Ｒ６　和歌山県　公立　数学　問題

数-24-公-和歌山-問-01

1　次の**問１**～**問６**に答えなさい。

問１　次の(1)～(5)を計算しなさい。

(1)　$-4+7$

(2)　$6+\frac{7}{9}\times(-12)$

(3)　$-2(a-b)+5(2a-b)$

(4)　$\sqrt{28}-\sqrt{7}+\sqrt{63}$

(5)　$(a+5)^2-(a-8)(a-2)$

問２　次の二次方程式を解きなさい。

$(x+2)^2=13$

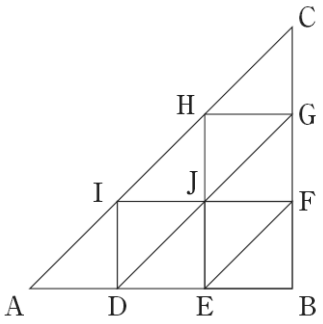
問３　$\sqrt{126n}$ の値が自然数となるような自然数 n のうち，最も小さいものを求めなさい。

問４　y は x に反比例し，$x=2$ のとき，$y=-3$ である。

このとき，y を x の式で表しなさい。

問５　AB＝BC の直角二等辺三角形 ABC がある。右の図のように，辺 AB を 3 等分する点を A に近いほうから D，E，辺 BC を 3 等分する点を B に近いほうから F，G，辺 CA を 3 等分する点を C に近いほうから H，I とし，それぞれ点を結ぶ。また，線分 EH と線分 FI の交点を J とする。

次の(1)，(2)に答えなさい。



(1) △ADI と合同な三角形のうち，平行移動だけで△ADI の位置に移るものは△ADI 以外にいくつあるか，求めなさい。

(2) △DEJ を△GHJ の位置に移す方法を次の 2 通り考えた。

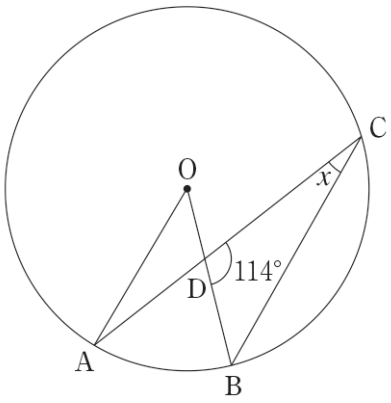
次の［ア］にはあてはまる数を，［イ］にはあてはまる直線を答えなさい。

方法１　△DEJ を点 J を中心に［ア］度回転移動させる。

方法２　△DEJ を△JFG の位置に移るように平行移動し，さらに直線［イ］を対称の軸として対称移動させる。

問６　右の図のように，円 O の周上に 3 点 A，B，C があり，線分 OB と線分 AC の交点を D とする。

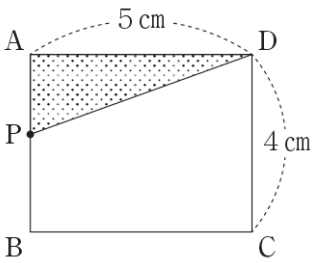
OA // CB，∠BDC＝114° のとき，∠x の大きさを求めなさい。



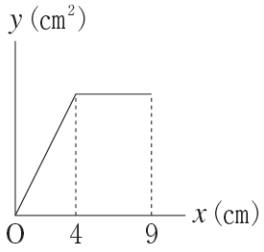
2 次の**問１**～**問５**に答えなさい。

問１　右の図のような長方形 ABCD がある。点 P は点 A を出発して長方形の辺上を B，C の順に C まで動くものとし，点 P が点 A から x cm 動いたときの△APD の面積を y cm^2 とする。

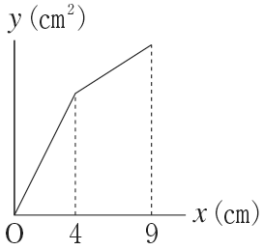
このとき，点 P が A から C まで動くときの x と y の関係を表したグラフとして適切なものを，次の**ア**～**エ**の中から１つ選び，記号で答えなさい。



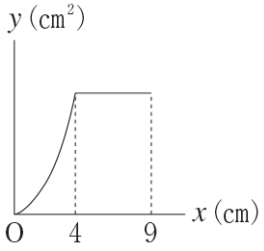
ア



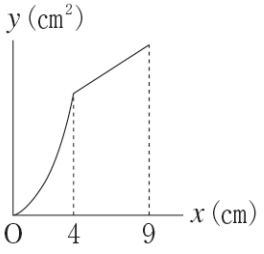
イ



ウ



エ



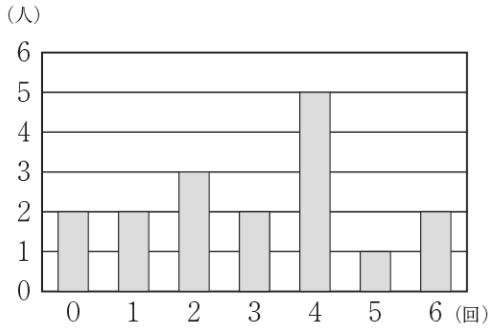
問２　たかしさんは家族でドライブに出かけました。午前 9 時に家を出発して目的地まで，一般道路を時速 30 km，高速道路を時速 80 km で走り，午前 11 時に目的地に到着しました。

走った道のりがあわせて 130 km のとき，一般道路と高速道路をそれぞれ何 km 走ったか，求めなさい。

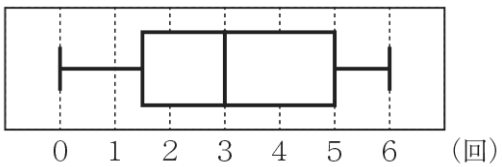
ただし，答えを求める過程がわかるようにかきなさい。

問３　右の図は，あるクラスの生徒 17 人が懸垂を行い，その回数をグラフに表したものである。

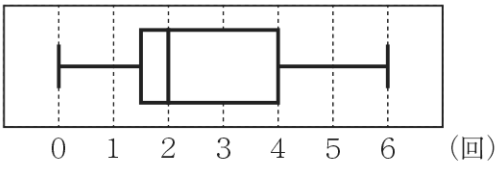
このとき，懸垂の回数の記録を箱ひげ図で表したものとして適切なものを，次の**ア**～**エ**の中から１つ選び，記号で答えなさい。



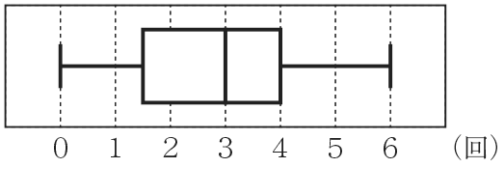
ア



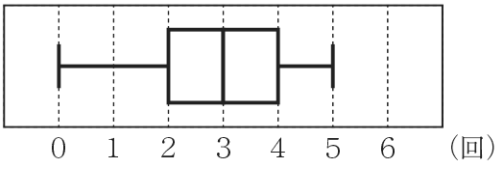
イ



ウ



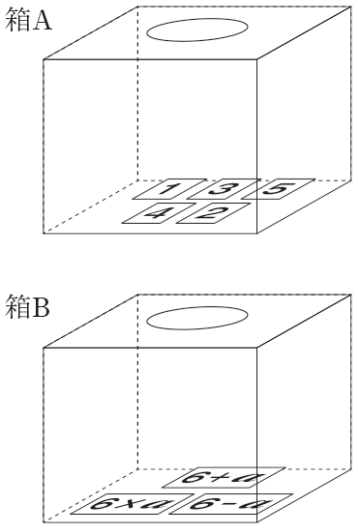
エ



問４　箱 A の中に，1，2，3，4，5 の数字が 1 つずつかかれた 5 枚のカードが，箱 B の中に，「6＋a」，「6－a」，「6×a」の式が 1 つずつかかれた 3 枚のカードが入っている。

箱 A，箱 B の中からカードを 1 枚ずつ取り出し，箱 A から取り出したカードにかかれた数を a とし，箱 B から取り出したカードにかかれた計算をするとき，その結果が奇数になる確率を求めなさい。

ただし，どのカードを取り出すことも，それぞれ同様に確からしいものとする。



問５　右の図は，ある月のカレンダーです。このカレンダーで，3 つの数を  の形で囲みます。次の文は，ようこさんと先生が，囲んだ 3 つの数の和がどんな数になるかを話し合っている会話の一部です。

日	月	火	水	木	金	土
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

ようこ：カレンダーで， の形で囲んだ 3 つの数の和は，1＋2＋9＝12，11＋12＋19＝42 のように，いつでも 2 の倍数になるのかな。

先　生：［ア］ のような場合があるので，いつでも 2 の倍数になるとは限りませんね。他の場合も計算して，どんな数になるか考えてみましょう。

ようこ：他の場合も計算すると， の形で囲んだ 3 つの数の和はいつでも 3 の倍数になるといえそうですね。

次の(1)，(2)に答えなさい。

(1)　［ア］ について， の形で囲んだ 3 つの数の和が 2 の倍数にならない式の例を，1＋2＋9＝12 のような形で 1 つかきなさい。

(2)　下線部のことがらが成り立つ理由を説明しなさい。

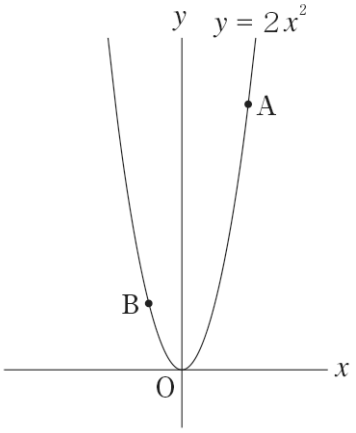
ただし， の形で囲んだ 3 つの数のうち，最も小さい数を n として説明しなさい。

3　**図１**のように，関数 $y=2x^2$ のグラフ上に２点 A (2，8)，B (−1，2) がある。

次の**問１**～**問４**に答えなさい。

問１　関数 $y=2x^2$ について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 1$ のとき，y の変域を求めなさい。

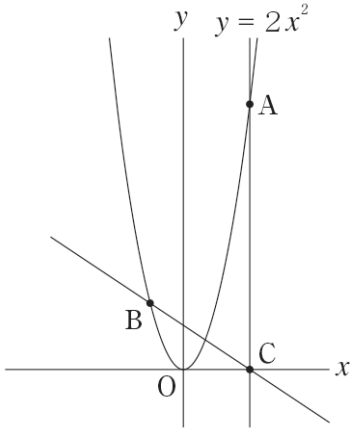
図１



問２　**図２**のように，点 A を通り，y 軸に平行な直線と x 軸との交点を C とする。

このとき，直線 BC の式を求めなさい。

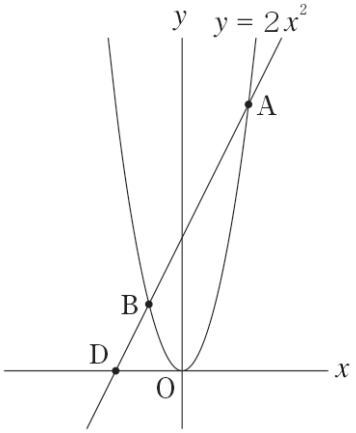
図２



問３　**図３**のように，直線 AB と x 軸との交点を D とする。

このとき，AB : BD を最も簡単な整数の比で表しなさい。

図３

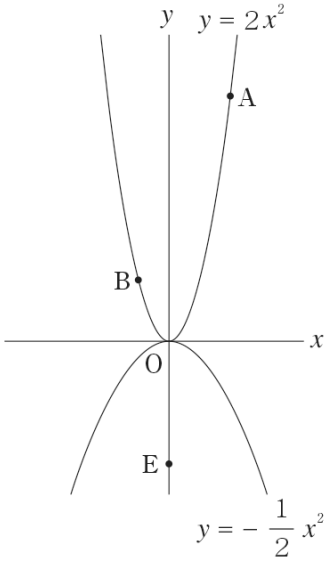


問４　**図４**のように，y 軸上に点 E $(0,\ -4)$ をとる。

また，関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に点 P をとり，△OPE の面積が△OAB の面積の $\frac{1}{2}$ 倍となるようにする。

このとき，点 P の座標をすべて求めなさい。

図４



数-24-公-和歌山-問-04

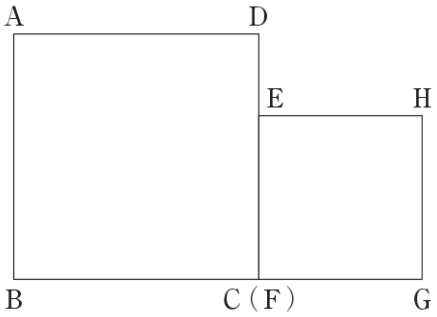
4　**図１**のように，一辺の長さが a cm の正方形 ABCD と，一辺の長さが b cm の正方形 EFGH があり，点 C と点 F が一致するように辺 CD と辺 EF が重なっている。

次の**問１**～**問３**に答えなさい。

問１　**図１**において，点 B と点 H を結ぶ。

$a=3$，$b=2$ のとき，線分 BH の長さを求めなさい。

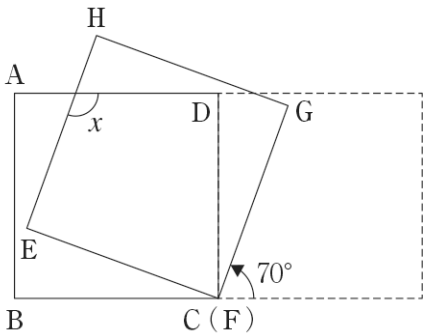
図１



問２　$a=b$ とし，**図２**のように，正方形 EFGH を点 F を中心に反時計回りに 70° 回転させた。

このとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

図２



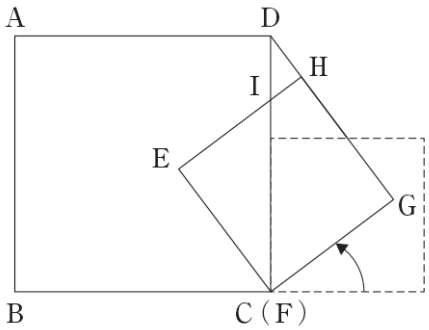
問３　$a=5$，$b=3$ とし，**図３**，**図４**のように，正方形 EFGH を，3 点 D，H，G がこの順で一直線上に並ぶように点Fを中心に反時計回りに回転させた。

次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) **図３**において，辺 CD と辺 EH の交点を I とする。

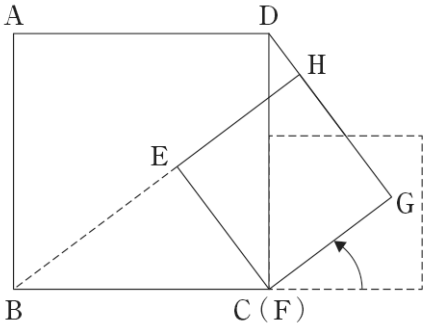
このとき，△DIH の面積を求めなさい。

図３



(2) **図４**において，3 点 B，E，H は一直線上に並ぶことを証明しなさい。

図４



Ｒ６　和歌山県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答			配点	備考
数-24-公-和歌山-KY-01	1	問１	(1)				
			(2)				
			(3)				
			(4)				
			(5)				
		問２	$x=$				
		問３	$n=$				
		問４					
		問５	(1)	個			
			(2)	ア	度		
				イ	直線		
		問６	$\angle x=$ 度				

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-和歌山-KY-02	2	問１				
		問２	〔求める過程〕 一般道路＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿km 高速道路＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿km			
		問３				
		問４				
		問５	(1)			
			(2)	〔説明〕		
数-24-公-和歌山-KY-03	3	問１				
		問２				
		問３	AB：BD＝　　：			
		問４				

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-和歌山-KY-04	4	問１	BH＝　　cm			
		問２	$\angle x$＝　　度			
		問３	(1)	cm^2		
			(2)	〔証明〕		

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-24-公-和歌山-木-01	1	問１	(1)	3	3	
			(2)	$-\frac{10}{3}$	3	
			(3)	$8a-3b$	3	
			(4)	$4\sqrt{7}$	3	
			(5)	$20a+9$	3	
		問２		$x=-2\pm\sqrt{13}$	4	
		問３		$n=14$	4	
		問４		$y=-\frac{6}{x}$	4	
		問５	(1)	5　(個)	2	
			(2) ア	180　(度)	2	
			(2) イ	(直線)　GJ	2	GD，JD も正答とする。
		問６		$\angle x=22$　(度)	4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-和歌山-K-02	2	問１	ア		4	
		問２	〔求める過程〕 一般道路を x km，高速道路を y km 走ったとすると， $\begin{cases} x+y=130 \\ \dfrac{x}{30}+\dfrac{y}{80}=2 \end{cases}$ これを解いて，$x=18$，$y=112$ よって， 一般道路　18　km 高速道路　112　km		6	正解は一例を示したものである。段階的に評価する。
		問３	ウ		4	
		問４	$\dfrac{2}{5}$		4	
		問５	(1)	$2+3+10=15$	2	正解は一例を示したものである。
			(2)	〔説明〕 3 つの数は，n，$n+1$，$n+8$ と表されるから，3 つの数の和は， $n+(n+1)+(n+8)=3n+9=3(n+3)$ となり，$n+3$ は整数だから，$3(n+3)$ は 3 の倍数である。 よって，3 つの数の和はいつでも 3 の倍数になる。	5	正解は一例を示したものである。段階的に評価する。
数-24-公-和歌山-K-03	3	問１	$0 \leqq y \leqq 8$		3	
		問２	$y=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{4}{3}$		4	
		問３	AB : BD＝3 : 1		5	
		問４	$\left(\dfrac{3}{2},\ -\dfrac{9}{8}\right),\ \left(-\dfrac{3}{2},\ -\dfrac{9}{8}\right)$		6	段階的に評価する。

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-和歌山-水-04	4	問１	$BH=\sqrt{29}$ (cm)		3	
		問２	$\angle x=110$ (度)		4	
		問３	(1)	$\frac{3}{8}$ (cm^2)	5	
			(2)	〔証明〕 △BCE と△DCG で，仮定より， BC＝DC　　・・・① CE＝CG　　・・・② また，∠BCE＝90°－∠ECD， ∠DCG＝90°－∠ECD より， ∠BCE＝∠DCG　　・・・③ ①，②，③より 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから， △BCE≡△DCG よって，∠BEC＝∠DGC また，∠DGC＝90°だから， ∠BEC＝90°　　・・・④ ∠CEH＝90°だから，④より， ∠BEC＋∠CEH＝90°＋90°＝180° したがって，3 点 B，E，H は一直線上に並ぶ。	8	正解は一例を示したものである。段階的に評価する。

数-24-公-和歌山-KS-01

1　【小問集合】

問１　(5)　$(a+5)^2-(a-8)(a-2)=a^2+10a+25-(a^2-10a+16)=a^2+10a+25-a^2+10a-16=20a+9$

問３　$\sqrt{126n}=\sqrt{2\times3^2\times7\times n}$ より，$n=2\times7=14$ のとき，$\sqrt{126n}=\sqrt{2^2\times3^2\times7^2}=42$ となり，この n の値が最小である。

問４　y は x に反比例するから，$y=\dfrac{a}{x}$ と表せる。よって，$a=xy=2\times(-3)=-6$ より，$y=-\dfrac{6}{x}$

ポイント》関数の式と定数のまとめ

・y は x に比例する　→　式は $y=ax$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x に反比例する　→　式は $y=\dfrac{a}{x}$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x の１次関数である　→　式は $y=ax+b$，定数 a は「変化の割合」でグラフの「傾き」を，定数 b はグラフの「切片」を，それぞれ表す。

・y は x の２乗に比例する　→　式は $y=ax^2$，定数 a を「比例定数」という。

問５　(1) △DEJ，△EBF，△IJH，△JFG，△HGC の５つである。

(2) **方法１**について，△DEJ を点 J を中心に回転移動させると，△GHJ に重なるから，点 D と点 G が対応している。よって，∠DJG＝180°より，180 度回転移動させたことがわかる。

問６　円周角の定理より，$\angle AOB=2\angle ACB=2\angle x$　…①

OA // CB より，錯角は等しいから，$\angle DBC=\angle AOB=2\angle x$　…②

△DBC の内角の和は 180°だから，$2\angle x+\angle x+114°=180°$　　$3\angle x=66°$　　$\angle x=22°$

数-24-公-和歌山-KS-02

2　【小問集合】

問１　**図１**は，点 P が辺 AB 上にある場合，すなわち，$0\leqq x\leqq4$ のときの図である。

このとき，$\triangle APD=AD\times AP\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{5}{2}x(\text{cm}^2)$

すなわち，$y=\dfrac{5}{2}x$ だから，$0\leqq x\leqq4$ の範囲で直線となっている**ア**，**イ**が適している。

図１

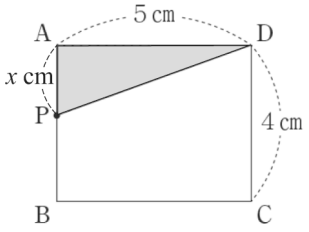
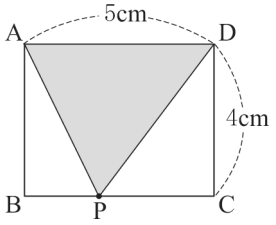


図２は，点 P が辺 BC 上にある場合，すなわち，$4\leqq x\leqq9$ のときの図である。

このとき，$\triangle APD=AD\times DC\times\dfrac{1}{2}=10(\text{cm}^2)$

すなわち，$y=10$ だから，**ア**，**イ**のうちで，$4\leqq x\leqq9$ の範囲で x 軸に平行な直線となっている**ア**が適している。

図２



問３　生徒 17 人の記録を小さい方から順に並べたときの順位を，ヒストグラムに書き加えると**図３**のようになる。ただし，同じ回数の場合でも順位を同じとしないものとする。

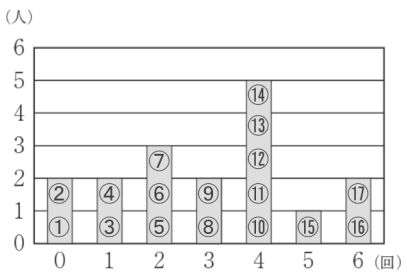
これにより，以下のことがわかる。

・最小値は１番目で，０回

・第１四分位数は４番目と５番目の平均で，$\dfrac{1+2}{2}=1.5$(回)

・中央値は９番目で，３回

図３



・第 3 四分位数は 13 番目と 14 番目の平均で，$\frac{4+4}{2}=4$(回)

・最大値は 17 番目で，6 回

以上のことから，適切な箱ひげ図は**ウ**である。

ポイント》四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用

① 四分位数…(1)第 2 四分位数(中央値)，(2)第 1 四分位数，(3)第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値

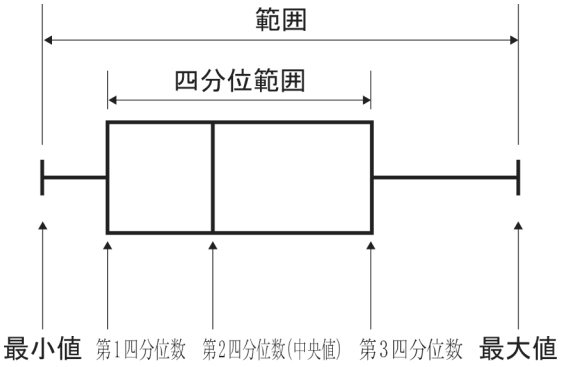
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

② 四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

③ 箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



問 4 取り出した 2 枚のカードの組み合わせと，そのときの計算結果を，**表 1** のようにまとめると，全 15 通りのうち，計算結果が奇数になるのは 6 通りとわかる。よって，求める確率は，$\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$ である。

表 1

a	$6+a$	$6-a$	$6\times a$
1	7	5	6
2	8	4	12
3	9	3	18
4	10	2	24
5	11	1	30

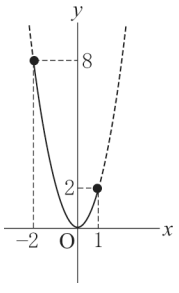
問 5 (1)  の形で囲んだ 3 つの数のうち，最も小さい数（左上の数）が偶数のとき，3 つの数の和は 2 の倍数にならない。

数-24-公-和歌山-KS-03

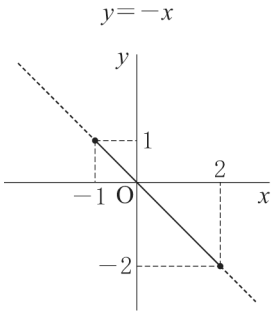
3 【関数のグラフと図形】

問 1 x の変域に注意して，関数のグラフをかくと**図 1** のようになる。よって，y の変域は $0\leqq y\leqq 8$ である。

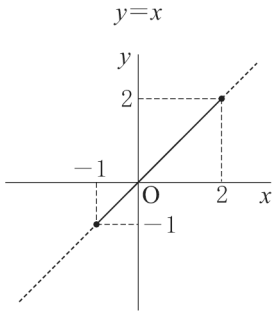
図 1



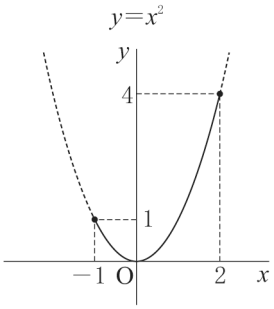
ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！



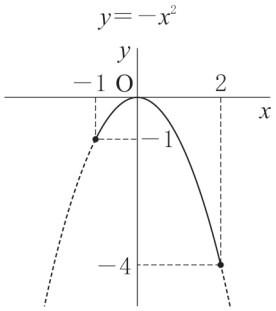
$-2 \leqq y \leqq 1$



$-1 \leqq y \leqq 2$



$0 \leqq y \leqq 4$



$-4 \leqq y \leqq 0$

特に，関数 $y=ax^2$ の変域を求めるときに注意しよう。

問２　点 C は，x 座標が点 A の x 座標と等しく，x 軸上にあるから，C(2，0) である。

よって，直線 BC の式を $y=ax+b$ とおくと，B(−1，2)，C(2，0) をともに通ることから，

$2=-a+b$，$0=2a+b$ の 2 式を得る。これを連立方程式として解くと，$a=-\dfrac{2}{3}$，$b=\dfrac{4}{3}$

よって，直線 BC の式は，$y=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{4}{3}$ である。

ポイント》直線の式の求め方

① $y=ax+b$ とおく。

② その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「$(x，y)$：対応する x，y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

問３　直線 AB の式を $y=cx+d$ とおくと，A(2，8)，B(−1，2) をともに通ることから，$8=2c+d$，$2=-c+d$ の 2 式を得る。これを連立方程式として解くと，$c=2$，$d=4$

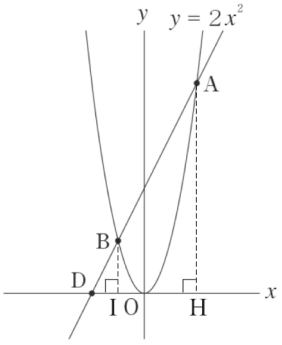
よって，直線 AB の式は，$y=2x+4$ である。

したがって，$y=0$ を代入すると，$0=2x+4$ より，$x=-2$ だから，D(−2，0) である。

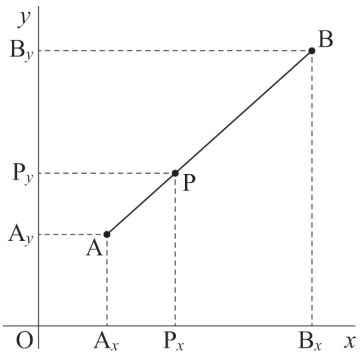
ここで，**図２**のように，2 点 A，B から x 軸に垂線 AH，BI をそれぞれおろす。BI // AH より，平行線と線分の比の性質から，

AB：BD＝HI：ID＝{2−(−1)}：{−1−(−2)}＝3：1

図２



ポイント》グラフ上の線分の比は，x 座標または y 座標を基準にして考える！



⇒　AP：PB＝A_xP_x：P_xB_x＝A_yP_y：P_yB_y

問４　直線 AB と y 軸の交点を F とすると，直線 AB の切片が 4 だから，F(0，4) である。

△OBF の底辺を OF＝4 とすると，高さは点 B の x 座標より

$0-(-1)=1$ だから，$\triangle OBF=4\times1\times\frac{1}{2}=2$

△OAF の底辺を OF＝4 とすると，高さは点 A の x 座標より 2 だから，

$\triangle OAF=4\times2\times\frac{1}{2}=4$

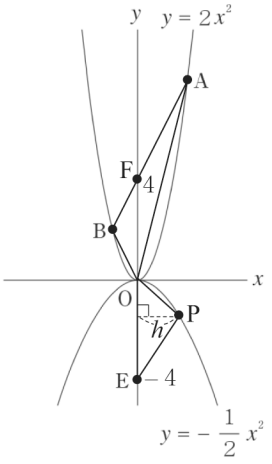
よって，$\triangle OAB=\triangle OBF+\triangle OAF=2+4=6$　…①

また，△OPE の底辺を OE＝4 とすると，高さは点 P と y 軸との距離である。その距離を h とすると，$\triangle OPE=4\times h\times\frac{1}{2}=2h$　…②

①，②より，$2h=6\times\frac{1}{2}$　　$h=\frac{3}{2}$　　よって，点 P の x 座標は，

$\frac{3}{2}$ または $-\frac{3}{2}$ である。

図３



どちらの場合も，点 P が関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の点であることから，点 P の y 座標は同じ値である。よって，その y 座標は，$y=-\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=-\frac{9}{8}$ だから，$P\left(\frac{3}{2},\ -\frac{9}{8}\right)$，$\left(-\frac{3}{2},\ -\frac{9}{8}\right)$

数-24-公-和歌山-KS-04

4　【平面図形】

問１　BG＝a＋b＝5，GH＝b＝2 だから，△BGH で三平方の定理より，$BH^2=BG^2+GH^2=5^2+2^2=29$

BH＞0 より，$BH=\sqrt{29}$

問２　**図１**のように，2 点 G，H が回転移動する前の位置を，それぞれ G′，H′，半直線 AD と半直線 CG の交点を J とする。

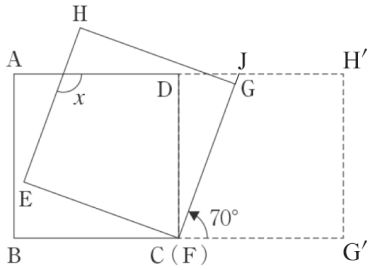
DJ // CG′ より，錯角は等しいから，∠DJC＝∠G′CJ＝70°

HE // JC より，同位角は等しいから，∠x＝∠CJH′

よって，∠CJH′＝180°－∠DJC＝180°－70°＝110° だから，

∠x＝110°

図１



問３　(1) △DCG で三平方の定理より，$DG^2=DC^2-CG^2=5^2-3^2=16$　　DG＞0 より，DG＝4

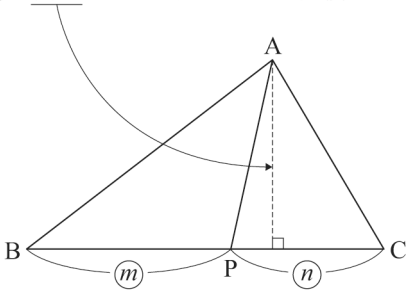
IH // CG より，△DIH∽△DCG だから，DH＝DG－HG＝4－3＝1 より，

相似比は，DH：DG＝1：4，面積の比は，$1^2:4^2=1:16$

よって，$\triangle DIH=\frac{1}{16}\triangle DCG=\frac{1}{16}\times CG\times DG\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}\times3\times4\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$

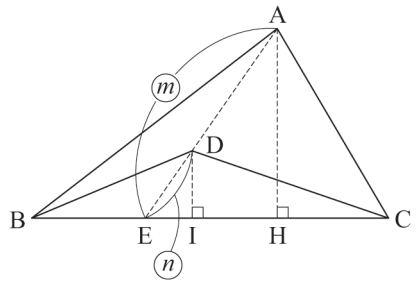
ポイント》面積比は 3 パターン！

①　高さが共通→底辺の比＝面積比



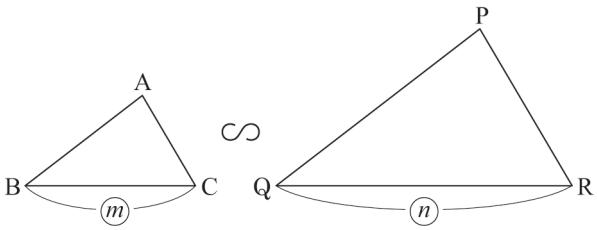
△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

② 底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE
△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③ 相似→相似比の２乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，
△ABC：△PQR＝m^2：n^2