Ｒ７　和歌山県　公立　数学　問題

数-25-公-和歌山-問-01

1　次の**問１**～**問６**に答えなさい。

問１　次の**(1)**～**(5)**を計算しなさい。

(1) $3-9$

(2) $\frac{7}{3}+2\div\left(-\frac{6}{5}\right)$

(3) $2(3a-b)-(2a-5b)$

(4) $\sqrt{50}-\frac{6}{\sqrt{2}}$

(5) $(a+3)(a-3)+(a-4)^2$

問２　次の二次方程式を解きなさい。

$x^2+5x-6=0$

問３　次の**ア**～**オ**の数の中から無理数をすべて選び，その記号をかきなさい。

ただし，πは円周率を表すものとする。

ア　-0.2　　**イ**　$\frac{1}{3}$　　**ウ**　$\sqrt{5}$　　**エ**　$-\sqrt{16}$　　**オ**　π

問４　yはxに比例し，$x=4$のとき，$y=6$である。

$x=-6$のとき，yの値を求めなさい。

問５　**図**のように，線分 AB がある。

次の**手順**に従って直線をひく。

手順

① 点 A，B をそれぞれ中心とし，等しい半径の円を 2 つかく。ただし，2 つの円の交点は 2 つあるとする。

② 2 つの円の交点を C，D とし，直線 CD をひく。

図



次の文は，直線 CD がどのような直線であるかを説明したものである。

文中の［　　］にあてはまる言葉をかきなさい。

2 つの円の半径が等しいことに着目すると，直線 CD は，線分 AB の［　　］である。

問６　あるイベントの参加者は 2500 人であり，この中から 125 人を無作為に抽出し，年齢を調査したところ，15 歳以上 20 歳未満の人数は 36 人であった。このイベントの参加者 2500 人のうち，15 歳以上 20 歳未満の人数は，およそ何人と推定されるか，求めなさい。

数-25-公-和歌山-問-02

2

次の**問１**～**問５**に答えなさい。

問１　ある遊園地の入園料は，おとな 2 人と中学生 3 人では 12400 円，おとな 3 人と中学生 1 人では 12300 円である。

このとき，おとな 1 人の入園料を x 円，中学生 1 人の入園料を y 円として連立方程式をつくり，おとな 1 人と中学生 1 人の入園料はそれぞれ何円か，求めなさい。

ただし，消費税は考えないものとする。

問２　ゆうきさんと先生は，ある整数を，規則的に並んだ整数の和で表すことを考えている。例えば，60は，12＋14＋16＋18 のように，連続する 4 つの偶数の和で表すことができる。

次の文は，そのことについて話し合っているゆうきさんと先生の会話の一部である。

先　生：156 は，連続する 4 つの偶数の和で表すことができますが，その 4 つの偶数は，どのように求められるでしょうか。
(①ゆうきさんがノートに考えをかく。)
ゆうき：求められました。これでいいですか。
先　生：正解です。次は，連続する 4 つの奇数の和で表すことを考えてみましょう。
ゆうき：例えば，324 は，そのように表すことができるかな。
先　生：②連続する 4 つの奇数の和は，8 の倍数になることがわかっていますよ。
ゆうき：そうなんですか。324 は 8 の倍数ではないので，連続する 4 つの奇数の和で表すことができないのですね。でも，どうして連続する 4 つの奇数の和は，8 の倍数になるのだろう。

次の**(1)**，**(2)**に答えなさい。

(1) 下線部①について，次の文は**ゆうきさんの考え**である。文中の［ア］，［イ］，［ウ］にあてはまる文字式をかきなさい。

ゆうきさんの考え

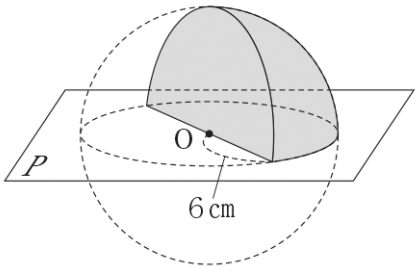
n を整数とする。連続する 4 つの偶数のうち，最も小さい偶数を $2n$ とすると，連続する 4 つの偶数は，小さい順に $2n$，［ア］，［イ］，［ウ］と表される。
4 つの偶数の和が 156 なので，$2n$＋(［ア］)＋(［イ］)＋(［ウ］)＝156
これを解くと，n＝18 となる。
したがって，和が 156 になる連続する 4 つの偶数は，36，38，40，42 である。

(2) 下線部②のことがらが成り立つ理由を，n を使った文字式を用いて説明しなさい。
ただし，n は整数とする。

問３　**図１**のように，半径が 6 cm の球を，中心 O を通る平面 P で切り取り，さらに，O を通り平面 P に垂直な平面で切り取ってできた立体がある。

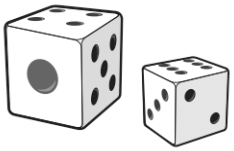
このとき，この立体の表面積を求めなさい。
ただし，円周率はπとする。

図１



問４　2 つのさいころを同時に投げるとき，出る目の和が素数になる確率を求めなさい。

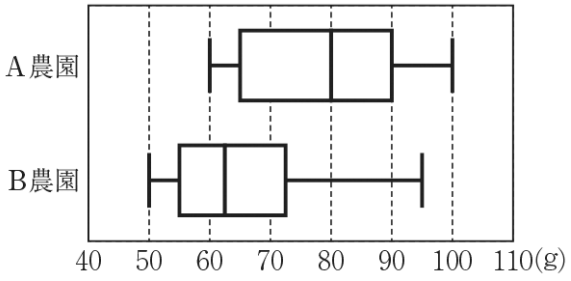
ただし，さいころの 1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。



問５　ある日，A 農園と B 農園では，みかんを 200 個ずつ収穫した。**図２**は，その 200 個それぞれの重さのデータを，農園ごとに箱ひげ図に表したものである。

図２から読みとれることとして，次の**(Ⅰ)**～**(Ⅲ)**は，それぞれ正しいといえますか。下の**ア**～**ウ**の中から最も適切なものを 1 つずつ選び，その記号をかきなさい。

図２　みかんの重さ



(Ⅰ)	A 農園の第 3 四分位数は 60 g 以上 70 g 以下である。
(Ⅱ)	データの範囲は，A 農園より B 農園の方が大きい。
(Ⅲ)	B 農園では，60 g 以下のみかんを 65 個以上収穫できた。

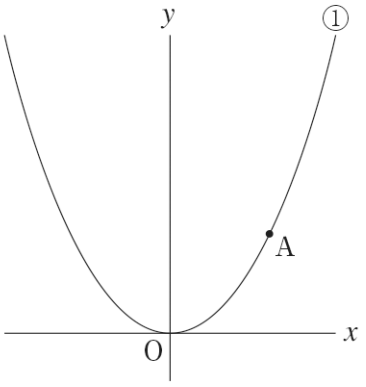
ア　正しい　　**イ**　正しくない　　**ウ**　この図からはわからない

数-25-公-和歌山-問-03

3　**図１**のように，関数 $y=\frac{1}{3}x^2$…①　のグラフ上に点 A (3，3) がある。

次の**問１**～**問４**に答えなさい。

図１



問１　関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ について述べた文として正しいものを，次の**ア**～**ウ**の中からすべて選び，その記号をかきなさい。

ア　この関数のグラフは，y 軸を対称の軸として，線対称である。

イ　変化の割合は一定である。

ウ　$x>0$ の範囲で，x の値が増加すると，y の値は増加する。

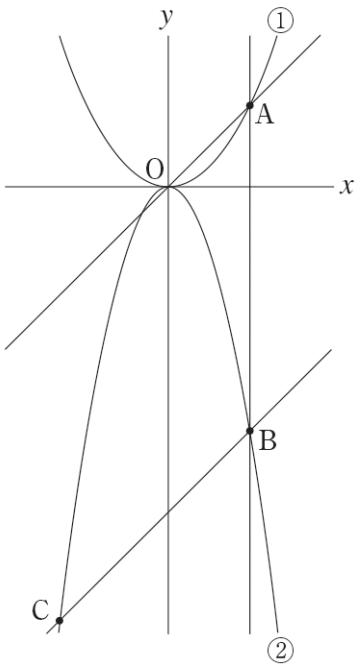
問２　x 軸上に点 P をとり，△AOP の面積が 6 となるようにする。

このとき，P の座標をすべて求めなさい。

問３　**図２**のように，関数 $y=ax^2$ $(a<0)$ …②　のグラフ上に 2 点 B，C をとり，直線 AB と y 軸が平行，AO // BC となるようにする。

C の x 座標が -4 のとき，a の値を求めなさい。

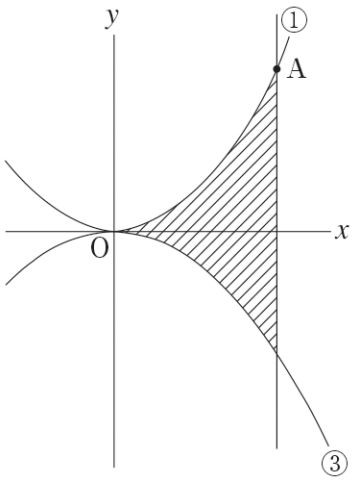
図２



問４　**図３**のように，A を通り y 軸に平行な直線と①のグラフおよび関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$…③　のグラフで表された曲線によって囲まれた図形 ( の部分) がある。

この図形の周および内部において，x 座標と y 座標がともに整数である点の個数を求めなさい。

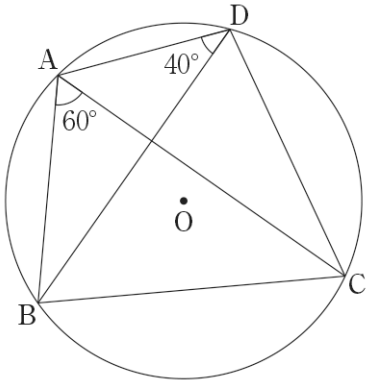
図３



4 円 O の周上に 4 点 A，B，C，D がある。
次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　**図１**のように，∠ADB＝40 °，∠BAC＝60 °のとき，∠ABC の大きさを求めなさい。

図１



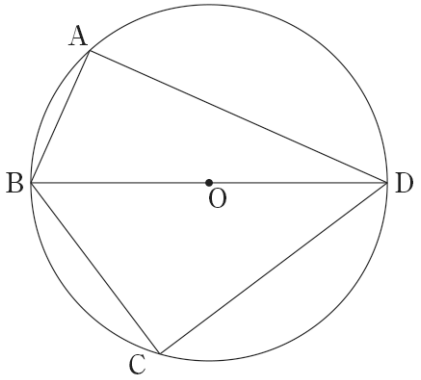
問２　**図２**，**図３**，**図４**において，線分 BD は円 O の直径である。

また，**図３**，**図４**において，線分 AC と線分 BD との交点を E，直線 CO と線分 AD との交点を F とする。

次の**(1)**～**(3)**に答えなさい。

(1) **図２**のように，AB＝2 cm，BC＝3 cm，CD＝4 cm のとき，線分 AD の長さを求めなさい。

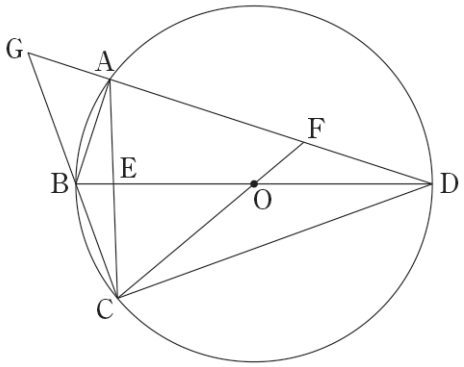
図２



(2) **図３**のように，直線 AD と直線 BC との交点を G とする。

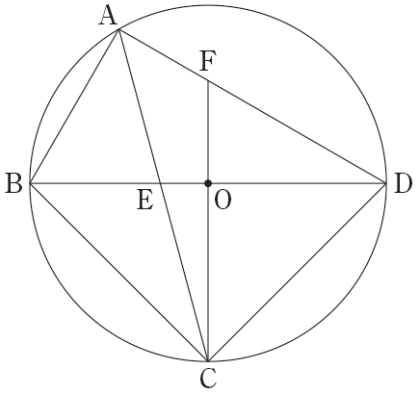
このとき，△GCF∽△CAF を証明しなさい。

図３



(3) **図４**のように，AB＝BO，BC＝CD，AE＝$3\sqrt{2}$ cm のとき，線分 CF の長さを求めなさい。

図４



Ｒ７　和歌山県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-25-公-和歌山-N-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
			(5)			
		問２	$x=$			
		問３				
		問４	$y=$			
		問５				
		問６	およそ　　人			

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-25-公-和歌山-N-02	2	問１	連立方程式				
			答え	おとな１人の入園料　　円 中学生１人の入園料　　円			
		問２	(1)	ア			
				イ			
				ウ			
			(2)	〔説明〕			
		問３	cm^2				
		問４					
		問５	(Ⅰ)				
			(Ⅱ)				
			(Ⅲ)				
数-25-公-和歌山-N-03	3	問１					
		問２					
		問３	$a=$				
		問４	個				

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-25-公-和歌山-K-04	4	問1	∠ABC＝　　度			
		問2	(1)	AD＝　　cm		
			(2)	〔証明〕		
			(3)	CF＝　　cm		

Ｒ７　和歌山県　公立　数学　解答

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-25-公-和歌山-K-01	1	問１	(1)	-6	3	
			(2)	$\frac{2}{3}$	3	
			(3)	$4a+3b$	3	
			(4)	$2\sqrt{2}$	3	
			(5)	$2a^2-8a+7$	3	
		問２		$x=-6,\ 1$	4	
		問３		**ウ，オ**	4	段階的に評価する。
		問４		$y=-9$	4	
		問５		垂直二等分線	4	
		問６		(およそ)　720　(人)	4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-25-公-和歌山-K-02	2	問1	連立方程式	$\begin{cases} 2x+3y=12400 \\ 3x+y=12300 \end{cases}$	3	段階的に評価する。
			答え	(おとな1人の入園料)　3500　(円) (中学生1人の入園料)　1800　(円)	3	両方できて正答とする。
		問2	(1)	ア　$2n+2$	3	すべてできて正答とする。
				イ　$2n+4$		
				ウ　$2n+6$		
			(2)	〔説明〕 連続する4つの奇数のうち，最も小さい奇数を$2n+1$とすると，連続する4つの奇数は，小さい順に$2n+1$，$2n+3$，$2n+5$，$2n+7$と表されるから，その和は， $(2n+1)+(2n+3)+(2n+5)+(2n+7)=8n+16$ $=8(n+2)$ となり，$n+2$は整数だから，$8(n+2)$は8の倍数である。 したがって，連続する4つの奇数の和は8の倍数になる。	5	正解は一例を示したものである。段階的に評価する。
		問3		72π　(cm^2)	4	
		問4		$\frac{5}{12}$	4	
		問5	(Ⅰ)	イ	2	
			(Ⅱ)	ア	2	
			(Ⅲ)	ウ	2	
数-25-公-和歌山-K-03	3	問1		ア，ウ	3	すべてできて正答とする。
		問2		$(-4,\ 0),\ (4,\ 0)$	4	段階的に評価する。
		問3		$a=-1$	5	
		問4		11　(個)	6	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-25-公-和歌山-K04	4	問１	∠ABC＝80　(度)		3	
		問２	(1)	AD＝$\sqrt{21}$　(cm)	4	
			(2)	〔証明〕 △GCF と△CAF で, 共通な角であるので, ∠GFC＝∠CFA　　・・・① $\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$に対する円周角は等しいので, ∠CBD＝∠CAF　　・・・② また，円 O の半径は等しいので, △OBC は OB＝OC の二等辺三角形である。 二等辺三角形の底角は等しいので, ∠CBD＝∠GCF　　・・・③ ②，③より，∠GCF＝∠CAF　　・・・④ ①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので, △GCF∽△CAF	7	正解は一例を示したものである。段階的に評価する。
			(3)	CF＝4＋2$\sqrt{3}$　(cm)	5	

数-25-公-和歌山-KS-01

1　【小問集合】

問１　**(4)** $\sqrt{50}-\dfrac{6}{\sqrt{2}}=\sqrt{2\times5^2}-\dfrac{6\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=5\sqrt{2}-3\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

これだけは！ 根号を含む式の計算

1 $\sqrt{\ }$の中に同じ数の2乗があったら，1つにして$\sqrt{\ }$の外に出す。
$\sqrt{72}=\sqrt{2^2\times3^2\times2}=2\times3\times\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

2 乗除は，$\sqrt{\ }$の外どうし，中どうしで計算する。
$2\sqrt{3}\times3\sqrt{5}=2\times3\times\sqrt{3\times5}=6\sqrt{15}$

$\dfrac{\overset{1}{\cancel{2}}\sqrt{\overset{\sqrt{5}}{\cancel{10}}}}{\underset{3}{\cancel{6}}\underset{\sqrt{1}}{\cancel{\sqrt{2}}}}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

3 分母に$\sqrt{\ }$があるときは，$\sqrt{\ }$のない形にする。(分母の有理化)

$\dfrac{2}{\sqrt{3}}$　分母の$\sqrt{\ }$と同じ数を分子と分母の両方にかける。

$=\dfrac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

4 加減は，文字式のように計算する。

$2\sqrt{2}-3\sqrt{3}+\sqrt{2}+2\sqrt{3}$	$2x-3y+x+2y$
$=2\sqrt{2}+\sqrt{2}-3\sqrt{3}+2\sqrt{3}$	$=2x+x-3y+2y$
$=(2+1)\sqrt{2}+(-3+2)\sqrt{3}$	$=(2+1)x+(-3+2)y$
$=3\sqrt{2}-\sqrt{3}$	$=3x-y$

(5) $(a+3)(a-3)+(a-4)^2=a^2-9+a^2-8a+16=2a^2-8a+7$

問３　分数で表すことのできる数を有理数，有理数でない数を無理数という。

ア$\cdots-0.2=-\dfrac{1}{5}$　　**イ**$\cdots\dfrac{1}{3}$　　**エ**$\cdots-\sqrt{16}=-4=\dfrac{-4}{1}$

この３つの数は有理数だから，**ウ**，**オ**が答え。

問４　yはxに比例するから，$y=ax$と表される。よって，$6=a\times4$より，$a=\dfrac{3}{2}$

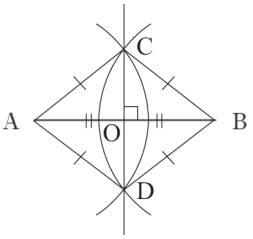
$y=\dfrac{3}{2}x$に$x=-6$を代入して，$y=\dfrac{3}{2}\times(-6)=-9$

これだけは！ 関数の式と定数のまとめ

・yはxに比例する
→式は$y=ax$，定数aを「比例定数」という。
・yはxに反比例する
→式は$y=\dfrac{a}{x}$，定数aを「比例定数」という。
・yはxの１次関数である
→式は$y=ax+b$，定数aは「変化の割合」でグラフの「傾き」を，定数bはグラフの「切片」を，それぞれ表す。
・yはxの２乗に比例する
→式は$y=ax^2$，定数aを「比例定数」という。

問5　**手順**に従って作図し，点 A と C，A と D，B と C，B と D を結ぶと**図1**のようになる。四角形 ADBC は 4 つの辺が等しいから，ひし形である。対角線の交点を O とすると，AO＝BO，AB⊥CD だから，直線 CD は，線分 AB の垂直二等分線である。

図1



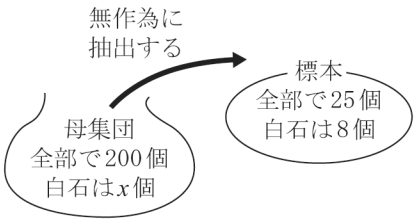
問6　標本における 15 歳以上 20 歳未満の参加者の割合は$\frac{36}{125}$であり，母集団においても同じ割合であるとみなすと，$2500\times\frac{36}{125}=720$ より，15 歳以上 20 歳未満の人数は，およそ 720 人である。

これだけは！ 標本調査の利用

・対象とする集団から，かたよりのないようにその一部を取り出して調べ，その結果から集団全体の性質を推定する調査のことを，**標本調査**という。このとき，集団全体を**母集団**，取り出した一部を**標本**，かたよりなく標本を取り出すことを**無作為に抽出する**という。
・母集団の中に含まれるものの個数を**母集団の大きさ**，標本の中に含まれるものの個数を**標本の大きさ**という。

・標本調査においては，母集団におけるある条件を満たすものの割合と，標本における同じ条件を満たすものの割合とが，等しいものとみて推定を行う。

例題　袋の中に同じ大きさの白石と黒石が合計200個入っている。この袋の中の石をよく混ぜてから25個の石を取り出したところ，白石が8個含まれていた。袋の中に入っていた白石の個数を推定しなさい。



［割合を表す分数を使った解答］
袋の中に入っていた白石の個数をx個とすると，
(母集団における白石の個数の割合)＝(標本における白石の個数の割合)

だから，$\frac{x}{200}=\frac{8}{25}$　これを解いて，$x=64$(個)

［比例式を使った解答］
袋の中に入っていた白石の個数をx個とすると，
(母集団の大きさ) : (母集団における白石の個数)＝(標本の大きさ) : (標本における白石の個数)
だから，$200:x=25:8$　これを解いて，$x=64$(個)

2　【小問集合】

問2　**(1)**，**(2)** 連続する偶数と，連続する奇数は，それぞれ 2 ずつ増えていく。

問3　この立体は半径 6 cm の球を 4 等分したうちの 1 つ分である。

立体の切り口の面積は，半径が 6 cm の半円の面積 2 つ分だから，$\pi\times6^2\times\frac{1}{2}\times2=36\pi(\text{cm}^2)$

それ以外の部分の面積は，もとの球の表面積の$\frac{1}{4}$だから，$4\pi\times6^2\times\frac{1}{4}=36\pi(\text{cm}^2)$

よって，立体の表面積は，$36\pi+36\pi=72\pi(\text{cm}^2)$

問4　2 つのさいころの目の出方と，その和をまとめると**表1**のようになる。全 36 通りの目の出方のうち，出る目の和が素数になるのは○印をつけた 15 通りだから，求める確率は$\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$である。

表1

＼	1	2	3	4	5	6
1	②	③	4	⑤	6	⑦
2	③	4	⑤	6	⑦	8
3	4	⑤	6	⑦	8	9
4	⑤	6	⑦	8	9	10
5	6	⑦	8	9	10	⑪
6	⑦	8	9	10	⑪	12

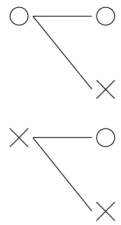
これだけは！ 確率の求め方

・あることがらの起こりやすさの程度を表す数を**確率**といい，$\frac{\text{あることがらが起こる場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}}$ で求められる。

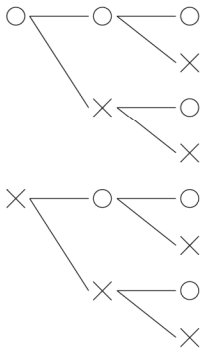
・絶対に起こらないことがらの確率は0で，絶対に起こることがらの確率は1だから，確率の値の範囲は，0以上1以下である。

【よく出るパターン】

① 2枚の硬貨を投げる
・表を○，裏を×とすると，下のような樹形図がかける。



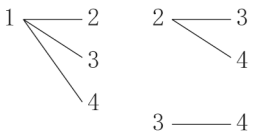
② 3枚の硬貨を投げる
・表を○，裏を×とすると，下のような樹形図がかける。



③ 2個のさいころを投げる
・2個のさいころの出る目の組み合わせを，下のような表に表す。

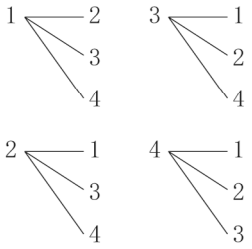
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

④ 4枚のカードから，2枚のカードを同時に取り出す
・4枚のカードを1，2，3，4と表すと，下のような樹形図がかける。



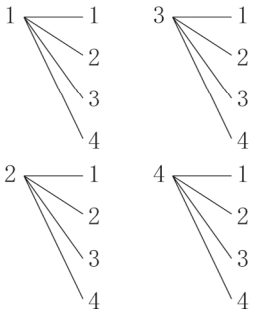
※「同時に取り出す」ので，2枚のカードの順番は考えない。
※「同時に取り出す」ので，同じカードが2枚取り出されることはない。

⑤ 4枚のカードから2枚のカードを1枚ずつ続けて取り出す(取り出したカードはもとにもどさない)
・4枚のカードを1，2，3，4と表すと，下のような樹形図がかける。



※「続けて取り出す」ので，同じカードが2枚取り出されることはない。

⑥ 4枚のカードから1枚のカードを取り出し，もとにもどしてから，もう1枚のカードを取り出す
・4枚のカードを1，2，3，4と表すと，下のような樹形図がかける。



※「もとにもどしてから」とあるので，同じカードが2枚取り出されることもありうる。

問5 (Ⅰ)…A農園の第3四分位数は，箱ひげ図の箱の右端より90gとわかる。よって，正しくない。
(Ⅱ)…A農園の範囲は100−60＝40(g)であり，B農園の範囲はそれより大きいから，正しい。
(Ⅲ)…200個のデータにおける第1四分位数は，重さの軽い方から50番目と51番目の平均である。B農園の第1四分位数は60gより小さいから，60g以下のみかんを50個以上収穫できたことはわかるが，65個以上であるかは，この図からはわからない。

数-25-公-和歌山-KS-03

3 【関数のグラフと図形】

問1 **ア**…yがxの2乗に比例する関数のグラフは，y軸に関して線対称だから，正しい。
イ…グラフは放物線と呼ばれる曲線だから，変化の割合は一定ではない。よって，正しくない。
ウ…$x>0$の範囲とは，座標平面においてy軸よりも右側の範囲のことであり，グラフはその範囲で右上がりとなっている。よって，xの値が増加すると，yの値が増加するので，正しい。

これだけは！ 変化の割合

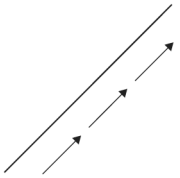
変化の割合とは，xの値が増加したときに，yの値がどれだけ変化するかを割合で示したもの。

変化の割合$=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$　…①　で求めることができる。

また，グラフの形状によって，注意点が異なる。

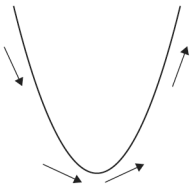
・直線のグラフ(比例$y=ax$，一次関数$y=ax+b$)

→変化の割合は一定で，定数aの値に等しい。



・曲線のグラフ(反比例$y=\dfrac{a}{x}$，関数$y=ax^2$)

→変化の割合は区間により変化するため，①を利用して計算する必要がある。

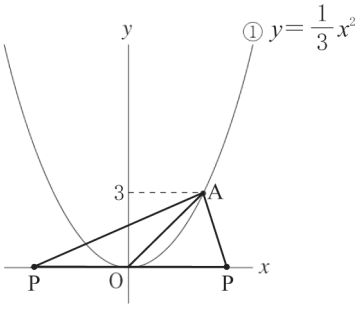


※関数$y=ax^2$において，xの値がpからqまで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$で求められる。

問2　**図1**より，$\triangle AOP=\dfrac{1}{2}\times OP\times 3=6$ だから，$OP=4$

よって，$P(-4,\ 0)$，$(4,\ 0)$

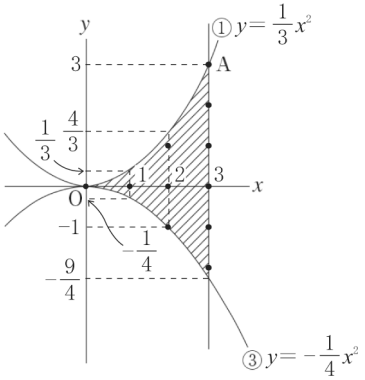
図1



問3　$B(3,\ 9a)$，$C(-4,\ 16a)$ より，直線BCの傾きは，$\dfrac{9a-16a}{3-(-4)}=-a$，直線AOの傾きは，$\dfrac{3}{3}=1$ だから，AO // BC より，$-a=1$　　$a=-1$

問4　①のグラフ上の，x座標が1，2，3である点は，$\left(1,\ \dfrac{1}{3}\right)$，$\left(2,\ \dfrac{4}{3}\right)$，$(3,\ 3)$，③のグラフ上の，$x$座標が1，2，3である点は，$\left(1,\ -\dfrac{1}{4}\right)$，$(2,\ -1)$，$\left(3,\ -\dfrac{9}{4}\right)$だから，▨の部分の周および内部において，$x$座標と$y$座標がともに整数である点は，**図2**より，11個である。

図2



数-25-公-和歌山-KS-04

4　【平面図形】

問1　$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角より，$\angle ACB=\angle ADB=40°$

$\triangle ABC$ の内角の和より，$\angle ABC=180°-(60°+40°)=80°$

問２　**(1)** 半円の弧に対する円周角は 90°だから，△ABD，△BCD は直角三角形である。

△BCD で三平方の定理より，$BD^2=BC^2+CD^2=3^2+4^2=25$

△ABD で三平方の定理より，$AD^2=BD^2-AB^2=25-2^2=21$　　AD＞0 より，$AD=\sqrt{21}$ cm

(2) 円周角の定理と，OB＝OC である二等辺三角形 OBC から，2 組の角がそれぞれ等しいことを示す。

(3) △ABO は AB＝BO＝AO だから，正三角形である。よって

∠ABO＝60°

∠BAD＝90°，∠ABO＝60°で△ABD の内角の和より∠ADB＝30°

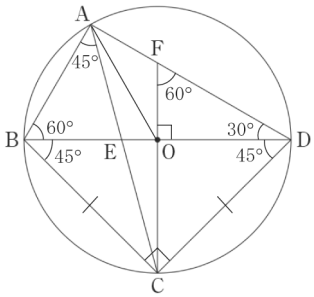
また，△BCD は直角二等辺三角形であり，BO＝DO より，

BD⊥OC

$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角より，∠BAC＝∠BDC＝45°

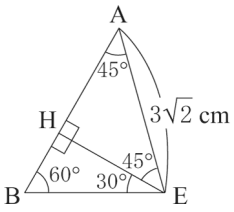
以上のことから，それぞれの角の大きさは**図１**のようになる。

図１



ここで，**図２**のように，△ABE の頂点 E から辺 AB に垂線 EH をおろすと，△AHE は直角二等辺三角形，△HBE は 30°，60°，90°の大きさの内角をもつ直角三角形になる。

図２



△AHE において，$AH=HE=\frac{1}{\sqrt{2}}AE=\frac{1}{\sqrt{2}}\times 3\sqrt{2}=3$(cm)

△HBE において，$HB=\frac{1}{\sqrt{3}}HE=\frac{1}{\sqrt{3}}\times 3=\sqrt{3}$(cm)

よって，$AB=3+\sqrt{3}$(cm) だから，AB＝BO＝AO より，円 O の半径は $3+\sqrt{3}$(cm) である。

次に，**図１**の△FOD も 30°，60°，90°の大きさの内角をもつ直角三角形だから，

$OF=\frac{1}{\sqrt{3}}OD=\frac{1}{\sqrt{3}}\times(3+\sqrt{3})=\sqrt{3}+1$(cm)

よって，$CF=OC+OF=(3+\sqrt{3})+(\sqrt{3}+1)=4+2\sqrt{3}$(cm)