H30　山形県　公立　数学　問題

数-18-公-山形-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問１　次の式を計算しなさい。

(1)　$5-(1-4)$

(2)　$\frac{1}{3}-\frac{5}{6}\div\frac{7}{4}$

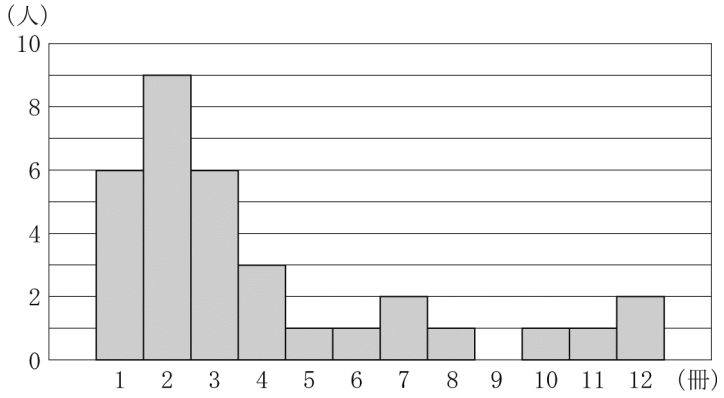
(3)　$-3a^2\times(-2b)^2\div 6ab$

(4)　$\frac{30}{\sqrt{6}}-\sqrt{24}$

問２　$x=-16$ のとき，x^2+x-20　の値を求めなさい。求め方も書くこと。

問３　２次方程式　$(2x-1)(x+8)=7x+4$　を解きなさい。解き方も書くこと。

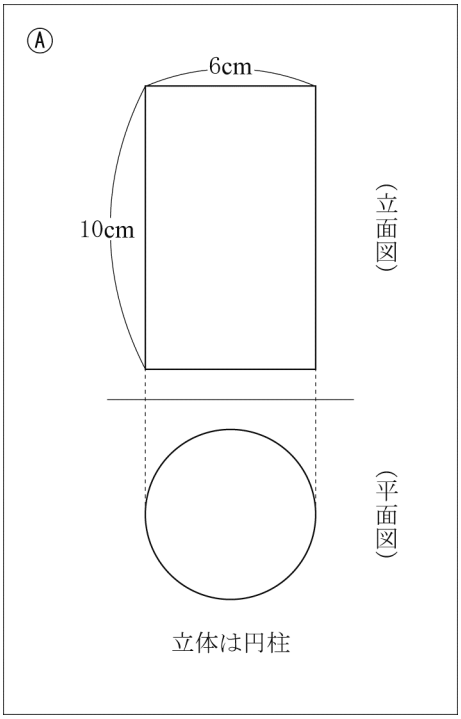
問４　下の図は，クラスの生徒 33 人が夏休みに読んだ本の冊数を，ヒストグラムに表したものである。このヒストグラムにおいて，平均値を a，中央値を b，最頻値を c とするとき，a，b，c の関係を表す不等式として最も適切なものを，あとの**ア**～**ウ**から１つ選び，記号で答えなさい。

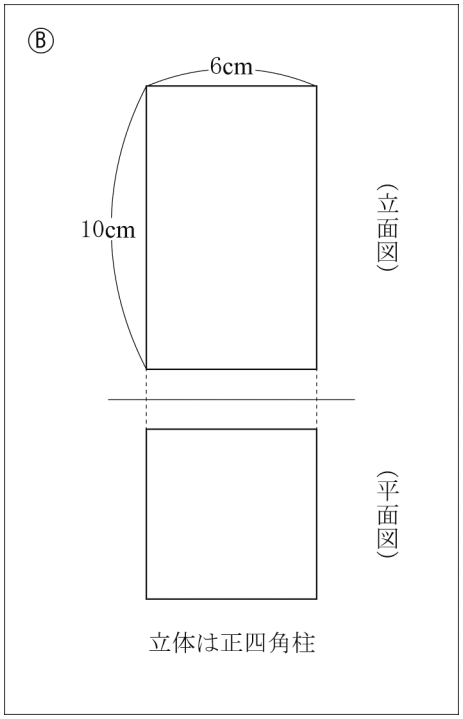


ア　$a<b<c$　　**イ**　$b<c<a$　　**ウ**　$c<b<a$

問５　≪選択問題≫

下の図は，数学の授業で学んだ立体を投影図に表したものである。Ⓐ，Ⓑの**どちらか１つを選び**，その投影図で表された立体の**表面積**を求めなさい。なお，円周率はπとし，選んだ投影図の記号を解答欄に書くこと。



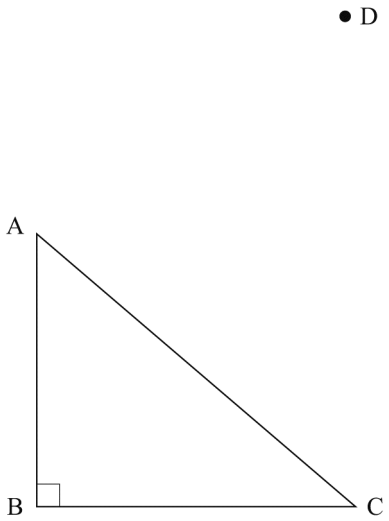


問６　下の図において，△ABC は，∠ABC＝90° の直角三角形であり，点 D は，△ABC の外部の点である。下の【条件】の①，②をともにみたす点 P を，定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし，作図に使った線は残しておくこと。

【条件】

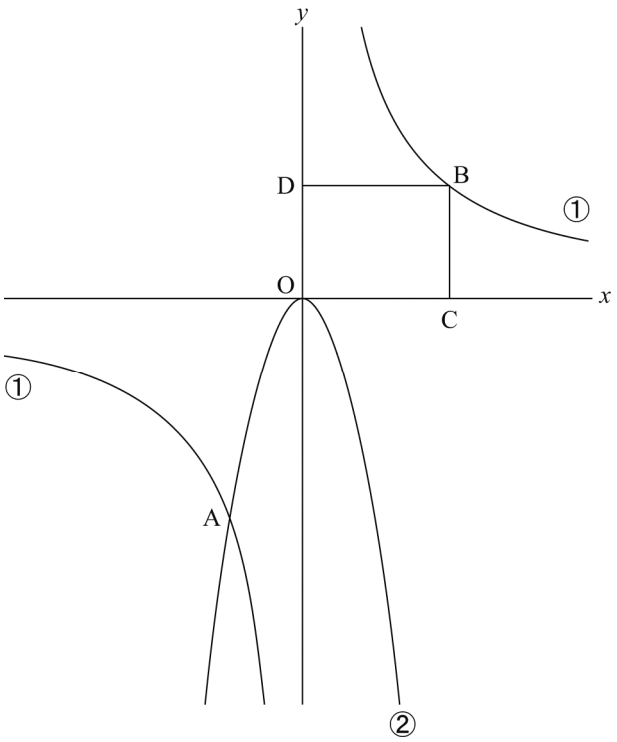
①　点 P は，直線 BD 上にある。
②　∠APB＝∠ACB である。



2 次の問いに答えなさい。

問１ 右の図において，①は反比例のグラフ，②は関数 $y=-x^2$ のグラフである。

①と②との交点を A とする。また，①のグラフ上に点 B をとり，B から x 軸，y 軸に，それぞれ垂線をひき，x 軸，y 軸との交点を，それぞれ C，D とする。点 A の x 座標が -3 であるとき，次の問いに答えなさい。



(1) 関数 $y=-x^2$ について，x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(2) 四角形 OCBD の面積を求めなさい。

問２ 次の問題について，あとの問いに答えなさい。

〔問題〕

A 市の家庭における 1 か月あたりの水道料金は，

（水道料金）＝（基本料金）＋（水の使用量に応じた使用料金）

となっています。使用量が 30 m^3 までは，1 m^3 あたりの使用料金が一定であり，使用量が 30 m^3 を超えた分の 1 m^3 あたりの使用料金は，使用量が 30 m^3 までの 1 m^3 あたりの使用料金より 80 円高くなっています。

A 市の，ある家庭における 1 か月の水道料金は，使用量が 32 m^3 のときは 5310 円，使用量が 28 m^3 のときは 4710 円でした。使用量が 30 m^3 までの 1 m^3 あたりの使用料金はいくらですか。

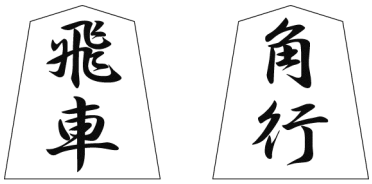
(1) この問題を解くのに，方程式を利用することが考えられる。文字で表す数量を，単位をつけて示し，問題にふくまれる数量の関係から，1 次方程式または連立方程式のいずれかをつくりなさい。

(2) 使用量が 30 m^3 までの 1 m^3 あたりの使用料金を求めなさい。

問３　**図１**のような，飛車，角行の文字が書かれた将棋の駒がある。**図２**のように，A，B の箱の中に，それぞれ飛車，角行が１枚ずつ入っており，C の箱の中に，飛車，角行が２枚ずつ入っている。太郎さんは，A，B の箱から，それぞれ１枚ずつ駒を取り出し，花子さんは，C の箱から同時に２枚の駒を取り出す。このとき，あとの問いに答えなさい。

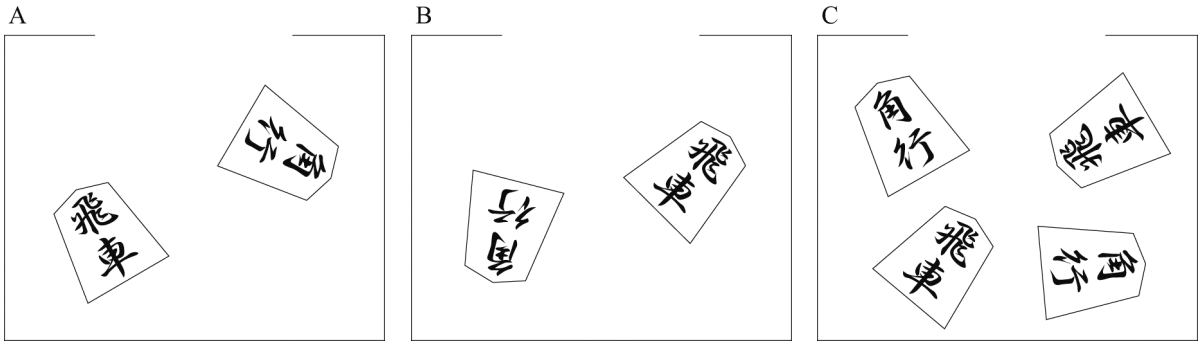
ただし，それぞれの箱において，どの駒が取り出されることも同様に確からしいものとする。

図１



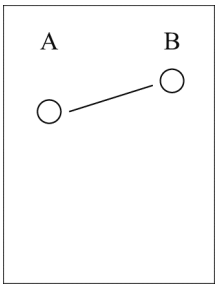
飛車　　角行

図２



(1) **図３**は，太郎さんの取り出す駒について，飛車を○，角行を×として，起こりうるすべての場合を示した樹形図の一部である。**図３**に残りの部分をかき加えなさい。

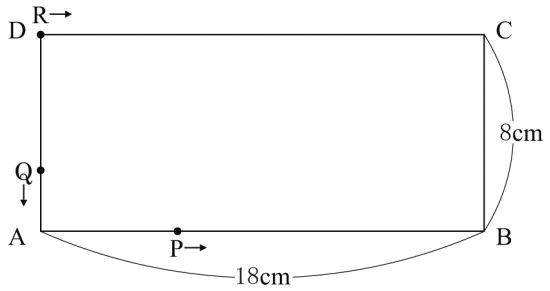
図３



(2) ２枚とも飛車が出やすいのは，太郎さんと花子さんのどちらか，答えなさい。また，その理由を，確率を使って説明しなさい。

3 図１の長方形 ABCD において，AB＝18 cm，BC＝8 cm である。点 P は，A を出発し，毎秒 2 cm の速さで辺 AB 上を B まで動き，B で停止する。点 Q は，点 P と同時に D を出発し，毎秒 2 cm の速さで辺 DA 上を A まで動き，A で停止する。点 R は，最初 D の位置にあり，点 Q が A に到着すると同時に D を出発し，毎秒 3 cm の速さで辺 DC 上を C まで動き，C で停止する。このとき，それぞれの問いに答えなさい。

図１



問１　図２のように，3 点 P，Q，R を結び，△PQR をつくる。点 P が A を出発してから x 秒後の△PQR の面積を y cm^2 として，点 P，Q，R がすべて停止するまでの x と y の関係を表にかきだしたところ，**表１**のようになった。あとの問いに答えなさい。

図２

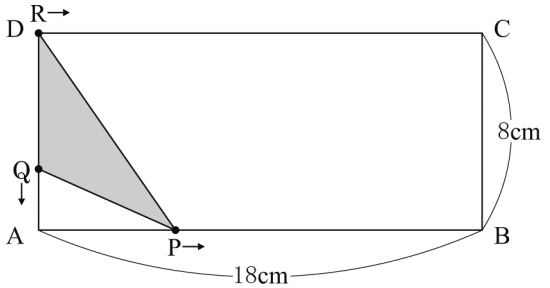


表１

x	0	…	4	…	10
y	0	…	32	…	72

(1) 点 P が A を出発してから 3 秒後の△PQR の面積を求めなさい。

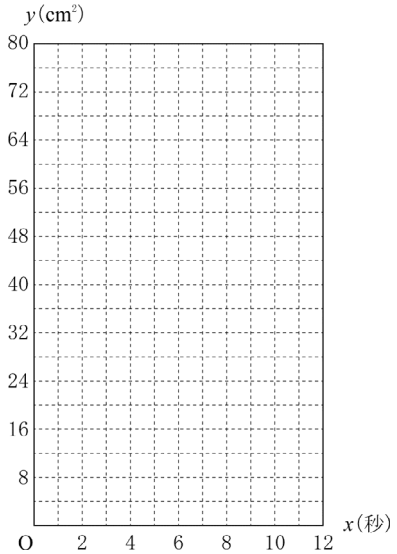
(2) **表２**は，点 P，Q，R がすべて停止するまでの x と y の関係を式に表したものである。［ア］～［ウ］にあてはまる数または式を，それぞれ書きなさい。

また，このときの x と y の関係を表すグラフを，**図３**にかきなさい。

表２

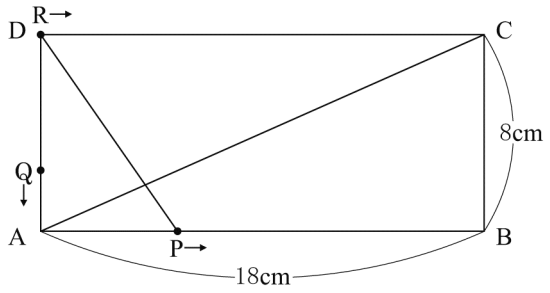
xの変域	式
$0 \leqq x \leqq 4$	$y =$ ［イ］
$4 \leqq x \leqq$ ［ア］	$y =$ ［ウ］
［ア］ $\leqq x \leqq 10$	$y = 72$

図３



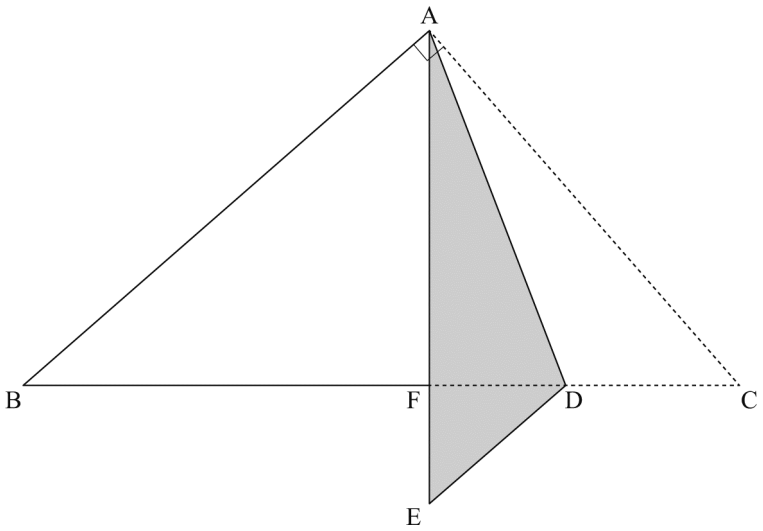
問２　**図４**のように，長方形 ABCD の対角線 AC をひき，点 P と R を結ぶ。線分 PR が対角線 AC の中点を通るのは，点 P が A を出発してから何秒後か，求めなさい。

図４



数-18-公-山形-問-04

4　下の図のように，∠BAC＝90°の△ABC の辺 BC 上に点 D をとり，△ABC を，線分 AD を折り目として折り返し，頂点 C がうつった点を E とすると，AB // DE となった。線分 AE と線分 BD との交点を F とするとき，あとの問いに答えなさい。



問１　△ABC∽△FBA であることを証明しなさい。

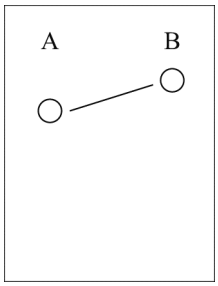
問２　AB＝6 cm，BC＝8 cm であるとき，次の問いに答えなさい。

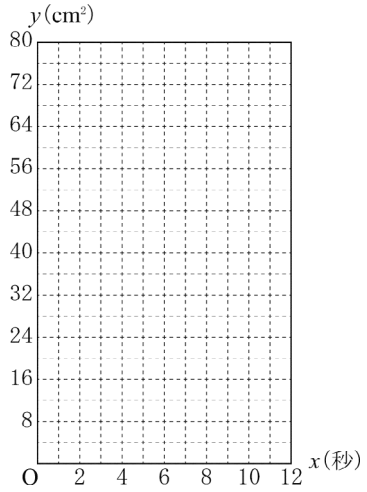
(1) DF の長さを求めなさい。

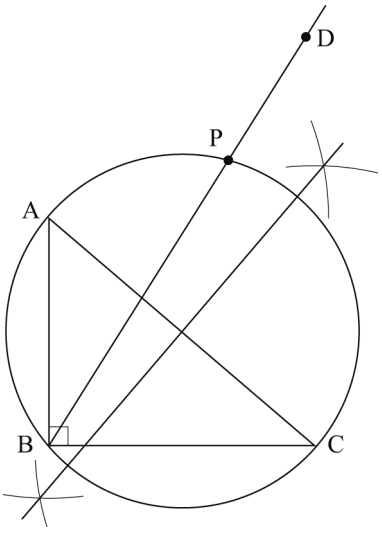
(2) △ADE を，直線 AE を軸として１回転させてできる立体の体積を求めなさい。なお，円周率はπとする。

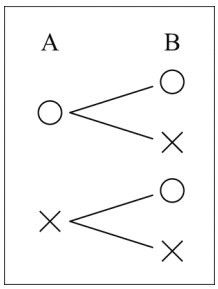
数学　解答用紙

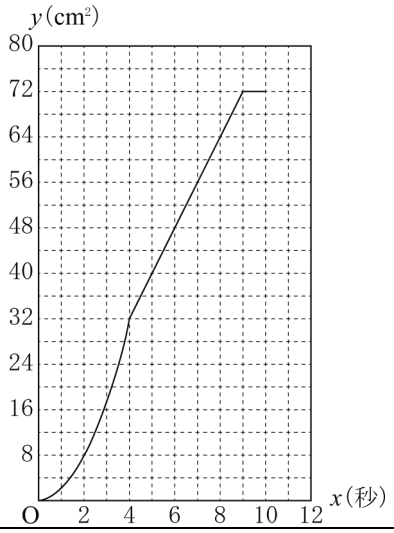
	問題番号		解答		配点	備考
数−18−公−山形−KY−01	1	問1	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問2	答			
		問3	$(2x-1)(x+8)=7x+4$ 答			
		問4				
		問5	≪**選択問題**≫　選んだ投影図の記号（　　）			
			cm^2			
		問6	D A B　C			

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数−18−公−山形−KY−02	2	問１	(1)			
			(2)			
		問２	(1)			
			(2)	円		
		問３	(1)	図３  		
			(2)	さん 〔理由〕		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−18−公−□形−KY−03	3	問１	(1)	cm^2		
			(2)	ア		
				イ		
				ウ		
				図３  		
		問２	秒後			
数−18−公−□形−KY−04	4	問１	〔証明〕			
		問２	(1)	cm		
			(2)	cm^3		

	問題番号		解答		配点	備考
数−I8−公−山形−K−01	1	問1	(1)	8	32	
			(2)	$-\frac{1}{7}$		
			(3)	$-2ab$		
			(4)	$3\sqrt{6}$		
		問2	(求め方は略。) 答　220			
		問3	$(2x-1)(x+8)=7x+4$ (解き方は略。) 答　$x=-2\pm\sqrt{10}$			
		問4	ウ			
		問5	≪選択問題≫　選んだ投影図の記号 (　　)			
			Ⓐ　78π　(cm^2) Ⓑ　312　(cm^2)			
		問6				

	問題番号		解答		配点	備考
数−18−公−図形−K−02	2	問1	(1)	−6	28	〔理由〕 受検者の多様な考えを積極的に評価すること。
			(2)	27		
		問2	(1)	(例) 使用量が 30 m^3 までの 1 m^3 あたりの使用料金を x 円とする。 $30x+(32-30)(x+80)-28x=5310-4710$ (例) 基本料金を x 円，使用量が 30 m^3 までの 1 m^3 あたりの使用料金を y 円とする。 $\begin{cases} x+30y+(32-30)(y+80)=5310 \\ x+28y=4710 \end{cases}$	
			(2)	110 (円)		
		問3	(1)	図3  		
			(2)	太郎 (さん) 〔理由〕 (例) 2 枚とも飛車が出る確率は，太郎さんが$\frac{1}{4}$，花子さんが$\frac{1}{6}$であり，太郎さんのほうが花子さんより大きい。よって，太郎さんのほうが，2 枚とも飛車が出やすい。	

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="3">解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="6">数−18−公−山形−大−03</td><td rowspan="6">3</td><td rowspan="5">問１</td><td>(1)</td><td colspan="2">18　(cm^2)</td><td rowspan="6">20</td><td rowspan="6"></td></tr>
<tr><td rowspan="4">(2)</td><td>ア</td><td>9</td></tr>
<tr><td>イ</td><td>$2x^2$</td></tr>
<tr><td>ウ</td><td>$8x$</td></tr>
<tr><td colspan="2">図３

</td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="3">6　(秒後)</td></tr>
<tr><td rowspan="4">数−18−公−山形−大−04</td><td rowspan="4">4</td><td>問１</td><td colspan="3">〔証明〕
(例)
△ABC と△FBA において
共通だから
∠ABC＝∠FBA ……①
仮定より
∠ACB＝∠AED ……②
AB // DE で，錯角は等しいから
∠FAB＝∠AED ……③
②，③より
∠ACB＝∠FAB ……④
①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので
△ABC∽△FBA</td><td>20</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問２</td><td>(1)</td><td colspan="2">$\frac{3}{2}$　(cm)</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">$\frac{3\sqrt{7}}{2}\pi$　(cm^3)</td></tr>
</table>

〔注意〕１　各小問の配点については，各学校で適正な基準を設けること。
　　２　この採点基準によって処理しがたい細部については，各学校の判断によるものとする。

数-18-公-山形-KS-01

1　問１　(1)　$5-(1-4)=5-(-3)=5+3=8$

(2)　$\frac{1}{3}-\frac{5}{6}\div\frac{7}{4}=\frac{1}{3}-\frac{5}{6}\times\frac{4}{7}=\frac{7}{21}-\frac{10}{21}=-\frac{3}{21}=-\frac{1}{7}$

(3)　$-3a^2\times(-2b)^2\div 6ab=-3a^2\times 4b^2\div 6ab=-\frac{3a^2\times 4b^2}{6ab}=-2ab$

(4)　$\frac{30}{\sqrt{6}}-\sqrt{24}=\frac{30\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}-2\sqrt{6}=5\sqrt{6}-2\sqrt{6}=3\sqrt{6}$

問２　$x^2+x-20=(x+5)(x-4)$と因数分解できるから，これに$x=-16$を代入すると，
$(-16+5)\times(-16-4)=-11\times(-20)=220$

問３　$(2x-1)(x+8)=7x+4$　$2x^2+16x-x-8=7x+4$　$2x^2+8x-12=0$　$x^2+4x-6=0$

2 次方程式の解の公式より，$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times1\times(-6)}}{2\times1}=\frac{-4\pm2\sqrt{10}}{2}=-2\pm\sqrt{10}$

問４　クラスの生徒が読んだ本の冊数の合計は，$1\times6+2\times9+3\times6+4\times3+5\times1+6\times1+7\times2+8\times1+10\times1+11\times1+12\times2=132$(冊)だから，平均値は，$a=\frac{132}{33}=4$(冊)

中央値は，記録を大きさの順に並べたときの 17 番目の値だから，$b=3$(冊)
最頻値は最も度数の多い階級の階級値だから，$c=2$(冊)　よって，$c<b<a$

問５　Ⓐ　円柱の側面を母線に沿って切り開くと，側面の展開図は 1 辺が 10cm，隣り合うもう 1 辺が，6π cm の長方形になるから，求める表面積は，$10\times6\pi+\pi\times3^2\times2=60\pi+18\pi=78\pi$(cm^2)

Ⓑ　正四角柱の側面の展開図は，1 辺が 10cm，隣り合うもう 1 辺が，$6\times4=24$(cm)の長方形になるから，求める表面積は，$10\times24+6^2\times2=240+72=312$(cm^2)

問６　∠APB＝∠ACB だから，点 P は 3 点 A，B，C を通る円の周上にある。また，∠ABC＝90° より，3 点 A，B，C を通る円は線分 AC を直径とする円である。作図した円と直線 BD との交点のうち点 B とは異なる点を P とすればよい。

数-18-公-山形-KS-02

2　問１　(1)　$x=2$ のとき，$y=-1\times2^2=-4$，$x=4$ のとき，$y=-1\times4^2=-16$ だから，変化の割合は，

$\frac{-16-(-4)}{4-2}=-\frac{12}{2}=-6$

(2)　点 A は関数 $y=-x^2$ のグラフ上の点で，x 座標は-3 だから，A$(-3,\ -9)$

曲線①は点 A を通る反比例のグラフだから，その式を $y=\frac{a}{x}$ として $x=-3$，$y=-9$ を代入すると，

$-9=\frac{a}{-3}$　$a=27$

点 B の x 座標を t とすると，B$\left(t,\ \frac{27}{t}\right)$だから，OC$=t$，OD$=\frac{27}{t}$ より，求める面積は，$t\times\frac{27}{t}=27$

問２　(1)（1 次方程式で表すとき）使用量が 30m^3 までの 1m^3 あたりの使用料金を x 円とすると，使用量が 30m^3 を超えた分の 1m^3 あたりの使用料金は$(x+80)$円である。よって，使用量が 32m^3 のときの水の使用量に応じた使用料金は，$30x+(32-30)(x+80)$円，使用量が 28m^3 のときの水の使用量に応じた使用料金は，$28x$ 円である。基本料金は共通だから，水道料金の差は水の使用量に応じた使用料金の差と等しいので，$30x+(32-30)(x+80)-28x=5310-4710$ が成り立つ。

(連立方程式で表すとき）基本料金を x 円，使用量が 30m^3 までの 1m^3 あたりの使用料金を y 円とすると，使用量が 32m^3 のときの水道料金について，$x+30y+(32-30)(y+80)=5310$，使用量が 28m^3 のときの水道料金について，$x+28y=4710$ が成り立つ。

(2) (1次方程式で解く方法) (1)より，　$30x+(32-30)(x+80)-28x=5310-4710$

整理すると，$4x+160=600$　$4x=440$　$x=110$

よって，使用量が $30m^3$ までの $1m^3$ あたりの使用料金は 110 円。

(連立方程式で解く方法) (1)の式を整理すると，$x+32y=5150$…①　$x+28y=4710$…②

①－②より，$4y=440$　$y=110$

よって，使用量が $30m^3$ までの $1m^3$ あたりの使用料金は 110 円。

問3　(1) A の箱から飛車(ひしゃ)を取り出した場合について，B の箱から飛車を取り出す場合と角行(かくぎょう)を取り出す場合の 2 通りがあり，B の箱から角行を取り出した場合について，B の箱から飛車を取り出す場合と角行を取り出す場合の 2 通りがある。

(2) (1)より，太郎さんの駒の取り出し方は 4 通りあり，そのうち 2 枚とも飛車が出るのは 1 通りだから，太郎さんの 2 枚とも飛車が出る確率は$\frac{1}{4}$

C の箱に入っている飛車を$○_1$，$○_2$，角行を$×_1$，$×_2$と表すと，C の箱から 2 枚の駒を取り出す組み合わせは，$\{○_1, ○_2\}$，$\{○_1, ×_1\}$，$\{○_1, ×_2\}$，$\{○_2, ×_1\}$，$\{○_2, ×_2\}$，$\{×_1, ×_2\}$の 6 通りであり，そのうち 2 枚とも飛車が出るのは 1 通りだから，花子さんの 2 枚とも飛車が出る確率は$\frac{1}{6}$

よって，2 枚とも飛車が出る確率は太郎さんの方が花子さんより大きい。

数-18-公-山形-KS-03

3　**問1**　(1)　点 P が A を出発してから 3 秒後のとき，点 Q は辺 DA 上にあり，点 R は D にあるので，

$RQ=DQ=2\times3=6$(cm)　$AP=2\times3=6$(cm)だから，$\triangle PQR=\frac{1}{2}\times6\times6=18$($cm^2$)

(2) 点 P が動くのは $0\leqq x\leqq9$ のとき，点 Q が動くのは $0\leqq x\leqq4$ のとき，点 R が動くのは $4\leqq x\leqq10$ のときだから，$0\leqq x\leqq4$，$4\leqq x\leqq9$，$9\leqq x\leqq10$ の 3 つの区間に分けて考える。

$0\leqq x\leqq4$ のとき，点 R は D にあるので，△PQR は線分 RQ を底辺，線分 AP を高さとする三角形とみることができるから，$AP=2x$cm，$RQ=DQ=2x$cm　よって，$y=\frac{1}{2}\times2x\times2x$　$y=2x^2$

したがって，この区間のグラフは，(0，0)，(4，32)の 2 点を両端とし，(1，2)，(3，18)の 2 点を通る放物線となる。

$4\leqq x\leqq9$ のとき，点 Q は A にあるので，△PQR は線分 QP を底辺，線分 QR を高さとする三角形とみることができるから，$QP=AP=2x$cm，$QR=AD=8$cm　よって，$y=\frac{1}{2}\times2x\times8$　$y=8x$

したがって，この区間のグラフは，(4，32)，(9，72)の 2 点を両端とする線分となる。

$4\leqq x\leqq9$ のとき，点 P は B にあるので，△PQR は線分 QP＝18cm を底辺，線分 AD＝8cm を高さとする三角形とみることができるから，$y=\frac{1}{2}\times18\times8$　$y=72$

よって，この区間のグラフは，(9，72)，(10，72)の 2 点を両端とする線分となる。

問2　対角線 AC の中点を M とする。

点 R が D にあるとき，線分 PR が M を通るのであれば点 P は B にあることになるが，このようなことは起こらないので問題に適していない。よって，点 R が辺 DC 上を動いている場合のみを考える。

線分 PR が M を通るとき，AM＝CM，∠PAM＝∠RCM，∠AMP＝∠CMR より，△APM≡△CRM だから，(四角形 APRD の面積)＝(四角形 AMRD の面積)＋△APM＝(四角形 AMRD の面積)＋△CRM

$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times8\times18=72$($cm^2$)

点 P が A を出発してから x 秒後の四角形 APRD は，$AD=8$cm，$AP=2x$cm，$DR=3(x-4)$cm，

AP∥DR の台形だから，$\frac{1}{2}\times\{2x+3(x-4)\}\times8=72$　$2x+3(x-4)=18$　$5x=30$　$x=6$(秒後)

点 R が辺 DC 上にあるのは，$4\leqq x\leqq10$ なので $x=6$ は問題に合っている。

4 **問１**　△ABC と△FBA において，
共通な角だから，∠ABC＝∠FBA…①
仮定より折り返して移動した角だから，∠ACB＝∠AED…②
AB∥DE より，平行線の錯角は等しいから，∠FAB＝∠AED…③
②，③より，∠ACB＝∠FAB…④
①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので，
△ABC∽△FBA

問２　(1) **問１**より，△ABC∽△FBA だから，AB：FB＝BC：BA　6：FB＝8：6　$FB=\frac{9}{2}$ (cm)
△ABC∽△FBA だから，∠BCA＝∠BAF　折り返してできる三角形だから，△ACD≡△AED より，
∠CAD＝∠EAD　よって，∠BAD＝∠BAF＋EAD＝∠BCA＋∠CAD
△ACD において，三角形の内角と外角の性質より，∠BDA＝∠BCA＋∠CAD だから，
∠BAD＝∠BDA となるので，△ABD は BA＝BD の二等辺三角形である。
したがって，$DF=BD-FB=BA-FB=6-\frac{9}{2}=\frac{3}{2}$ (cm)

(2) △ABC で三平方の定理より，$AC=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$ (cm)
折り返してできる三角形だから，△ACD≡△AED より，$AE=AC=2\sqrt{7}$ cm
△ADE を，直線 AE を軸として 1 回転させてできる立体は，半径 DF の円を底面とし，高さが AF の円すいと，半径 DF の円を底面とし，高さが EF の円すいを組み合わせてできた図形である。
よって，求める体積は，
$\frac{1}{3}\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\times AF+\frac{1}{3}\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\times EF=\frac{1}{3}\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\times AE=\frac{1}{3}\pi\times\frac{9}{4}\times2\sqrt{7}=\frac{3\sqrt{7}}{2}\pi$ (cm^3)