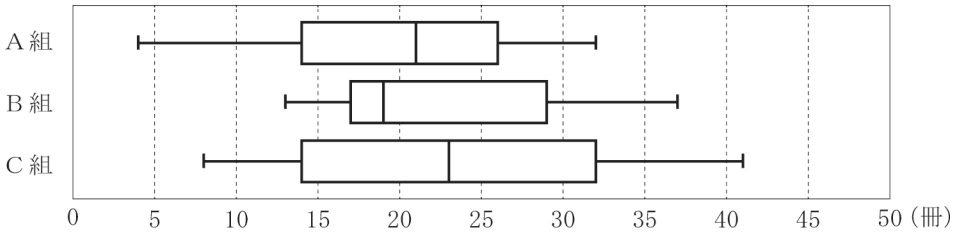
問４　和夫さんと紀子さんの通う中学校の３年生の生徒数は，A 組 35 人，B 組 35 人，C 組 34 人である。

図書委員の和夫さんと紀子さんは，３年生のすべての生徒について，図書室で１学期に借りた本の冊数の記録を取り，その記録をヒストグラムや箱ひげ図に表すことにした。

次の**図**は，３年生の生徒が１学期に借りた本の冊数の記録を，クラスごとに箱ひげ図に表したものである。

下の(1)～(3)に答えなさい。

図



(1) 和夫さんは，**図**から読みとれることとして，次のように考えた。

和夫さんの考え

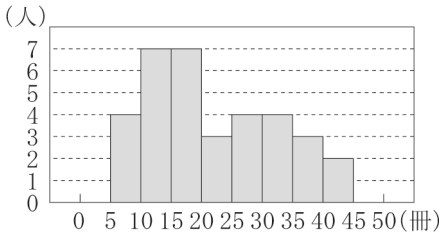
（Ⅰ）　四分位範囲が最も大きいのは A 組である。
（Ⅱ）　借りた本の冊数が 20 冊以下である人数が最も多いのは B 組である。
（Ⅲ）　どの組にも，借りた本の冊数が 30 冊以上 35 冊以下の生徒が必ずいる。

図から読みとれることとして，**和夫さんの考え**（Ⅰ）～（Ⅲ）はそれぞれ正しいといえますか。次の**ア**～**ウ**の中から最も適切なものを１つずつ選び，その記号をかきなさい。

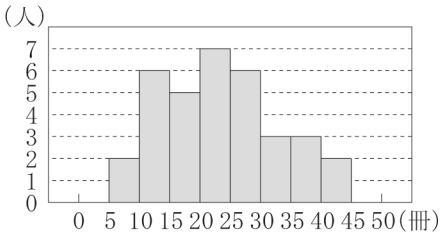
ア　正しい　　**イ**　正しくない　　**ウ**　この資料からはわからない

(2) C 組の記録をヒストグラムに表したものとして最も適切なものを，次の**ア**～**エ**の中から１つ選び，その記号をかきなさい。

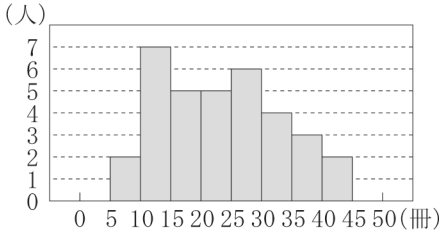
ア



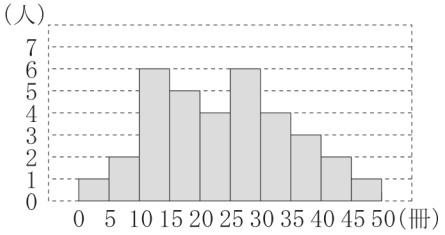
イ



ウ



エ



(3) 和夫さんと紀子さんは，「この中学校の生徒は，どんな本が好きか」ということを調べるために，アンケート調査をすることにした。次の文は，調査についての 2 人の会話の一部である。

> 紀子：1 年生から 3 年生までの全校生徒 300 人にアンケート調査をするのは人数が多くてたいへんだから，標本調査をしましょう。
> 和夫：3 年生の生徒だけにアンケート調査をして，その結果をまとめよう。
> 紀子：その標本の取り出し方は適切ではないよ。

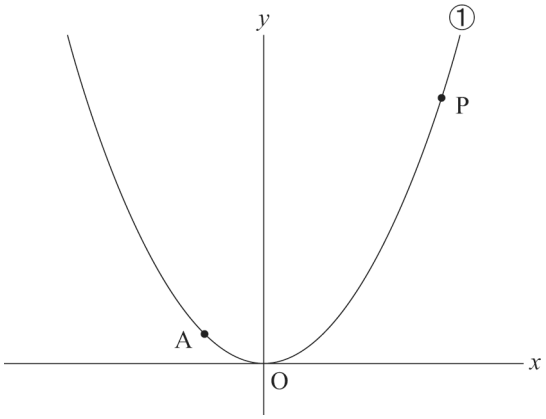
下線部について，紀子さんが適切ではないといった理由を，簡潔にかきなさい。

数-22-公-和歌山-問-03

3 **図 1** のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ …① のグラフ上に点 A $(-2,\ 1)$ がある。また，点 P は，①のグラフ上の点である。

次の**問 1** ～**問 4** に答えなさい。

図 1



問 1 関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ について，x の値が -2 から 0 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問 2 次の文中の(**ア**)，(**イ**)にあてはまる数を求めなさい。

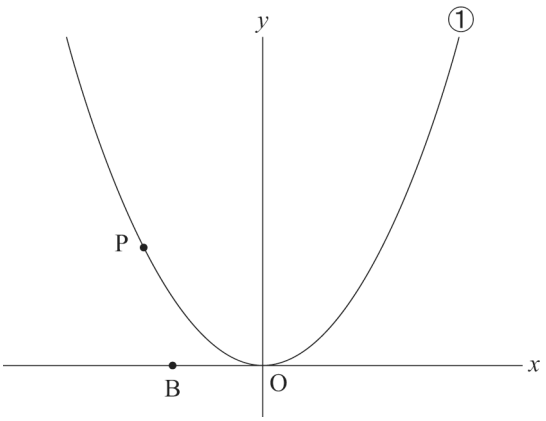
関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq$ (**ア**) のとき，y の変域は (**イ**) $\leqq y \leqq 9$ である。

問 3 **図 2** のように，x 軸上に点 B をとる。

P の x 座標が -4 のとき，△OPB が二等辺三角形となるような B はいくつかある。

そのうち，x 座標が最も大きい B の座標と，x 座標が最も小さい B の座標を，それぞれ求めなさい。

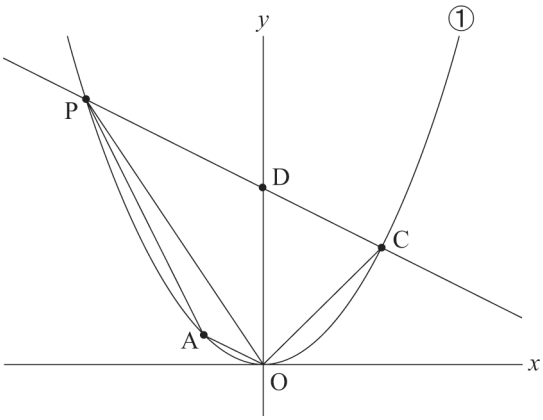
図 2



問４　**図３**のように，①のグラフ上に点 C (4, 4) があり，直線 PC と y 軸との交点を D とする。

△OPD と△ODC の面積比が 3 : 2 であるとき，A を通り，四角形 OAPC の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

図３



数-22-公-和歌山-問-04

4　1 辺が 6 cm の正方形 ABCD の辺 BC 上に点 P，辺 CD 上に点 Q がある。

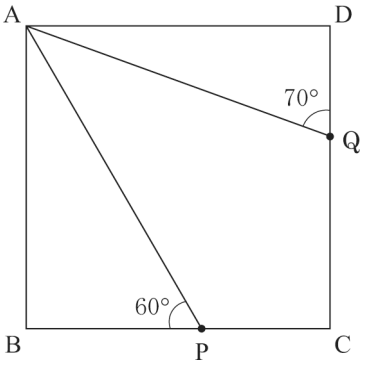
次の**問１**～**問３**に答えなさい。

問１　**図１**のように，∠APB＝60°，∠AQD＝70°のとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1)　∠PAQ の大きさを求めなさい。

(2)　△ABP の面積を求めなさい。

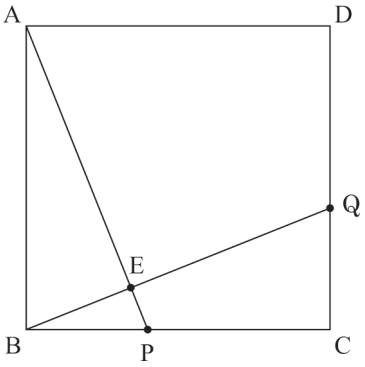
図１



問２　**図２**のように，BP＝CQ のとき，BQ と AP との交点を E とする。

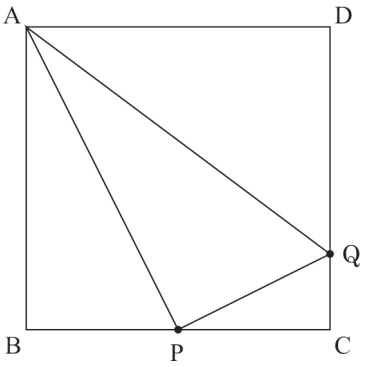
このとき，∠AEB＝90°であることを証明しなさい。

図２



問３　**図３**のように，BP＝PC，∠BAP＝∠CPQ とする。
このとき，３点 A，P，Q を通る円の半径を求めなさい。

図３



Ｒ４　和歌山県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-22-公-和歌山-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
			(5)			
		問２	$x=$			
		問３	$n=$			
		問４	$y=$			
		問５	$\angle x=$　　度			
		問６	cm^3			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-和歌山-KY-02	2	問１				
		問２	(1)	色		
			(2)	個		
		問３	〔求める過程〕 唐揚げ弁当１個の定価　　円 エビフライ弁当１個の定価　　円			
		問４	(1)	(Ⅰ)		
				(Ⅱ)		
				(Ⅲ)		
			(2)			
			(3)	〔理由〕		
数-22-公-和歌山-KY-03	3	問１				
		問２	(ア)			
			(イ)			
		問３	x 座標が最も大きい座標　B$\left(\quad,\quad\right)$			
			x 座標が最も小さい座標　B$\left(\quad,\quad\right)$			
		問４				

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-和歌山-KY-04	4	問１	(1)	∠PAQ＝　　度		
			(2)	cm^2		
		問２	〔証明〕			
		問３		cm		

	問題番号		解答		配点	備考
数-22-公-和歌山-A-01	1	問１	(1)	-5	3	
			(2)	$\frac{2}{3}$	3	
			(3)	$7a+3b$	3	
			(4)	$5\sqrt{3}$	3	
			(5)	$6a+25$	3	
		問２	$x=-7,\ 2$		3	
		問３	$n=5,\ 20$		4	
		問４	$y=-2$		4	
		問５	$\angle x=125$　(度)		4	
		問６	$\frac{128}{3}\pi$　(cm^3)		4	

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-22-公-和歌山-A-02	2	問１	$\frac{1}{12}$			4	
		問２	(1)	黄　(色)		3	
			(2)	25　(個)		4	
		問３	〔求める過程〕 唐揚げ弁当１個の定価を x 円，エビフライ弁当１個の定価を y 円とすると， $\begin{cases} x+50=y \\ 10x+0.5x\times10+20y=15000 \end{cases}$ これを解いて，$x=400$，$y=450$ よって， 唐揚げ弁当１個の定価　　400　円 エビフライ弁当１個の定価　450　円			6	正解は一例を示したものである。段階的に評価する。
		問４	(1)	（Ⅰ）	イ	2	
				（Ⅱ）	ア	2	
				（Ⅲ）	ウ	2	
			(2)	ウ		3	
			(3)	〔理由〕 標本を無作為に抽出したことにならないため。		4	正解と同じ意味内容のものも正答とする。 段階的に評価する。
数-22-公-和歌山-A-03	3	問１	$-\frac{1}{2}$			3	
		問２	（ア）	6		2	
			（イ）	0		2	
		問３	x 座標が最も大きい座標　B $(4\sqrt{2},\ 0)$			2	
			x 座標が最も小さい座標　B $(-8,\ 0)$			2	
		問４	$y=\frac{5}{2}x+6$			6	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-和歌山-水-04	4	問１	(1)	∠PAQ＝40　(度)	3	
			(2)	$6\sqrt{3}$　(cm^2)	4	
		問２	〔証明〕 △ABP と△BCQ で, 仮定より，BP＝CQ　　・・・① AB＝BC　　・・・② ∠ABP＝∠BCQ　　・・・③ ①，②，③から，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので, △ABP≡△BCQ よって，∠APB＝∠BQC　　・・・④ また,△BCQ は∠BCQ＝90°の直角三角形であるから, ∠BQC＋∠CBQ＝90°　　・・・⑤ ④，⑤より, ∠APB＋∠CBQ＝90°　　・・・⑥ △BPE で, ∠EPB＋∠PBE＝∠AEB　　・・・⑦ ⑥，⑦より，∠AEB＝90°		7	正解は一例を示したものである。段階的に評価する。
		問３	$\frac{15}{4}$　(cm)		5	

数-22-公-和歌山-KS-01

1　【小問集合】

問３　$\sqrt{\dfrac{20}{n}}$ の値が自然数であるとき，$\dfrac{20}{n}$も自然数であるから，n は 20 の約数である。

20 の約数は，1，2，4，5，10，20 であり，これらのうち，$\dfrac{20}{n}$が自然数の 2 乗になるのは n が 5，20 のときだけである。

問５　OD と OE は円 O の半径だから，△ODE は OD＝OE の二等辺三角形である。

二等辺三角形の底角は等しいから，∠ODE＝∠OED＝35°である。

三角形の内角の和は 180°だから△ODE について，

∠DOE＝180°－∠ODE－∠OED＝180°－35°－35°＝110°

対頂角は等しいから，∠AOC＝∠DOE＝110°

点 D，E をふくむ$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$の中心角は 360°－110°＝250°

同じ円周上の長さの等しい弧の円周角は中心角の$\dfrac{1}{2}$だから，点 D, E をふくむ$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$の円周角∠ABC は，

∠ABC＝$\dfrac{1}{2}$×(点 D，E をふくむ$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$の中心角)＝$\dfrac{1}{2}$×250°＝125°

ポイント》【図形問題突破のポイント】

①　問題文中から，条件となる情報をさがす！

②　①からわかることを発想として広げておく！

③　問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！

④　前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

問６　半径 r の球の体積は$\dfrac{4\pi r^3}{3}$だから，半球の体積は$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4\pi r^3}{3}$

求める体積の立体は半径 4 cm の半球だから，$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4\pi\times4^3}{3}=\dfrac{128\pi}{3}$(cm^3)

数-22-公-和歌山-KS-02

2　【小問集合】

問１　最初に玉を取り出す A さんは，4 つの玉の中から 1 つを取り出すから，玉の取り出し方は 4 通り。

B さんは，A さんが 1 つ玉を取り出した後の残り 3 つの玉の中から取り出すから，玉の取り出し方は 3 通り。

C さんは，A さんと B さんが 1 つずつ玉を取り出した後の残り 2 つの玉の中から取り出すから，玉の取り出し方は 2 通り。

D さんは，最後 1 つの玉を取り出すから，1 通り。

したがって，玉の取り出し方は全部で，4×3×2×1＝24(通り)

A さんが第一走者になるとき，A さんが取り出す玉にかかれている数字は 1

D さんが第四走者になるとき，D さんが取り出す玉にかかれている数字は 4

このとき，A さん，B さん，C さん，D さんが取り出した玉にかかれている数字は，順に

1→2→3→4 のときと 1→3→2→4 のときの 2 通りだけである。

したがって，求める確率は，$\dfrac{2}{24}=\dfrac{1}{12}$

ポイント》確率の求め方

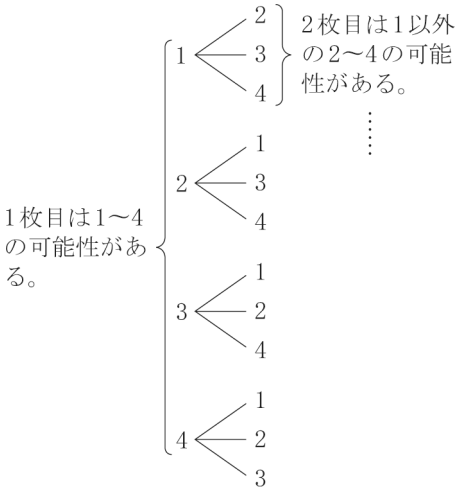
①　問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

②　問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③　さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④　樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。

例：4 枚のカード 1, 2, 3, 4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



問２　(1) 問題にある**表**を**表１**のようにして，27 番目のリングの色を求める。

順番と色との規則性を以下のように見つけだして，求めてもよい。

・青は順番が，1，6，11 番目のように 5 で割ると 1 余る数のときである。

・黄は順番が，2，7，12 番目のように 5 で割ると 2 余る数のときである。

・黒は順番が，3，8，13 番目のように 5 で割ると 3 余る数のときである。

・緑は順番が，4，9，14 番目のように 5 で割ると 4 余る数の順番のときである。

・赤は順番が，5，10，15 番目のように 5 で割り切れる数のときである。

したがって，27 は 5 で割ると 2 余る数だから，27 番目の色は黄である。

(2)　リングは 5 個ごとに，青，黄，黒，緑，赤がそれぞれ 1 個ずつある。

リング 5 個を 1 つのまとまりとすると，

120÷5＝24 より，120 番目までのリングには 5 個のまとまりが 24 個ある。

したがって，120 番目までのリングには黒色のリングが 24 個ある。

表１

順番(番目)	1	2	3	4	5
色	青	黄	黒	緑	赤
順番(番目)	6	7	8	9	10
色	青	黄	黒	緑	赤
順番(番目)	11	12	13	14	15
色	青	黄	黒	緑	赤
順番(番目)	16	17	18	19	20
色	青	黄	黒	緑	赤
順番(番目)	21	22	23	24	25
色	青	黄	黒	緑	赤
順番(番目)	26	27	28	29	30
色	青	黄	黒	緑	赤
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
順番(番目)	111	112	113	114	115
色	青	黄	黒	緑	赤
順番(番目)	116	117	118	119	120
色	青	黄	黒	緑	赤
順番(番目)	121	122	123	124	125
色	青	黄	黒	緑	赤

表１より，121 番目から 124 番目までに黒色のリングは 1 個あるから，124 番目までにある黒色のリングは，24＋1＝25(個)である。

ポイント》規則性問題を突破するには

まずは具体例をいくつか(3 つ以上)考え，規則性を見つけてから式をつくる！

ポイント》余りによる整数の分類

○の倍数を，整数 n を用いて表すと，○×n となる。

このことから，○で割ると□余る数(一般に○＜□)は，○の倍数＋□となるので，○×n＋□と表すことができる。

例　3 の倍数を，整数 n を用いて表すと，$3n$ であり，3 で割ると 2 余る数は，$3n+2$ と表される。

問３　別解(一次方程式による解き方)

唐揚げ弁当 1 個の定価を x 円とすると，

エビフライ弁当は 50 円高いから，エビフライ弁当の定価は $x+50$(円)である。

エビフライ弁当は 20 個を定価で販売し，唐揚げ弁当は 10 個を定価で，残り 10 個を定価の 5 割引で販売したときの売り上げの合計が 15000 円だから，

$20\times(x+50)+10x+10\times0.5\times x=15000$

この一次方程式を解くと，$x=400$ だから，

唐揚げ弁当 1 個の定価は 400 円，エビフライ弁当 1 個の定価は 450 円

ポイント》「～は…より多い／少ない」の立式

X は Y より a 多い　⇒　X＞Y だから，$X-Y=a$

X は Y より b 少ない　⇒　X＜Y だから，$Y-X=b$

ポイント》「元の数量の○%増し」は「元の数量の(100＋○)%」

「元の数量の○%引き」は「元の数量の(100－○)%」

問４　(1)　(Ⅰ)四分位範囲は第 3 四分位数から第 1 四分位数を引いた差であり，箱ひげ図の長方形の横の長さである。

したがって，四分位範囲が最も大きいのは C 組である。よって，(Ⅰ)は正しくないので，**イ**

(Ⅱ)・A 組の生徒数は 35 人だから，中央値は借りた本の冊数の少ない方から順に数えて 18 番目の冊数である。

箱ひげ図より 18 番目の冊数は 20 冊より多いから，20 冊より多く借りた人数は 18 人以上である。

A 組の生徒数は 35 人だから，借りた本の冊数が 20 冊以下の人数は 17 人以下である。

・B 組の生徒数は 35 人だから，中央値は借りた本の冊数の少ない方から順に数えて 18 番目の冊数である。

箱ひげ図より 18 番目の冊数は 20 冊より少ないから，借りた本の冊数が 20 冊以下の人数は 18 人以上である。

・C 組の生徒数は 34 人だから，中央値は借りた本の冊数の少ない方から順に数えて 17 番目と 18 番目の冊数の平均値である。

箱ひげ図より中央値が 20 より大きいから，18 番目の冊数は 20 冊より多い。

C 組の生徒数は 34 人だから，20 冊より多く借りた生徒数は 17 人以上である。

したがって，借りた本の冊数が 20 冊以下の人数は 17 人以下である。

よって，(Ⅱ)は正しいので，**ア**

(Ⅲ)最小値および最大値にあたる生徒は必ずいるが，第 1 四分位数，中央値，第 3 四分位数にあたる生徒がいるとは限らないことに注意する。

・A 組の最大値は 30 冊から 35 冊の間にあるので，30 冊以上 35 冊以下の冊数を借りた生徒が必ずいる。

・B 組の第 3 四分位数にあたる生徒は，借りた本の冊数が少ない方から順に数えて 27 番目であり，27 番目は 25 冊から 30 冊の間にあるので，25 冊以上 30 冊以下の冊数を借りた生徒が必ずいる。

最大値は 35 冊から 40 冊の間にあるので，35 冊以上 40 冊以下の冊数を借りた生徒は必ずいる。

したがって，間にある 30 冊以上 35 冊以下に当てはまる生徒がいるかどうかはわからない。

・C 組の第 3 四分位数にあたる生徒は，借りた冊数が少ない方から 26 番目であり，26 番目は 30 冊から 35 冊の間にあるので，30 冊以上 35 冊以下の冊数を借りた生徒が必ずいる。
したがって，B 組には 30 冊以上 35 冊以下の冊数を借りた生徒がいるかどうかわからない。
よって，(Ⅲ)はこの資料からはわからないので，**ウ**

ポイント》四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用。

① 四分位数…(1)第 2 四分位数(中央値)，(2)第 1 四分位数，(3)第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値

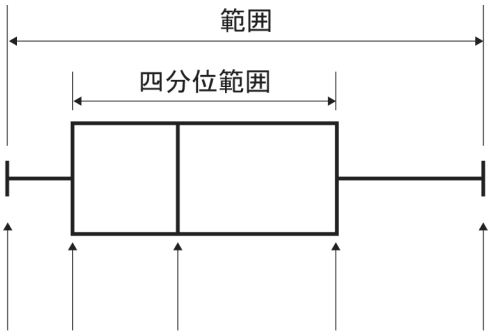
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均＝中央値

(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

② 四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

③ 箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



(2) C 組の箱ひげ図の最小値，第 1 四分位数，中央値，第 3 四分位数，最大値のそれぞれに着目する。

・箱ひげ図の最小値に着目すると，C 組の最小値は 5 冊から 10 冊の間だから，C 組のヒストグラムはこの階級に最小値がある**ア**，**イ**，**ウ**のいずれかである。

・箱ひげ図の第 1 四分位数に着目する。C 組の生徒数は 34 人だから，小さい順に並べたときの前半 17 人の中央値，つまり 9 番目であり，第 1 四分位数は箱ひげ図より 10 冊から 15 冊の間にある。

イのヒストグラムの 9 番目の冊数は 15 冊以上 20 冊未満の階級にある。

アと**ウ**のヒストグラムの 9 番目の冊数は 10 冊以上 15 冊未満の階級にあるので，C 組のヒストグラムは**ア**，**ウ**のいずれかである。

・箱ひげ図の中央値は 17 番目と 18 番目の冊数の平均値である。

箱ひげ図より，中央値は 20 冊から 25 冊の間である。

アのヒストグラムの 17 番目と 18 番目の冊数は 15 冊以上 20 冊未満の階級にある。

ウのヒストグラムの 17 番目と 18 番目の冊数は 20 冊以上 25 冊未満の階級にあるので，C 組のヒストグラムは**ウ**が最も適切なものになり得る。

・箱ひげ図の第 3 四分位数に着目する。小さい順に並べたときの後半 17 人の中央値，つまり 26 番目であり，第 3 四分位数は箱ひげ図より 30 冊から 35 冊の間にある。

これは**ウ**のヒストグラムに合っている。

・最大値は箱ひげ図より 40 冊から 45 冊の間にある。

これは**ウ**のヒストグラムに合っている。

したがって，C 組の箱ひげ図のすべての条件をみたす**ウ**のヒストグラムが最も適切なものになる。

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用。

① 平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

② 中央値(メジアン)…調べる資料の値を大きさ順に並べたときの中央の値
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均＝中央値

③ 最頻値(モード)…資料中で，最も多く出てくる値

数-22-公-和歌山-KS-03

3 【関数のグラフと図形，平面図形】

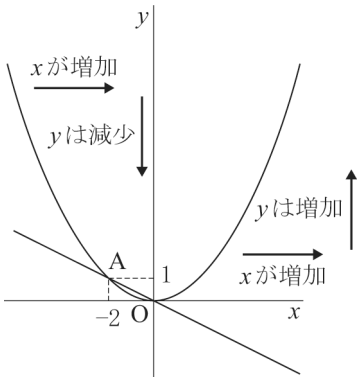
問１ $x=-2$ のとき，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ 上の点 A$(-2,\ 1)$より $y=1$

$x=0$ のとき，$y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=0$ を代入して，$y=0$

変化の割合$=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$だから，

$\frac{0-1}{0-(-2)}=-\frac{1}{2}$

図１



ポイント》変化の割合

変化の割合とは，x の値が増加したときに，y の値がどれだけ変化するかを割合で示したもの。

[公式] 変化の割合$=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。

また，グラフの形状によって，注意点が異なる。

・直線のグラフ(比例 $y=ax$，一次関数 $y=ax+b$)

→変化の割合は一定で，定数 a の値に等しい。

・曲線のグラフ(反比例 $y=\frac{a}{x}$，関数 $y=ax^2$)

→変化の割合は区間により変化するため，[公式]を利用して計算する必要がある。

※関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$で求められる。

問２ $x=-2$ のとき，$y=1$ であり，このとき，x が増加して $x=0$ になるまで y は減少する。

$x=0$ のとき，$y=0$ であり，$x>0$ では x が増加すると y も増加する。

$y\leqq 9$ だから，$-2\leqq x$ の範囲で $y=9$ となるのは，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ に $y=9$ を代入して，$x^2=36$,

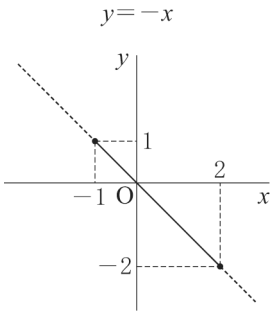
$-2\leqq x$ より $x=6$ のときである。

したがって，$-2\leqq x\leqq 6$　よって，**ア**は 6

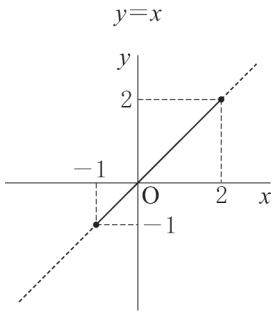
図１のように $x=-2$ から x が増加するとき，$x=0$ になるまで y は減少し，このとき $y=0$ になる。

さらに x が増加すると y も増加する。したがって，$0\leqq y\leqq 9$　よって，**イ**は 0

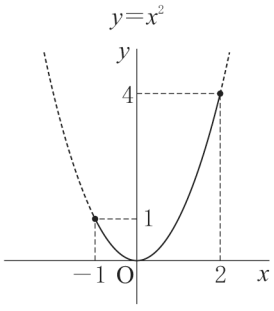
ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！



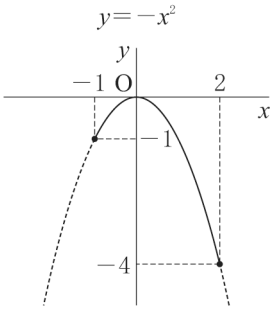
$-2\leqq y\leqq 1$



$-1\leqq y\leqq 2$



$0\leqq y\leqq 4$



$-4\leqq y\leqq 0$

特に，関数 $y=ax^2$ の変域を求めるときに注意しよう。

問３　P の x 座標は-4 だから，$x=-4$ を関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ に代入して，P$(-4,\ 4)$

△OPB は二等辺三角形だから，
図２のように OP＝PB のとき，
図３のように PB＝OB のとき，
図４・図５のように OP＝OB のときがある。
よって，この中で x 座標が最も大きいのは，
明らかに**図４**のときであるから，
$OP=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$ より，B の x 座標は $4\sqrt{2}$
よって，B$(4\sqrt{2},\ 0)$

図２

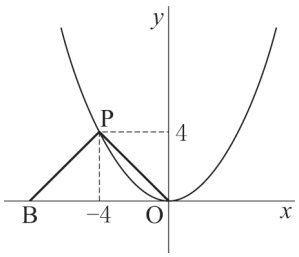


図３

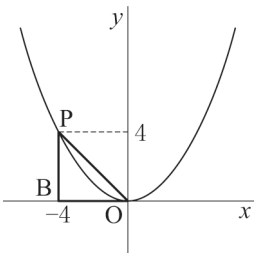


図４

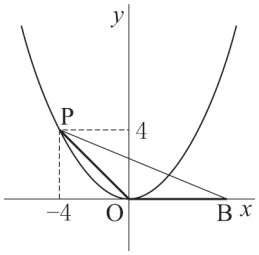
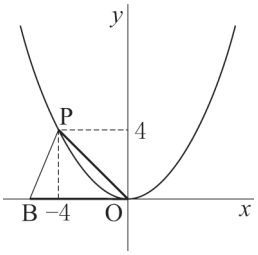


図５



問４　考え方の流れを整理する。
ⅰ)点 P の座標を求める。
ⅱ)求める直線と直線 PC との交点を Q として，Q の条件を調べる。
ⅲ)Q の条件より Q の座標を求め，直線の式を求める。

ⅰ)について
△ODP と△ODC において，2 つの三角形の底辺をともに OD とすると，底辺が共通だから，
△ODP と△ODC の高さの比は△ODP と△ODC の面積の比と等しくなる。
△ODC の高さは C の x 座標だから 4
△ODP：△ODC＝(△ODP の高さ)：(△ODC の高さ)
＝(△ODP の高さ)：4＝3：2
(△ODP の高さ)＝6

図６

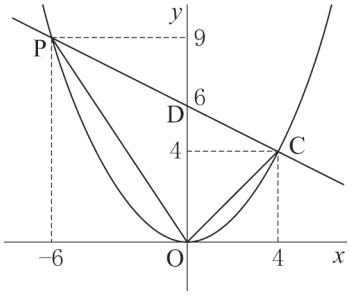


図６のように P の x 座標は $x<0$ であり，△ODP の高さは 6 だから，P の x 座標は-6
$y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=-6$ を代入して，$y=9$　P$(-6,\ 9)$

ⅱ)について

P(−6，9)だから，直線 PC の傾きは，$\frac{4-9}{4-(-6)}=-\frac{1}{2}$

A(−2，1)より直線 OA の傾きは$-\frac{1}{2}$だから，

(直線 OA の傾き)=(直線 PC の傾き)

したがって，四角形 OAPC は OA // PC の**図７**のような台形であり，この台形を**図８**のように分割し，△OAC，△ACQ，△APQ の底辺をそれぞれ OA，CQ，PQ とすると，3 つの三角形の高さはすべて等しくなる。

このため，△OAC，△ACQ，△APQ の面積の比はそれぞれの底辺の比と等しくなる。

四角形 OAPC は直線 AQ により 2 等分されるので，

(四角形 AOCQ の面積)：△APQ

＝(△OAC＋△ACQ)：△APQ＝(OA＋CQ)：PQ＝1：1

A(−2，1)だから，$OA=\sqrt{(-2)^2+1^2}=\sqrt{5}$

C(4，4)，P(−6，9)だから，$CP=\sqrt{(-6-4)^2+(9-4)^2}=5\sqrt{5}$

(OA＋CQ)：PQ＝$(\sqrt{5}+CQ):(5\sqrt{5}-CQ)=1:1$

したがって，$\sqrt{5}+CQ=5\sqrt{5}-CQ$　$CQ=2\sqrt{5}$

図７

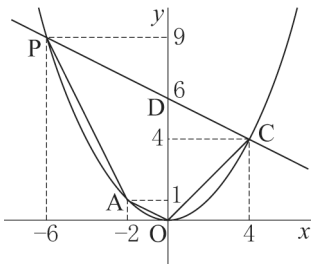


図８

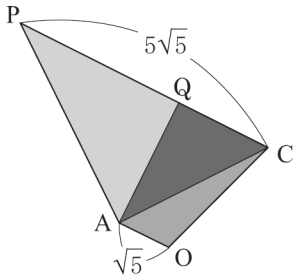


図９のように 3 点(−6，9)，(−6，4)，(4，4)を頂点とする斜辺が CP の直角三角形で考えると，

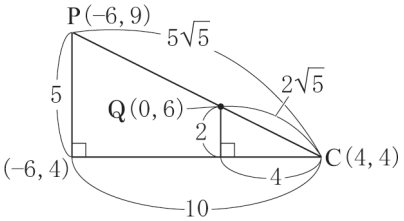
CP：CQ＝$5\sqrt{5}:2\sqrt{5}$＝5：2 より，

Q の x 座標は C の x 座標より 4 小さいから，x＝4−4＝0，

Q の y 座標は C の y 座標より 2 大きいので，y＝4＋2，

よって，Q(0，6)

図９



ⅲ)について

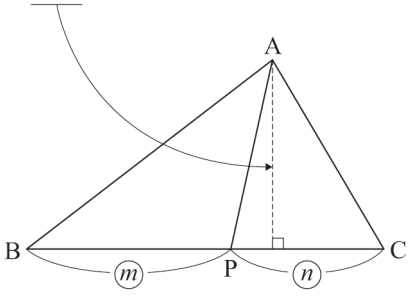
直線 AQ は A(−2，1)，Q(0，6)を通るから，傾きは，$\frac{6-1}{0-(-2)}=\frac{5}{2}$

直線 AQ は $y=\frac{5}{2}x+b$ と表され，Q(0，6)を通るから，$6=\frac{5}{2}\times 0+b$　$b=6$

直線 AQ の式は $y=\frac{5}{2}x+6$

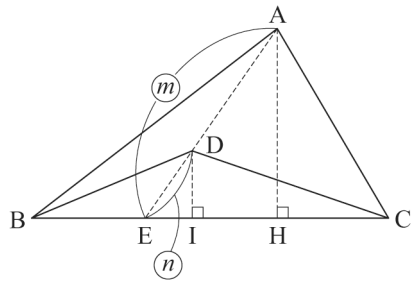
ポイント》面積比は 3 パターン！

①　高さが共通→底辺の比＝面積比



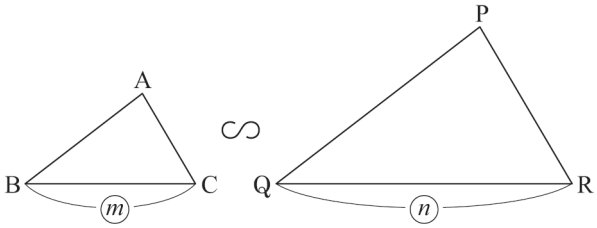
△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

② 底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE
△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③ 相似→相似比の２乗



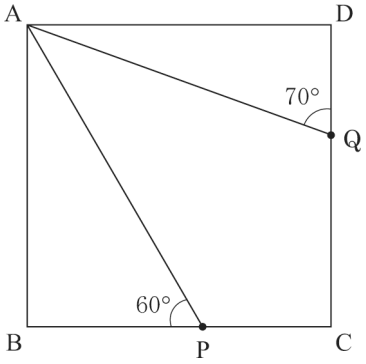
△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，
△ABC：△PQR＝m^2：n^2

数-22-公-和歌山-KS-04

4 【平面図形】

問１ (1) 四角形 ABCD は正方形だから，
∠ABC＝∠BCD＝∠CDA＝∠DAB＝90°
△ABP について，三角形の内角の和は 180°だから，
∠BAP＝180°－∠ABP－∠APB＝180°－90°－60°＝30°
同様に，△ADQ について，
∠DAQ＝180°－∠ADQ－∠AQD＝180°－90°－70°＝20°
したがって，
∠PAQ＝∠DAB－∠BAP－∠DAQ＝90°－30°－20°＝40°

図１



ポイント》図形問題を突破するには
① 問題文中から，条件となる情報をさがす！
② ①からわかることを発想として広げておく！
③ 問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！
④ 前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

(2) △ABP は内角が，30°，90°，60°の直角三角形だから，３辺の比は，１：２：$\sqrt{3}$である。
したがって，BP：AB＝BP：6＝1：$\sqrt{3}$だから，$BP=\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$(cm)

$\triangle ABP=\frac{1}{2}\times6\times2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$(cm^2)

問２　別解(△ABP≡△BCQ を証明した後，AB // DC より，∠ABQ＝∠BQC を利用)

△ABP と△BCQ で，

仮定より，BP＝CQ…①，AB＝BC…②，∠ABP＝∠BCQ…③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△ABP≡△BCQ…④

図２のように，四角形 ABCD は正方形だから，AB // DC

平行線の錯角は等しいから，∠ABQ＝∠BQC

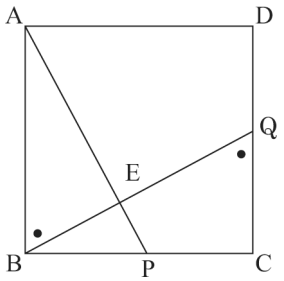
④より，∠BAP＝∠CBQ であり，三角形の内角の和は 180°だから，

∠AEB＝180°－∠BAE－∠ABE＝180°－∠BAP－∠ABQ

＝180°－∠CBQ－∠BQC＝∠BCQ＝90°

よって，∠AEB＝90°

図２



問３　三角形の内角の和は 180°であり，∠BAP＝∠CPQ だから，

∠APQ＝180°－∠CPQ－∠APB＝180°―∠BAP－∠APB＝90°

したがって，**図３**のように△APQ は直角三角形である。

直角三角形の 3 つ頂点を通る円は斜辺を直径とする円だから，

求める円の半径は$\frac{1}{2}$×AQ

△ABP と△PCQ において，仮定より，∠BAP＝∠CPQ,

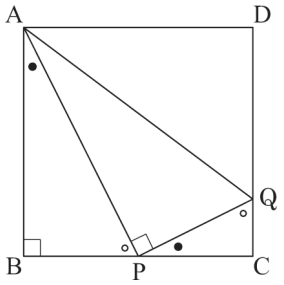
四角形 ABCD は正方形だから，∠ABP＝∠PCQ＝90°

2 組の角がそれぞれ等しいから，△ABP∽△PCQ

相似な図形は対応する辺の比が等しいから，AB：PC＝BP：CQ

仮定より，AB＝6(cm)であり，BP＝PC だから，BP＝PC＝3(cm)

図３



したがって，AB：PC＝BP：CQ＝6：3＝3：CQ より，CQ＝$\frac{3}{2}$(cm)

三平方の定理より，$AP^2=AB^2+BP^2=6^2+3^2=45$，$PQ^2=PC^2+CQ^2=3^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{45}{4}$

$AQ^2=AP^2+PQ^2=45+\frac{45}{4}=\frac{225}{4}$，AQ＞0 だから，$AQ=\sqrt{\frac{225}{4}}=\frac{15}{2}$(cm)

よって，求める円の半径は，$\frac{1}{2}\times AQ=\frac{1}{2}\times\frac{15}{2}=\frac{15}{4}$(cm)