H29　山梨県　公立　数学　問題

数-17-公-山梨-問-01

1　次の計算をしなさい。

問１　$13+(-8)$

問２　$(-12)\times\dfrac{1}{9}+\dfrac{5}{3}$

問３　$(-6)^2-4^2$

問４　$-\sqrt{7}+\dfrac{14}{\sqrt{7}}$

問５　$16a^2b\div(-10ab^2)\times 5b$

問６　$3(3x+2y)-4(x-2y)$

数-17-公-山梨-問-02

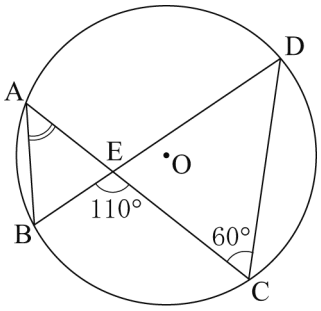
2　次の問題に答えなさい。

問１　2 次方程式 $x^2+10x+24=0$ を解きなさい。

問２　7 から 10 までの整数が 1 つずつ書かれた 4 枚のカードがある。これらのカードをよくきってから A と B の 2 人が続けて 1 枚ずつひく。A がひいたカードに書いてある数を a，B がひいたカードに書いてある数を b とするとき，$a-b$ の値が 2 以上になる確率を求めなさい。
ただし，ひいたカードは戻さないこととし，どのカードをひくことも同様に確からしいものとする。

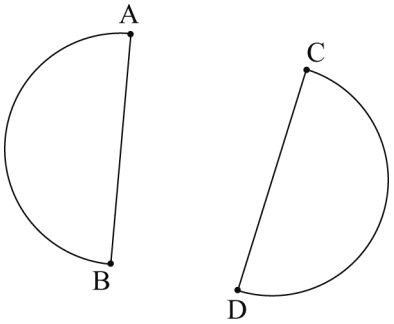
問３　y は x に反比例し，x の値が 4 であるとき y の値は−12 である。x の値が 16 であるときの y の値を求めなさい。

問４　右の図において，4 点 A，B，C，D は円 O の周上にあり，線分 AC，BD の交点を E とする。∠BEC＝110°，∠ACD＝60° のとき，∠BAC の大きさを求めなさい。



問５　右の図において，線分 CD を直径とする半円は，ある直線を対称の軸として，線分 AB を直径とする半円を対称移動させた図形である。このとき，対称の軸となる直線を作図しなさい。

ただし，作図には定規とコンパスを用い，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



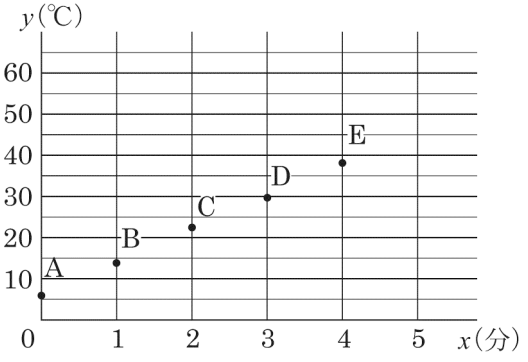
数-17-公-山梨-問-03

3　春香さんは，水 200 mL を一定の火力で熱する実験（以下，「実験 I 」とする。）を行った。そして，熱し始めてから x 分後の水温を y℃として，下のように実験 I の結果を表にまとめ，図中に x と y の値の組を座標とする点 A～E をかき入れた。

このとき，右の図を見ると，点 A～E のすべての点がほぼ一直線上に並ぶことから，y は x の 1 次関数とみなすことができる。そのグラフを 2 点 A，E を通る直線として考えることとし，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

実験 I の結果

x(分)	0	1	2	3	4
y(℃)	6.0	13.8	22.0	29.6	38.0



問１　2 点 A，E を通る直線の式は，①のように表すことができる。

$y=8x+6$ …①

熱し始めてから 5 分後の水温は何℃になると考えられるか，①を用いて求めなさい。

問２　良太さんも，水 200 mL を一定の火力で熱する実験（以下，「実験Ⅱ」とする。）を行い，熱し始めてから x 分後の水温を y℃として結果をまとめた。右の表は，その結果の一部である。このとき，実験Ⅱの結果についても，y は x の 1 次関数とみなすこととすると，その直線の式は，②のように表すことができる。

実験Ⅱの結果

x(分)	…	2	…	4	…
y(℃)	…	23.0	…	35.0	…

$y=6x+11$ …②

①，②をもとにして，次の(1)～(3)に答えなさい。

(1) 実験Ⅰと実験Ⅱの水温の変化を考えると，水温が 30℃から 50℃まで上昇するのにかかる時間は，実験Ⅰの方が実験Ⅱより短いといえる。その理由を述べた次の**説明**を完成しなさい。

説明

［　　］

したがって，水温が 30℃から 50℃まで上昇するのにかかる時間は，実験Ⅰの方が実験Ⅱより短いといえる。

(2) 実験Ⅰと実験Ⅱを同時に始めたとする。熱し始めてから t 分後に水温が等しくなるとき，t の値を求めなさい。

(3) 水温 20℃の水 200 mL を実験Ⅰの火力で熱し始め，n 分後に実験Ⅱの火力に変えて熱し続けたところ，熱し始めてから 7 分後の水温は 68℃であった。

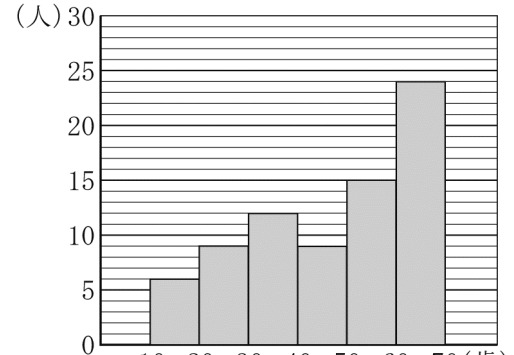
このとき，n の値を求めなさい。ただし，$0<n<7$ とする。

4 優太さんの学校では，地域の人を対象に，ボランティア活動についてのアンケートを実施した。優太さんは，環境美化活動を行った人の年齢の分布を調べ，右のようにまとめた。**調べたこと**のヒストグラムは，例えば，30 歳以上 40 歳未満の人数が 12 人であることを示している。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。

調べたこと

環境美化活動を行った人の年齢の分布



○人数の合計……75 人

○平均年齢……47 歳

問１ 度数が最も多い階級を答えなさい。

問２ 40 歳未満の人数は，環境美化活動を行った人数の合計の何%にあたるか求めなさい。

問３ 優太さんは，**調べたこと**を見ながら桃花さんと次のように話し合っている。

優太：ヒストグラムを見ると，右の方が高くなっているね。

桃花：平均年齢が 47 歳だから，環境美化活動を行った人のうち，半数が 47 歳以上ということになるのかな。

優太：中央値が入る階級は 50 歳以上 60 歳未満だから，50 歳以上で半数を超えるのではないかな。

桃花：50 歳以上の人たちに頼り過ぎているんだね。私たちの世代がもっと多く参加すれば，平均年齢や中央値も下がるのになあ。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 下線部について，各階級の度数をもとにすると，中央値が入る階級を求めることができる。**調べたこと**のヒストグラムにおいて，中央値が入る階級を求める方法の**説明**を完成しなさい。

説明

環境美化活動を行った人数の合計が 75 人であることから，

［　　］

したがって，中央値が入る階級は，50 歳以上 60 歳未満である。

(2) 優太さんと桃花さんは，環境美化活動に中学生が積極的に参加した方がよいと考えている。例えば，15 歳の中学生が新たに 5 人参加した場合，平均年齢は何歳になるか。次の**ア**～**エ**から正しいものを 1 つ選び，その記号を書きなさい。

ア 41 歳　　**イ** 43 歳　　**ウ** 45 歳　　**エ** 47 歳

5 下の**図１**，**２**において，①は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。点 A，T は①上の点で，点 A の座標は $(-4,\ 8)$，点 T の x 座標は 3 である。

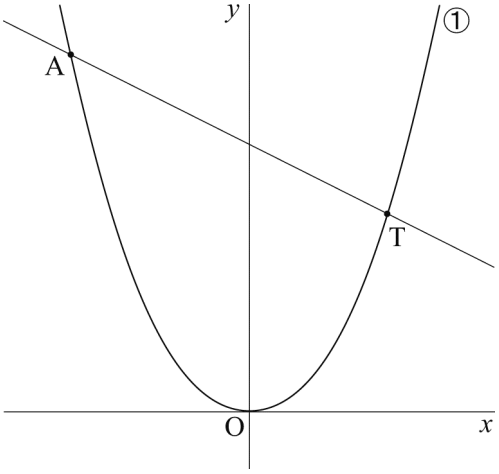
このとき，次の**問１**～**問４**に答えなさい。

問１　点 T の y 座標を求めなさい。

問２　①の関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ において，x の変域が $-4 \leqq x \leqq 3$ であるとき，y の変域を求めなさい。

問３　直線 AT の式を求めなさい。

図１



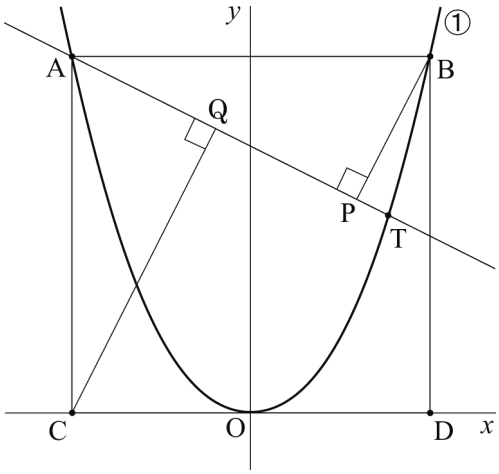
問４　**図２**において，点 B は①上の点であり，線分 AB は x 軸に平行である。また，点 A，B から x 軸に垂線をひき，その交点をそれぞれ C，D とすると，四角形 ACDB は正方形となる。さらに，点 B，C から直線 AT に垂線をひき，その交点をそれぞれ P，Q とする。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) △ACQ≡△BAP を証明しなさい。

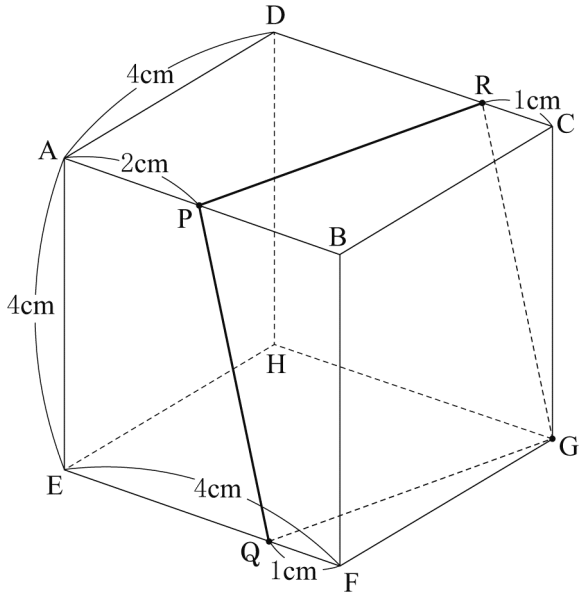
(2) 線分 PQ の長さを求めなさい。

図２



6 一辺の長さが 4 cm の立方体 ABCD－EFGH において，点 P は辺 AB の中点である。また，点 Q，R はそれぞれ辺 EF，DC 上の点であり，FQ＝1 cm，CR＝1 cm である。

このとき，4 点 P，Q，G，R は同じ平面上にある。次の**問１**～**問５**に答えなさい。



問１　線分 PQ の長さを求めなさい。

問２　次の**ア**～**エ**の三角形の中に直角三角形が**１つ**だけある。その記号を書きなさい。

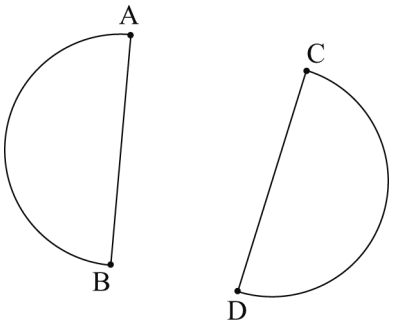
ア　△PQR　　**イ**　△PBG　　**ウ**　△PQG　　**エ**　△PBR

問３　線分 PG の長さを求めなさい。

問４　△QGR の面積を求めなさい。

問５　4 点 B，Q，G，R を頂点とする三角錐（すい）の体積を求めなさい。

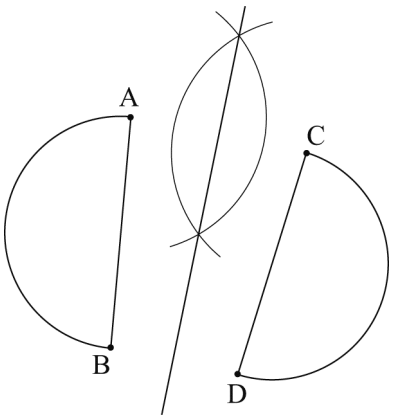
数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-17-公-山梨-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			
		問６			
数-17-公-山梨-KY-02	2	問１	$x=$　　，$x=$		
		問２			
		問３	$y=$		
		問４	度		
		問５	(作図に用いた線は消さないこと。)		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-17-公-3梨-KY-03	3	問１	℃			
		問２	(1)	したがって，水温が 30℃から 50℃まで上昇するのにかかる時間は，実験Ⅰの方が実験Ⅱより短いといえる。		
			(2)	$t=$		
			(3)	$n=$		
数-17-公-3梨-KY-04	4	問１	歳以上　　歳未満			
		問２	%			
		問３	(1)	環境美化活動を行った人数の合計が 75 人であることから， したがって，中央値が入る階級は，50 歳以上 60 歳未満である。		
			(2)			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-17-公-山梨-KY-05	5	問１	$y=$			
		問２				
		問３	$y=$			
		問４	(1)	〔証明〕		
			(2)			
数-17-公-山梨-KY-06	6	問１	cm			
		問２				
		問３	cm			
		問４	cm^2			
		問５	cm^3			

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-17-公-山梨-K-01	1	問１	5	3	
		問２	$\frac{1}{3}$	3	
		問３	20	3	
		問４	$\sqrt{7}$	3	
		問５	$-8a$	3	
		問６	$5x+14y$	3	
数-17-公-山梨-K-02	2	問１	$x=-4$，$x=-6$	3	
		問２	$\frac{1}{4}$	3	
		問３	$y=-3$	3	
		問４	50　度	3	
		問５	(作図に用いた線は消さないこと。)	3	正答は，一例を示したものである。

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-17-公-山梨-K-03	3	問１	46　℃		3	
		問２	(1)	①の変化の割合は 8 で，②の変化の割合は 6 である〔から，①の方が②より変化の割合が大きい〕。 (別解例) 〔水温が 30℃から 50℃まで上昇するのに,〕①より実験Ⅰは 2.5 分かかり，②より実験Ⅱは約 3.3 分かかる。 したがって，水温が 30℃から 50℃まで上昇するのにかかる時間は，実験Ⅰの方が実験Ⅱより短いといえる。	6	正答は，一例を示したものである。 〔　〕内の記述は，ない場合も正答とする。 【正答の条件】 次の a または b について記述していれば正答とする。 a 変化の割合（傾き等）の数値を示して比較していること。 b 水温が 30℃から 50℃まで上昇するのにかかる時間を示して比較していること。
			(2)	$t=\frac{5}{2}$	3	
			(3)	$n=3$	4	
数-17-公-山梨-K-04	4	問１	60　歳以上　70　歳未満		3	
		問２	36　％		3	
		問３	(1)	環境美化活動を行った人数の合計が 75 人であることから， 年齢の小さい順に 75 人を並べたとき，中央となる 38 番目の年齢の人が入る階級を求めればよい。 50 歳未満の人数は 36 人で，50 歳以上 60 歳未満の人数は 15 人である。 したがって，中央値が入る階級は，50 歳以上 60 歳未満である。	6	正答は，一例を示したものである。 【正答の条件】 次の a と b の両方について記述していれば正答とする。 a 年齢順で並べることと，38 番目であることの両方を示していること。 b 38 番目の人が，50 歳以上 60 歳未満の階級に入ることを階級の度数（の和）を用いて示していること。
			(2)	ウ	4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−17−公−Ⅱ梨−K−05	5	問１	$y=\frac{9}{2}$		3	
		問２	$0 \leqq y \leqq 8$		3	
		問３	$y=-\frac{1}{2}x+6$		3	
		問４	(1)	〔証明〕 △ACQ と△BAP において 仮定より ∠AQC＝∠BPA＝90°　……① 正方形の辺はすべて等しいから AC＝BA　……② 三角形の内角の和は 180° だから ∠ACQ＋∠CAQ＋90°＝180° ∠ACQ＝90°－∠CAQ　……③ 正方形の 1 つの内角は 90° だから ∠BAP＝90°－∠CAQ　……④ ③，④より ∠ACQ＝∠BAP　……⑤ ①，②，⑤より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから △ACQ≡△BAP	6	証明は，一例を示したものである。
			(2)	$\frac{8\sqrt{5}}{5}$	3	
数−17−公−Ⅱ梨−K−06	6	問１	$\sqrt{17}$ cm		3	
		問２	イ		3	
		問３	6 cm		4	
		問４	$6\sqrt{2}$ cm^2		3	
		問５	$\frac{16}{3}$ cm^3		4	

数-17-公-山梨-KS-01

1　問１　$13+(-8)=13-8=5$

問２　$(-12)\times\frac{1}{9}+\frac{5}{3}=-\frac{4}{3}+\frac{5}{3}=\frac{1}{3}$

問３　$(-6)^2-4^2=36-16=20$

問４　$-\sqrt{7}+\frac{14}{\sqrt{7}}=-\sqrt{7}+\frac{14\sqrt{7}}{7}=-\sqrt{7}+2\sqrt{7}=\sqrt{7}$

問５　$16a^2b\div(-10ab^2)\times5b=-\frac{16a^2b\times5b}{10ab^2}=-8a$

問６　$3(3x+2y)-4(x-2y)=9x+6y-4x+8y=5x+14y$

数-17-公-山梨-KS-02

2　問１　$x^2+10x+24=0$　$x^2+(4+6)x+4\times6=0$　$(x+4)(x+6)=0$　$x=-4$，-6

問２　A と B の 2 人のカードのひき方は，$(a,\ b)=(7,\ 8)$，$(7,\ 9)$，$(7,\ 10)$，$(8,\ 7)$，$(8,\ 9)$，$(8,\ 10)$，$(9,\ 7)$，$(9,\ 8)$，$(9,\ 10)$，$(10,\ 7)$，$(10,\ 8)$，$(10,\ 9)$の 12 通り。このうち，

$a-b$ の値が 2 以上になる場合は，下線をひいた 3 通り。よって，求める確率は，$\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

問３　この反比例の式を $y=\frac{a}{x}$ として，$x=4$，$y=-12$ を代入すると，$-12=\frac{a}{4}$　$a=-48$

$y=-\frac{48}{x}$ に $x=16$ を代入すると，$y=-\frac{48}{16}=-3$

問４　△DEC で，三角形の内角・外角の性質より，$\angle EDC=\angle BEC-\angle ECD=110^\circ-60^\circ=50^\circ$

$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいから，$\angle BAC=\angle BDC=50^\circ$

問５　対称移動では，対応する点を結んだ線分は，対称の軸と垂直に交わり，その交点で 2 等分される。

よって，線分 AC の垂直二等分線か線分 BD の垂直二等分線を作図すればよい。

数-17-公-山梨-KS-03

3　問１　$y=8x+6$ に $x=5$ を代入すると，$y=8\times5+6=46$

問２　(1) $y=8x+6$ の変化の割合は 8，$y=6x+11$ の変化の割合は 6 である。

変化の割合は 1 分間に上昇する水温を表しているから，変化の割合が大きいほど，

水温が 30℃から 50℃まで上昇するのにかかる時間は短くなる。

(2) 実験Ⅰ，実験Ⅱにおいて，熱し始めてから t 分後の水温は，それぞれ $8t+6$ (℃)，$6t+11$ (℃)

と表される。熱し始めてから t 分後の水温が等しいとき，$8t+6=6t+11$ が成り立つ。

これを解くと，$2t=5$　$t=\frac{5}{2}$

(3) 実験Ⅰの火力で n 分間，実験Ⅱの火力で $7-n$ (分間) 熱したときに，水温が $68-20=48$(℃)

上昇したことになる。

実験Ⅰの火力では 1 分間に 8℃，実験Ⅱの火力では 1 分間に 6℃それぞれ上昇するから，

$8n+6(7-n)=48$ が成り立つ。これを解くと，$8n+42-6n=48$　$2n=6$　$n=3$

数-17-公-山梨-KS-04

4　問１　ヒストグラムより，度数が最も多い階級は，度数が 24 人の 60 歳以上 70 歳未満である。

問２　40 歳未満の人数は，$6+9+12=27$(人)　よって，$\frac{27}{75}\times100=36$ (%)

問３　(1) 人数の合計が 75 人だから，年齢の低い順に 75 人を並べたとき，中央となる

$(75+1)\div2=38$(番目)の年齢の人が入る階級を求めればよい。

50 歳未満の人数は $6+9+12+9=36$ (人)，60 歳未満の人数は $36+15=51$ (人)

$36<38<51$ より，中央値が入る階級は，50 歳以上 60 歳未満である。

(2) 15 歳の中学生が新たに 5 人参加すると，人数の合計は，75＋5＝80 (人) となる。
また，年齢の合計は，47×75＋15×5＝3525＋75＝3600 (歳) となる。
よって，求める平均年齢は，3600÷80＝45 (歳)

数-17-公-山梨-KS-05

5 **問１** 点 T は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあり，その x 座標は 3 だから，$y=\frac{1}{2}\times 3^2=\frac{9}{2}$

問２ x の変域に 0 を含むので，y の値が最小となるのは，$x=0$ のときで，$y=0$

y の値が最大となるのは，−4 と 3 で絶対値の大きい $x=-4$ のときで，$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$ よって，

y の変域は，$0\leqq y\leqq 8$

問３ A(−4，8)，$T\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$ より，直線 AT の傾きは，$\left(\frac{9}{2}-8\right)\div\{3-(-4)\}=-\frac{7}{2}\div 7=-\frac{1}{2}$

直線 AT の式を $y=-\frac{1}{2}x+b$ として，$x=-4$，$y=8$ を代入すると，$8=-\frac{1}{2}\times(-4)+b$ $b=6$

よって，求める式は，$y=-\frac{1}{2}x+6$

問４ (1) ∠AQC＝∠BPA＝90° より，△ACQ と△BAP が直角三角形であることがわかる。
四角形 ACDB は正方形だから，AC＝BA となり，斜辺が等しいことが導かれるので，他の 1 辺か 1 つの鋭角が等しくなれば合同が証明できる。
ここで，∠ACQ＋∠CAQ＋90°＝180° ，∠BAP＝∠BAC−∠CAQ より，∠ACQ＝∠BAP がわかるので，1 つの鋭角が等しいことが導ける。

(2) 条件から，点 A の y 座標と点 B の y 座標は等しくなり，この 2 点は y 軸について対称である。
よって，点 A の x 座標と点 B の x 座標の絶対値は等しく，A(−4，8) より，B(4，8)
直線 AT と辺 BD の交点を R とする。点 R の x 座標は 4 だから，
$y=-\frac{1}{2}x+6$ に $x=4$ を代入して，$y=-\frac{1}{2}\times 4+6=4$ より，R(4，4)
△ABR において，三平方の定理より，$AR^2=AB^2+BR^2=\{4-(-4)\}^2+(8-4)^2=80$
AR＞0 より，$AR=4\sqrt{5}$ ここで，AP＝p とすると，△RAB∽△BAP より，AR : AB＝AB : AP が成り立ち，$4\sqrt{5}:8=8:p$ $p=\frac{16\sqrt{5}}{5}$ 同様に，BP＝q とすると，AR : AB＝RB : BP より，
$4\sqrt{5}:8=4:q$ $q=\frac{8\sqrt{5}}{5}$ したがって，△ACQ≡△BAP より，$AQ=BP=\frac{8\sqrt{5}}{5}$ だから，
$PQ=AP-AQ=\frac{16\sqrt{5}}{5}-\frac{8\sqrt{5}}{5}=\frac{8\sqrt{5}}{5}$

数-17-公-山梨-KS-06

6 **問１** 点 Q から辺 AB に垂線 QS をひき，その交点を S とする。△PQS において，三平方の定理より，
$PQ^2=PS^2+SQ^2=(2-1)^2+4^2=1^2+4^2=17$ よって，PQ＞0 より，$PQ=\sqrt{17}$ cm

問２ $QG=GR=RP=PQ=\sqrt{17}$ cm $PG^2=PB^2+BF^2+FG^2=2^2+4^2+4^2=36$ PG＞0 より，PG＝6 cm
QR＝ED より，$QR^2=ED^2=EA^2+AD^2=4^2+4^2=32$ QR＞0 より，$QR=4\sqrt{2}$ cm
よって，四角形 PQGR はひし形であることがわかる。
アの△PQR と**ウ**の△PQG は直角三角形でない。
エの△PBR は，3 辺の長さが $\sqrt{17}$ cm，$\sqrt{17}$ cm，2 cm の二等辺三角形であり，直角三角形でない。
イの△PBG は，PB と面 BFGC が垂直だから，PB⊥BG より，直角三角形である。

問３ **問２**より，PG＝6 cm

問４　**問２**より，QG＝GR＝$\sqrt{17}$ cm，QR＝$4\sqrt{2}$ cm だから，△QGR は二等辺三角形である。

点 G から辺 QR に垂線 GT をひく。

△GQT と△GRT において，∠GTQ＝∠GTR＝90°，GQ＝GR，GT＝GT より，

直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいから，△GQT≡△GRT

このことから，$QT=RT=\frac{1}{2}QR=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ (cm)　△GQT において，三平方の定理より，

$GT^2=GQ^2-QT^2=(\sqrt{17})^2-(2\sqrt{2})^2=17-8=9$　GT＞0 より，GT＝3 cm

したがって，△QGR の面積は，$\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 3=6\sqrt{2}$ (cm^2)

問５　三角錐 B－QGR の体積は，四角錐 B－PQGR の体積の$\frac{1}{2}$なので，まず，四角錐 B－PQGR の体積を求める。立方体 ABCD－EFGH を，4 点 P，Q，G，R を通る平面で 2 つの立体に分けたとき，

点 B を含む方の立体は，三角柱 BCS－FGQ，四角錐 Q－CRPS，三角錐 C－GQR の

3 つの立体を合わせたものになるから，

$\left(\frac{1}{2}\times 1\times 4\right)\times 4+\frac{1}{3}\times(1\times 4)\times 4+\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 1\times 4\right)\times 4=8+\frac{16}{3}+\frac{8}{3}=16$ (cm^3)

この体積から，三角錐 B－FGQ と三角錐 G－BCR の体積を取り除くと，四角錐 B－PQGR の体積になる。よって，四角錐 B－PQGR の体積は，

$16-\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 1\times 4\right)\times 4-\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 1\times 4\right)\times 4=\frac{32}{3}$ (cm^3)

したがって，求める立体の体積は，$\frac{32}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{16}{3}$ (cm^3)