H31　山形県　公立　数学　問題

数-19-公-山形-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問1　次の式を計算しなさい。

(1)　$-3-(-8)+1$

(2)　$-\frac{1}{4}+\frac{4}{9}\div\frac{2}{3}$

(3)　$(24x^2y-15xy)\div(-3xy)$

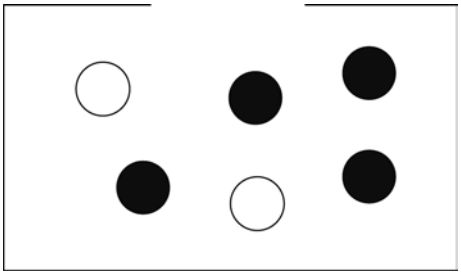
(4)　$(\sqrt{6}-2)^2+\sqrt{54}$

問2　$x=\frac{9}{2}$，$y=\frac{1}{2}$のとき，$x^2-6xy+9y^2$　の値を求めなさい。求め方も書くこと。

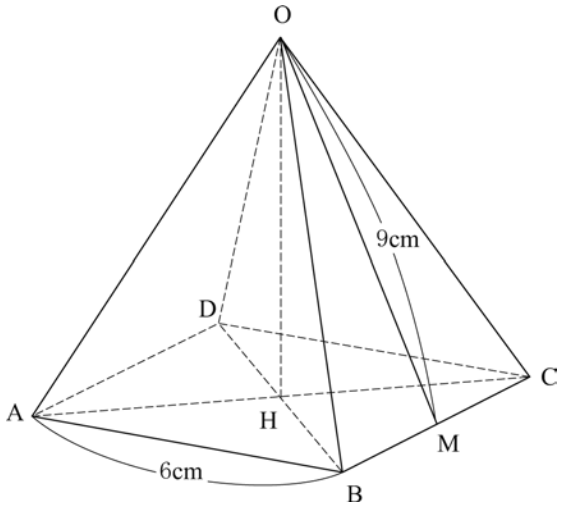
問3　2 次方程式 $(x+4)(x-3)=7x-8$ を解きなさい。解き方も書くこと。

問4　下の図のように，箱の中に，白玉が 2 個と赤玉が 4 個入っている。この箱から玉を 1 個取り出し，それを箱にもどさずに，もう 1 個取り出す。このとき，取り出した 2 個の玉の色が異なる確率を求めなさい。

ただし，どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。



問５　下の図において，四角すい OABCD は，AB＝6 cm の正四角すいである。点 M は辺 BC の中点であり，OM＝9 cm である。四角形 ABCD の 2 つの対角線 AC，BD の交点を H とするとき，OH の長さを求めなさい。

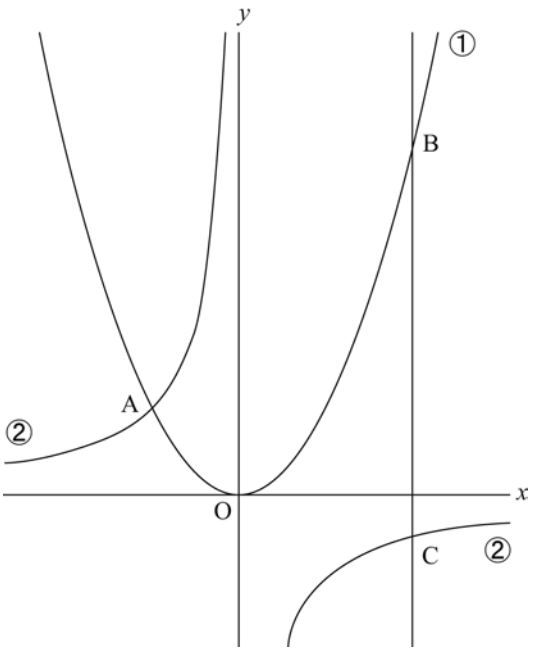


数-19-公-山形-問-02

2　次の問いに答えなさい。

問１　右の図において，①は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ，②は反比例のグラフである。

①と②は点 A で交わっていて，点 A の x 座標は−2 である。また，①のグラフ上に x 座標が 4 である点 B をとり，B を通り y 軸に平行な直線と②との交点を C とする。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 4$ のときの y の変域を求めなさい。

(2) 線分 BC 上に点 P をとる。△ACP の面積が△ABP の面積の 2 倍になるとき，点 P の y 座標として適切なものを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号で答えなさい。

ア　3　　**イ**　4　　**ウ**　5　　**エ**　6

問２　次の問題について，あとの問いに答えなさい。

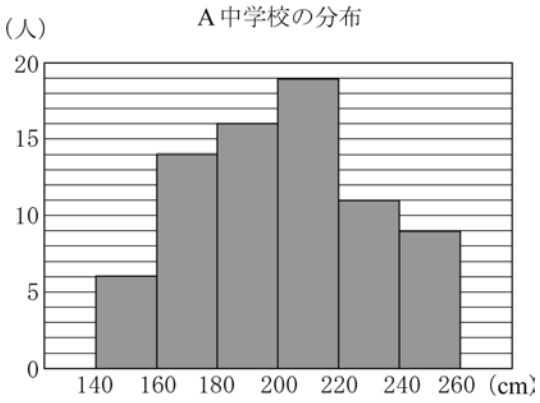
〔問題〕
ある市には，博物館と美術館があり，3 月の入館者は，博物館と美術館を合わせて 7200 人でした。4 月の入館者は，3 月と比べて，博物館が 10%増え，美術館が 2%減り，全体では 312 人増えました。4 月の博物館の入館者は何人ですか。

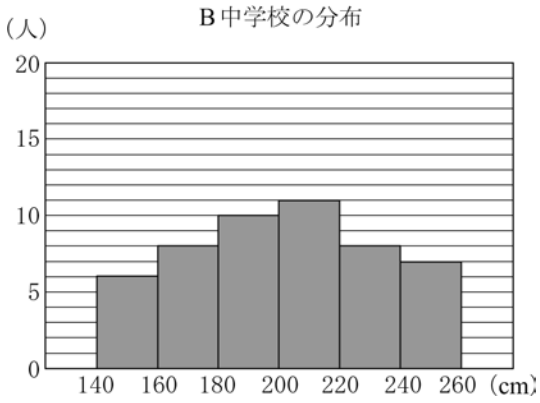
(1) この問題を解くのに，方程式を利用することが考えられる。文字で表す数量を，単位をつけて示し，問題にふくまれる数量の関係から，1 次方程式または連立方程式のいずれかをつくりなさい。

(2) 4 月の博物館の入館者の人数を求めなさい。

問３　下の図は，A 中学校の生徒 75 人と B 中学校の生徒 50 人の立ち幅とびの記録を，それぞれヒストグラムに表したものである。これらのヒストグラムから，たとえば，どちらの中学校も，記録が 140 cm 以上 160 cm 未満の階級に入る生徒は 6 人であることがわかる。

正人さんは，A 中学校と B 中学校で，240 cm 以上 260 cm 未満の階級を比べたとき，B 中学校のほうが A 中学校よりも遠くへとぶ生徒の割合が大きいと判断した。正人さんがそのように判断した理由を，相対度数を使って説明しなさい。



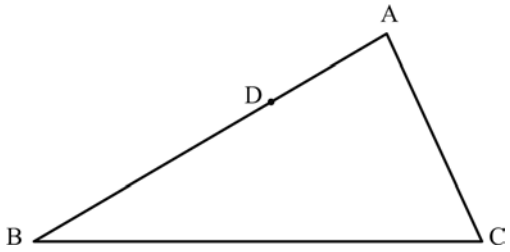


問４　あとの図のように，△ABC があり，点 D は辺 AB 上の点である。下の【条件】の①，②をともにみたす点 P を，定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし，作図に使った線は残しておくこと。

【条件】

①　線分 AP の長さは，線分 AD の長さと等しい。
②　点 P は，直線 AB と直線 BC から等しい距離にあり，△ABC の外部の点である。



数-19-公-山形-問-03

3 **図1**のように，AB＝12 cm，AD＝10 cm，BC＝20 cm の直方体がある。**図2**のように，1 辺の長さが 20 cm の立方体の形をした容器の中に，直方体の辺 BC と立方体の辺 PQ が重なるように固定し，容器に水が入っていない状態から，給水管を開き，容器が満水になるまで水を入れていく。給水を始めてから x 秒後の，容器の底面から水面までの高さを y cm とするとき，それぞれの問いに答えなさい。

ただし，容器は水平に固定されており，容器の厚さは考えないものとする。

図1

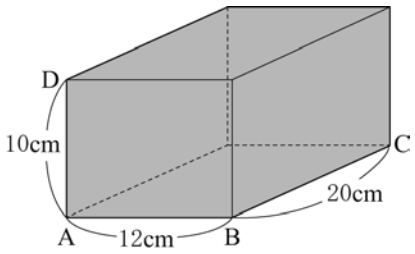
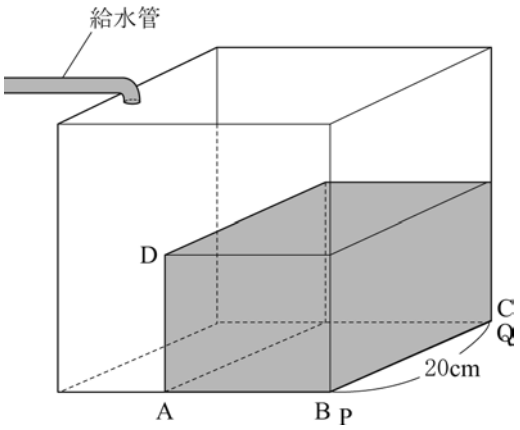


図2



問1 毎秒 200 cm^3 の割合で給水を始め，水面までの高さが 14 cm になると同時に，毎秒 400 cm^3 の割合にして給水を続けた。給水を始めてから容器が満水になるまでの x と y の関係を表にかきだしたところ，**表1**のようになった。次の問いに答えなさい。

(1) $x=4$ のときの y の値を求めなさい。

表1

x	0	…	8	…	22
y	0	…	10	…	20

(2) **表2**は，給水を始めてから容器が満水になるまでの x と y の関係を式に表したものである。

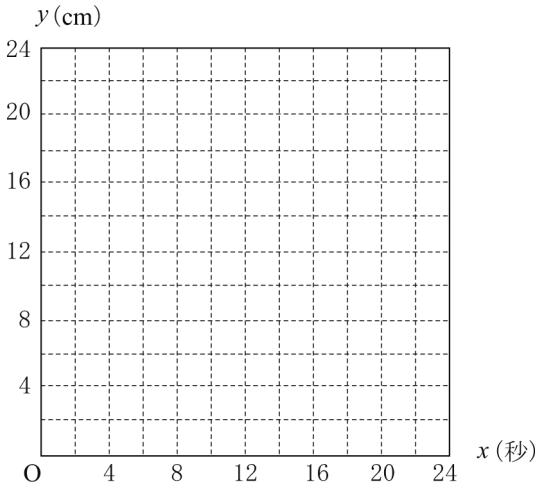
［ア］～［ウ］にあてはまる数または式を，それぞれ書きなさい。

また，このときの x と y の関係を表すグラフを，**図3**にかきなさい。

表2

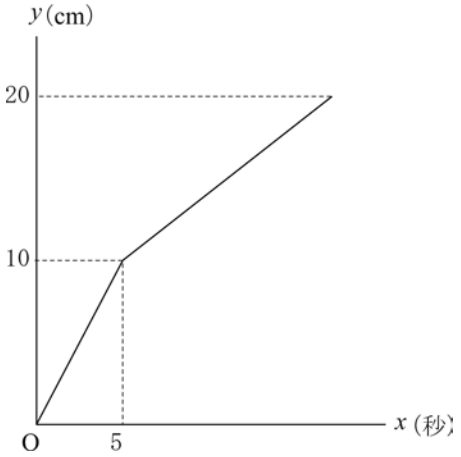
x の変域	式
$0 \leqq x \leqq 8$	$y =$ ［イ］
$8 \leqq x \leqq$ ［ア］	$y = \frac{1}{2}x + 6$
［ア］$\leqq x \leqq 22$	$y =$ ［ウ］

図3



問２　容器に水が入っていない状態から，給水管を開き，ある一定の割合で給水したときの，給水を始めてから容器が満水になるまでの x と y の関係をグラフに表したところ，**図４**のようになった。容器が満水になるのは給水を始めてから何秒後か，求めなさい。

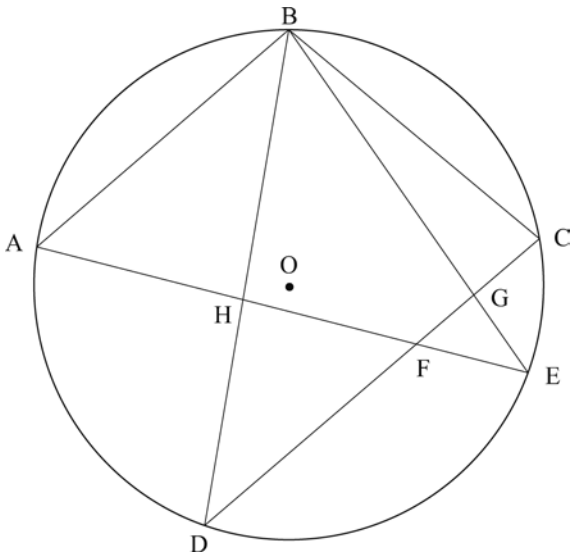
図４



数-19-公-山形-問-04

4　**図１**のように，点 O を中心とする円の周上に，3 点 A，B，C があり，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$ である。また，∠ABC の大きさは 90° より大きいものとする。点 C を通り線分 AB に平行な直線と円 O との交点のうち点 C とは異なる点を D とし，線分 CD について点 A と反対側の円周上に点 E をとる。線分 CD と線分 AE，BE との交点をそれぞれ F，G とし，線分 AE と線分 BD との交点を H とする。このとき，次の問いに答えなさい。

図１

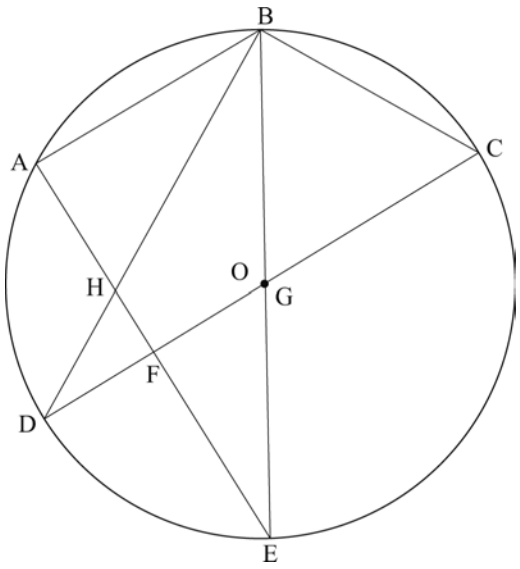


問１　∠FDH＝40°，∠CFE＝55° であるとき，∠BHE の大きさを求めなさい。

問２　△AHB∽△FGE であることを証明しなさい。

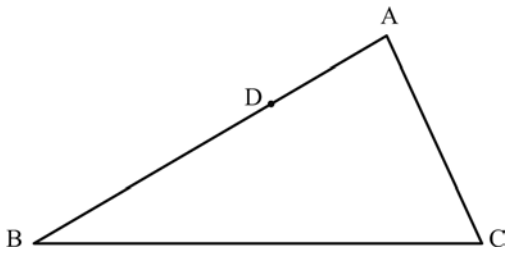
問3　**図2**は，**図1**で，点 G が点 O と同じ位置となるように，4 点 A，B，C，E をとったときのものである。円 O の半径が 4 cm であるとき，四角形 BHFG の面積を求めなさい。

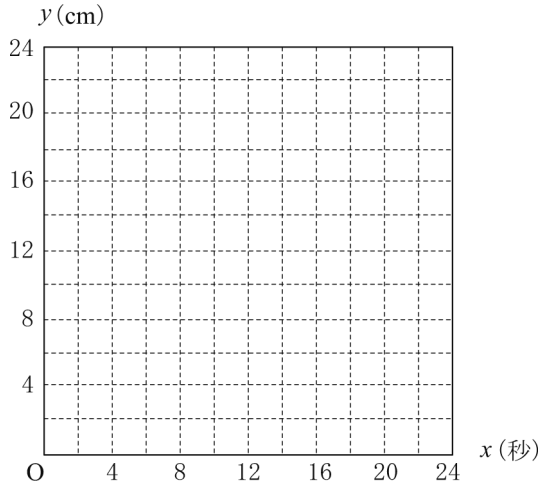
図2



数学　解答用紙

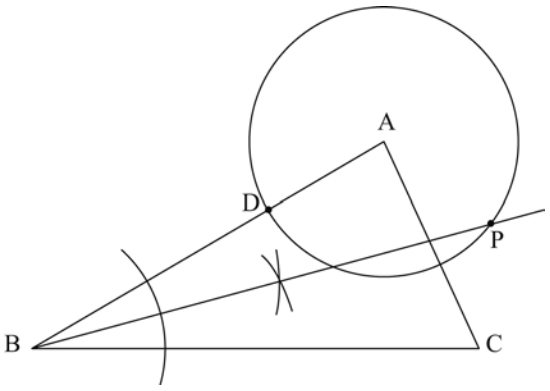
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-山形-N-01	1	問1	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問2	答			
		問3	$(x+4)(x-3)=7x-8$ 答			
		問4				
		問5	cm			

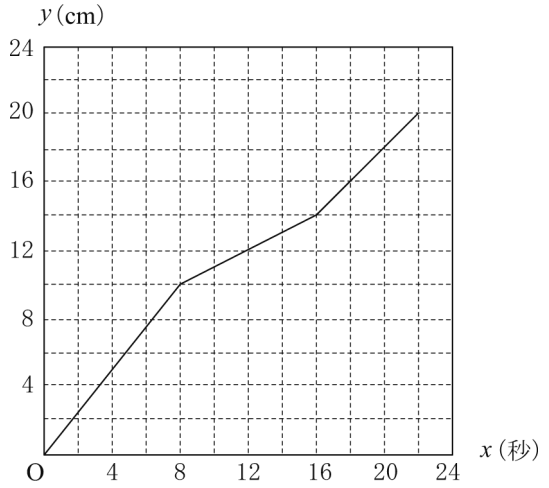
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-山形-W-02	2	問１	(1)			
			(2)			
		問２	(1)			
			(2)	人		
		問３				
		問４				

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-工形-N-03	3	問1	(1)			
			(2)	ア		
				イ		
				ウ		
				図3  		
		問2	秒後			
数-19-公-工形-N-04	4	問1				
		問2	〔証明〕			
		問3	cm^2			

数学　解答

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-19-公-山形-K-01	1	問1	(1)	6	3	
			(2)	$\frac{5}{12}$	4	
			(3)	$-8x+5$	4	
			(4)	$10-\sqrt{6}$	4	
		問2	(例) $x^2-6xy+9y^2$ $=(x-3y)^2$ $=\left(\frac{9}{2}-3\times\frac{1}{2}\right)^2$ $=9$ 答　9		4	
		問3	$(x+4)(x-3)=7x-8$ (例) $x^2+x-12=7x-8$ $x^2-6x-4=0$ $x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times1\times(-4)}}{2\times1}$ $=\frac{6\pm\sqrt{52}}{2}$ $=\frac{6\pm2\sqrt{13}}{2}$ $=3\pm\sqrt{13}$ 答　$x=3\pm\sqrt{13}$		5	
		問4		$\frac{8}{15}$	4	
		問5		$6\sqrt{2}$ cm	4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-正形-K02	2	問1	(1)	$0 \leqq y \leqq 8$	4	
			(2)	**ウ**	4	
		問2	(1)	(例) 3 月の博物館の入館者の人数を x 人とする。 $\frac{10}{100}x-\frac{2}{100}(7200-x)=312$ (例) 3 月の博物館の入館者の人数を x 人，3 月の美術館の入館者の人数を y 人とする。 $\begin{cases} x+y=7200 \\ \frac{10}{100}x-\frac{2}{100}y=312 \end{cases}$	6	
			(2)	4180　人	4	
		問3	(例) 240 cm 以上 260 cm 未満の階級の相対度数は，A 中学校が 0.12，B 中学校が 0.14 であり，B 中学校のほうが大きいから。		5	
		問4			5	

	問題番号		解答			配点	備考
数-19-公-記形-K03	3	問1	(1)	5		3	
			(2)	ア	16	3	
				イ	$\frac{5}{4}x$	3	
				ウ	$x-2$	3	
				図3  	4	
		問2	$\frac{35}{2}$ 秒後			4	
数-19-公-記形-K04	4	問1	95°			5	
		問2	〔証明〕 (例) △AHB と△FGE において AB // DC で，同位角は等しいから ∠BAH＝∠EFG ……① 1 つの円で，等しい弧に対する円周角は等しいから ∠FEG＝∠BDC ……② AB // DC で，錯角は等しいから ∠ABH＝∠BDC ……③ ②，③より ∠ABH＝∠FEG ……④ ①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので △AHB∽△FGE			10	
		問3	$\frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm^2			5	

H31　山形県　公立　数学　解説

数-19-公-山形-KS-01

1　**問1**　**(1)**　$-3-(-8)+1=-3+8+1=6$

(2)　$-\frac{1}{4}+\frac{4}{9}\div\frac{2}{3}=-\frac{1}{4}+\frac{4}{9}\times\frac{3}{2}=-\frac{1}{4}+\frac{2}{3}=-\frac{3}{12}+\frac{8}{12}=\frac{5}{12}$

(3)　$(24x^2y-15xy)\div(-3xy)=-\frac{24x^2y-15xy}{3xy}=-8x+5$

(4)　$(\sqrt{6}-2)^2+\sqrt{54}=(\sqrt{6})^2-2\times2\times\sqrt{6}+2^2+3\sqrt{6}=6-4\sqrt{6}+4+3\sqrt{6}=10-\sqrt{6}$

問2　$x^2-6xy+9y^2$ を因数分解すると，$x^2-6xy+9y^2=(x-3y)^2$ だから，$(x-3y)^2$ に $x=\frac{9}{2}$, $y=\frac{1}{2}$ を代入して，

$\left(\frac{9}{2}-3\times\frac{1}{2}\right)^2=3^2=9$

問3　$(x+4)(x-3)=7x-8$ の左辺を展開して整理すると，$x^2+x-12=7x-8$　$x^2-6x-4=0$

2 次方程式の解の公式より，$x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times1\times(-4)}}{2\times1}=\frac{6\pm\sqrt{52}}{2}=\frac{6\pm2\sqrt{13}}{2}=3\pm\sqrt{13}$

問4　2 個の白玉を W_1，W_2，4 個の赤玉を R_1，R_2，R_3，R_4 とすると，玉の取り出し方は，右の表の 30 通りで，そのうち取り出した 2 個の玉の色が異なるのは○をつけた 16 通りだから，求める確率は $\frac{16}{30}=\frac{8}{15}$

1回目＼2回目	W_1	W_2	R_1	R_2	R_3	R_4
W_1			○	○	○	○
W_2			○	○	○	○
R_1	○	○				
R_2	○	○				
R_3	○	○				
R_4	○	○				

問5　正四角すいの底面は正方形で，正方形の対角線はそれぞれの中点で交わるから，点 H は対角線 AC の中点である。また，点 M は辺 BC の中点だから，△ABC で中点連結定理より，$HM=\frac{1}{2}AB=3$(cm)

よって，△OHM で三平方の定理より，$OH=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$(cm)

数-19-公-山形-KS-02

2　**問1**　**(1)**　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ は $-2\leqq x\leqq4$ の範囲で，$x=0$ のとき最小値 0 をとる。

また，$x=4$ のとき $y=\frac{1}{2}\times4^2=8$ より，$x=4$ のとき最大値 8 をとるから，y の変域は $0\leqq y\leqq8$

(2)　点 A は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあり，x 座標が -2 の点だから，その y 座標は $y=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2$

よって，A$(-2,\ 2)$　点 A は曲線②上の点だから，曲線②の式を $y=\frac{a}{x}$ として，$x=-2$，$y=2$ を代入すると，$2=\frac{a}{-2}$　$a=-4$　よって，曲線②の式は，$y=-\frac{4}{x}$　点 B は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあり，x 座標が 4 の点だから，B$(4,\ 8)$　点 C は曲線②上にあり，x 座標が 4 の点だから，C$(4,\ -1)$なので，線分 BC の長さは $8-(-1)=9$

△ACP：△ABP＝2：1 より，CP：BP＝2：1 だから，$BP=9\times\frac{1}{3}=3$ なので，点 P の y 座標は点 B の y 座標より 3 小さく，$8-3=5$ となり，答えは**ウ**となる。

問2 **(1)** 《1次方程式をつくる場合》3月の博物館の入館者の人数を x 人とすると，3月の美術館の入館者の人数は$(7200-x)$人。4月の博物館の入館者は3月より10%増えたことから，増加分は$\frac{10}{100}x$ 人，4月の美術館の入館者は3月より2%減ったことから，減少分は$\frac{2}{100}(7200-x)$人であり，全体では312人増えたのだから，$\frac{10}{100}x-\frac{2}{100}(7200-x)=312$ が成り立つ。

《連立方程式をつくる場合》3月の博物館の入館者の人数を x 人，3月の美術館の入館者の人数を y 人とすると，3月の入館者の人数の合計から $x+y=7200$…① 4月の博物館の入館者は3月より10%増えたことから，増加分は$\frac{10}{100}x$ 人，4月の美術館の入館者は3月より2%減ったことから，減少分は$\frac{2}{100}y$ 人である。全体では312人増えたのだから，$\frac{10}{100}x-\frac{2}{100}y=312$…② よって，①，②を連立方程式とすればよい。

(2) 《1次方程式の場合》$\frac{10}{100}x-\frac{2}{100}(7200-x)=312$ $10x-2(7200-x)=31200$
$12x-14400=31200$ $12x=45600$ $x=3800$ よって，3月の博物館の入館者の人数は3800人で，4月の博物館の入館者は3月より10%増えたことから，その人数は$3800\times\frac{110}{100}=4180$(人)

《連立方程式の場合》(1)の①，②について，①×2+②×100より，$12x=45600$ $x=3800$ よって，3月の博物館の入館者の人数は3800人で，4月の博物館の入館者は3月より10%増えたことから，$3800\times\frac{110}{100}=4180$(人)

問3 相対度数は$\frac{\text{その階級の度数}}{\text{全体の度数}}$で求められる。240cm以上260cm未満の階級の度数は，A中学校が9人，B中学校が7人で，全体の度数は，A中学校が75人，B中学校が50人だから，240cm以上260cm未満の階級の相対度数は，A中学校が$\frac{9}{75}=0.12$，B中学校が$\frac{7}{50}=0.14$ であり，B中学校のほうが大きいから，B中学校のほうがA中学校よりも遠くへとぶ生徒の割合が大きい。

問4 ①より，点Pは点Aを中心とする半径ADの円の周上にある。また，②より，点Pは，直線ABと直線BCから等しい距離にあるので，点Pは∠ABCの二等分線上にある。よって，点Pは，点Aを中心とする半径ADの円と∠ABCの二等分線との交点であるが，交点は2つできる。ここで②より，点Pは△ABCの外部の点だから，点Pは模範解答の図の位置となる。

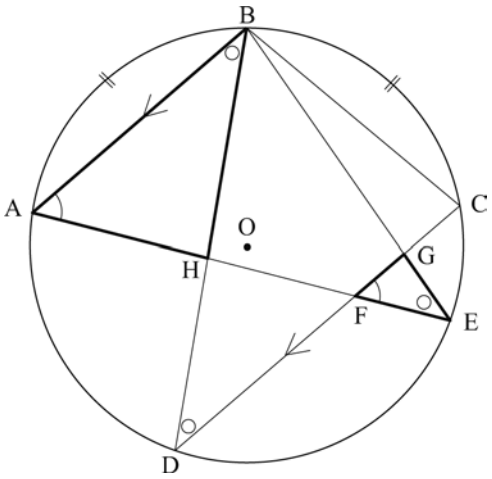
数-19-公-山形-KS-03

3 **問1** **(1)** 水面の高さが10cmになるまでの間は水面の広さも給水量も一定だから，y は x に比例するので，その関数を $y=ax$ として，$x=8$，$y=10$ を代入すると，$10=a\times8$ $a=\frac{5}{4}$
$y=\frac{5}{4}x$ に $x=4$ を代入して，$y=\frac{5}{4}\times4=5$

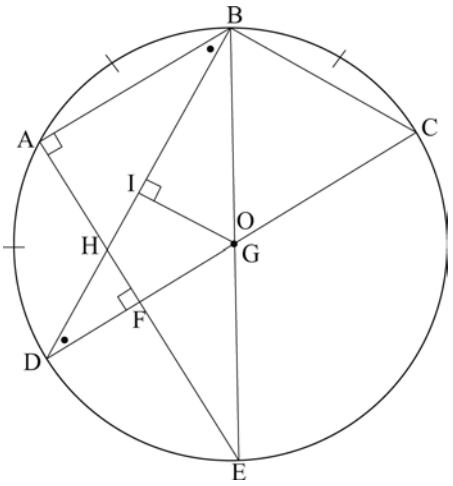
(2) x と y の関係を表す式が切り替わるのは，水面の広さが変わる $y=10$ の前後と，給水量の割合が変わる $y=14$ の前後である。$y=10$ となるのは**表1**より $x=8$ のときである。$y=14$ となるとき，容器に入った水の量は，$20\times20\times14-20\times12\times10=5600-2400=3200$(cm³) 毎秒200cm³の割合で給水されているから，$3200\div200=16$ より，$y=14$ となるのは $x=16$ のときである。よって，変域は $0\leqq x\leqq8$，$8\leqq x\leqq16$，$16\leqq x\leqq22$ に分けられる。$0\leqq x\leqq8$ のときの式は**(1)**より $y=\frac{5}{4}x$，$16\leqq x\leqq22$ のとき，水面の広さは $20\times20=400$(cm²)で，給水の割合は毎秒400cm³だから，水面の高さは毎秒$400\div400=1$(cm)ずつ上昇するから，式は $y=x+b$ と表すことができて，これに $x=16$，$y=14$ を代入すると，$14=16+b$ $b=-2$ したがって，式は $y=x-2$ よって，グラフは模範解答のような折れ線になる。

問2 はじめの5秒間で容器に入った水の量は，$20\times(20-12)\times10=1600$(cm³)だから，給水量は毎秒$1600\div5=320$(cm³) 容器が満水になるときの水の量は，$20\times20\times20-20\times12\times10=8000-2400=5600$(cm³)だから，満水になるまでの時間は，$5600\div320=\frac{35}{2}$(秒)

4 **問1**　対頂角は等しいから，∠DFH＝∠CFE＝55°　△DFH で三角形の内角・外角の性質より，
∠BHE＝∠FDH＋∠DFH＝40°＋55°＝95°



問2　△AHB と△FGE において，
AB∥DC で，同位角は等しいから
∠BAH＝∠EFG…①
1 つの円で，等しい弧に対する円周角は等しいから，
∠FEG＝∠BDC…②
AB∥DC で，錯角は等しいから，
∠ABH＝∠BDC…③
②，③より，∠ABH＝∠FEG…④
①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので，
△AHB∽△FGE



問3　AB∥DC で，錯角は等しいから，∠ABD＝∠BDC
よって，円周角が等しいから，$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}$
仮定より，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$だから，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{AD}$がいえるので，2 点 A，B は半円の弧を 3 等分する点である。
したがって，$\angle BGD=180^\circ\times\frac{2}{3}=120^\circ$
△BDG は GB＝GD の二等辺三角形だから，∠BGD の二等分線と辺 BD との交点を I とすると，BI＝DI，BD⊥GI であり，△DGI は 30°，60°，90°の直角三角形である。
よって，$GI=GD\times\frac{1}{2}=2(\text{cm})$，$DI=GI\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$
だから，
$\triangle DGI=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2=2\sqrt{3}(\text{cm}^2)$，$\triangle BDG=2\triangle DGI=4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$
また，∠BGC＝180°－120°＝60°，GB＝GC より，△BGC は正三角形だから，BC＝GB＝4cm
等しい弧に対する弦は等しいので，AB＝BC＝4cm
ここで，AB∥DC，EG：EB＝1：2 より，$FG=\frac{1}{2}AB=2(\text{cm})$だから，DF＝4－2＝2(cm)
△DGI∽△DHF であり，DI：DF＝$2\sqrt{3}$：2＝$\sqrt{3}$：1 だから，△DGI：△DHF＝$(\sqrt{3})^2$：1^2＝3：1
$\triangle DHF=\triangle DGI\times\frac{1}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^2)$
したがって，四角形 BHFG＝△BDG－△DHF＝$4\sqrt{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{10\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^2)$